

ИЗВЕСТИЯ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский  
регион*

---

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2018

1

## Журнал основан в 1972 г. Ю.А. Ждановым

### Главная редакция:

В.И. Колесников (главный редактор)  
В.Е. Закруткин, В.С. Золотарев, А.В. Павленко (заместители главного редактора),  
Е.А. Шинкаренко (отв. секретарь)

### Редакционная коллегия:

В.И. Колесников – главный редактор, академик РАН, доктор техн. наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия  
В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия  
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия  
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВНИЦ РАН, Россия  
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный научный центр РАН, Россия  
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия  
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия  
В.В. Внуков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия  
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия  
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия  
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика  
А.К. Сагателян – доктор геол.-мин. наук, Центр эколого-ноосферных исследований НАН РА, Армения  
Э.С. Сианисян – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
П. Фатгаль – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция  
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
С.П. Чернышева – кандидат физ.-мат. наук, доцент Южный федеральный университет, Россия

### Учредители:

Министерство образования и науки Российской Федерации, Дагестанский государственный технический университет, Дагестанский государственный университет, Донской государственный технический университет, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Кубанский государственный технологический университет, Кубанский государственный университет, Пятигорский государственный университет, Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростовский государственный экономический университет, Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова, Северо-Кавказский федеральный университет, Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова, Южно-Российский институт управления РАНХ и ГС при Президенте РФ, Южный федеральный университет

Над номером работали: Л.С. Ворович, В.И. Литвиненко, О.В. Назаренко, Н.Г. Шатравкина, М.С. Шипитко

Подписано в печать 23.03.2018. Выход в свет 28.03.2018. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.  
Шрифт Times. Усл. печ. л. 16,74. Уч.-изд. л. 20,37. Тираж 250 экз. Заказ № 6317

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42,  
ЮФУ, журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион», e-mail: [izvestiya@sfnu.ru](mailto:izvestiya@sfnu.ru)  
Адрес в Интернете: [www.izvestiya.sfnu.ru](http://www.izvestiya.sfnu.ru)

Адрес редколлегии серии «Естественные науки»: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,  
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции  
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ  
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51.

## Journal was founded in 1972 by Yu.A. Zhdanov

### Main Edition:

V.I. Kolesnikov (Editor-in-Chief)  
V.E. Zakrutkin, V.S. Zolotarev, A.V. Pavlenko (Deputy Editor-in-Chief),  
E.A. Shinkarenko (Assistant Editor)

### Editorial Board:

V.I. Kolesnikov - Editor-in-Chief, Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Rostov State Transport University, Russia  
V.E. Zakrutkin - Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia  
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia  
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia  
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia  
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia  
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia  
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.N. Trufanov - Deputy Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia  
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia  
V.V. Vnukov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia  
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia  
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia  
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chair of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia  
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia  
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia  
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus  
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico  
A.K. Saghatlyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Center for Ecological and Noospheric Studies, National Academy of Sciences of Armenia, Armenia  
E.S. Sianisyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France  
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia  
S.P. Chernysheva - Candidate of Physics and Mathematics, Southern Federal University, Russia

### The Founders

Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Dagestan State Technical University, Dagestan State University, Don State Technical University, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Kuban State University, Kuban State Technological University, Pyatigorsk State University, Rostov State Transport University, Rostov State University of Economics, Khetagurov North Ossetian State University, North Caucasus Federal University, Platov South Russian State Technical University, South Russian Institute of Management, Russian Academy of National Economy and Public Administration of the President of the Russian Federation, Southern Federal University

Magazine released L.S. Vorovich, V.I. Litvinenko, O.V. Nazarenko, N.G. Shatravkina, M.S. Shipitko

Signed print 23.03.2018. The publication 28.03.2018. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.  
Conv. print. sheets 16,74. Publ. sign. 20,37. Edition 250 copies. Order number 6317.

Address of Editorial Board and the publisher (for correspondence): 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42, SFU, journal "Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region", e-mail: izvestiya@sfedu.ru  
Web Address: www.izvestiya.sfedu.ru

Address of Editorial Board of the series "Natural Science": 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110, phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,  
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,  
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

# ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

## IZVESTIYA VUZOV. SEVERO-KAVKAZSKII REGION

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1

Регистрационный номер 011019  
Комитета Российской Федерации по печати  
Научно-образовательный и прикладной журнал  
Издается с 1973 г.  
Периодичность серии 4 номера в год  
№ 1 (197) 2018 г.

Reg. No. 011019  
Of the Committee of the Press of the Russian Federation  
Scientifically educational and applied magazine  
Was founded in 1973.  
Period is 4 numbers per a year  
No. 1 (197) 2018.

### ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

### NATURAL SCIENCE

#### СОДЕРЖАНИЕ

#### CONTENTS

#### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

#### PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

<i>Андреева Т.М.</i> Описание сопряженных для весовых пространств голоморфных функций заданного роста в выпуклых ограниченных областях ..... 4	4
<i>Белявский Г.И., Гирченко М.А.</i> Вычисление вероятности выхода случайного процесса из области в связи с устойчивым развитием активных систем и вычисление цен барьерных опционов в субординированных моделях... 10	10
<i>Данилова Н.В.</i> Прогнозирование ожидаемых значений финансовых индексов.....15	15
<i>Зинченко А.Б.</i> Эффективно вычисляемое значение кооперативной ТП-игры .....20	20
<i>Куракин Л.Г., Курдоглыан А.В.</i> Критические случаи устойчивости равновесий в дифференциальных уравнениях с двумя косимметриями..... 26	26
<i>Норкин М.В., Говорина Л.А.</i> Кавитационное торможение эллиптического цилиндра в жидкости после удара .... 33	33
<i>Пожарский Д.А.</i> Контактные задачи для неоднородного слоя .....40	40
<i>Сумбатян М.А., Пискунов А.С.</i> Применение метода глобального случайного поиска для расчета потока вязкой несжимаемой жидкости в канале.....43	43
<i>Тюриков Е.В.</i> Граничная задача мембранной теории выпуклых оболочек для одного класса симметрических куполов .....49	49

<i>Andreeva T.M.</i> Duals for Weighted Spaces of Holomorphic Functions of Prescribed Growth in Bounded Convex Domains..... 4	4
<i>Belavsky G.I., Girchenko M.A.</i> Calculation of Boundary Crossing Probability for Random Processes with Stable Evolution of Active Systems and Calculation the Barrier Option Prices in Subordinated Models ..... 10	10
<i>Danilova N.V.</i> Forecasting of Expected Values of Financial Indexes ..... 15	15
<i>Zinchenko A.B.</i> Effectively Computed Value for Cooperative TU-Game..... 20	20
<i>Kurakin L.G., Kurdoglyan A.V.</i> Critical Stability Cases of Equilibria for Two-Cosymmetric Differential Equations .....26	26
<i>Norkin M.V., Govorina L.A.</i> Cavitation Deceleration of an Elliptical Cylinder in a Liquid After Impact ..... 33	33
<i>Pozharskii D.A.</i> Contact Problems for an Inhomogeneous Layer ..... 40	40
<i>Sumbatyan M.A., Piskunov A.S.</i> Application of the Global Random Search Method for Calculating the Flow of a Viscous Incompressible Fluid in a Channel..... 43	43
<i>Tyurikov E.V.</i> Boundary Problem of the Membrane Theory Conventional Shells for One Class of Symmetric Dome..... 49	49

#### НАУКИ О ЗЕМЛЕ

#### SCIENCE OF EARTH

<i>Блужина А.С., Бегдай И.В., Скрипчинский А.В., Седых Р.Ю.</i> К вопросу эколого-экономической оценки ущерба при несанкционированных сельскохозяйственных палах в Ставропольском крае ..... 55	55
---	----

<i>Bluzhina A.S., Begday I.V., Skripchinsky A.V., Sedykh R.Yu.</i> To the Question of Ecological and Economic Evaluation of Damage in Unauthorized Agricultural Fire in the Stavropol Region..... 55	55
--	----

<i>Бондарева О.С., Эльшахат Р.</i> Минералого-петрографические и геохимические особенности палеоценово-эоценовых цеолитсодержащих пород Синайского полуострова (Египет) .....	61	<i>Bondareva O.S., Elshahat R.</i> Mineralogical and Petrographic and Geochemical Features of Paleocene and Eocene Zeolites of Sinay Peninsula (Egypt).....	61
<i>Ергина Е.И., Жук В.О.</i> О росте опасных и стихийных гидрометеорологических явлений на Крымском полуострове .....	68	<i>Ergina E.I., Zhuk V.O.</i> To the Growth of Dangerous and Spontaneous Hydrometeorological Phenomena on the Crimean Peninsula .....	68
<i>Журавлева О.В., Сухова М.Г., Чернова Е.О., Бабин В.Г., Каранин А.В.</i> Российская часть трансграничного Алтая в разрезе гидроэкологической безопасности и рекреационной привлекательности .....	75	<i>Zhuravleva O.V., Sukhova M.G., Chernova E.O., Babbin V.G., Karanin A.V.</i> Russian Part of Transboundary Altai in the Section of Hydroecological Security and Recreational Attractiveness .....	75
<i>Клово А.Г., Куповых Г.В., Свидельский С.С., Скляр Н.Е.</i> Исследования структуры электродного слоя в приземной атмосфере .....	88	<i>Klovo A.G., Kupovykh G.V., Svidelsky S.S., Sklyarov N.E.</i> Studies of the Structure of the Electrode Layer to the Surface Atmosphere.....	88
<i>Хардигов А.Э., Сидоров В.А., Астахова А.А.</i> Геохимические особенности золоторудно-кварцевых месторождений Омчакского рудно-россыпного узла Верхояно-Колымской складчатой области.....	96	<i>Khardikov A.E., Sidorov V.A., Astakhova A.A.</i> Geochemical Features of Gold-quartz Deposits of Omchak Ore Cluster of Verkhoyansk-Kolyma Folding Region.....	96
<i>Хованский А.Д., Латун В.В., Хоросhev О.А., Денисов В.И.</i> Оценка воздействия на окружающую среду углубления и расширения судоходных каналов в дельтах рек .....	104	<i>Khovanskiy A.D., Latun V.V., Khoroshev O.A., Denisov V.I.</i> Estimation of Environmental Impact of Deepening and Widening of Navigable Canals in River Deltas .....	104

#### БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Горошинская И.А., Нескубина И.В., Сурикова Е.И., Немашкалова Л.А., Шалашная Е.В., Качесова П.С., Верескунова М.И., Светицкая Я.В., Луганская Р.Г., Босенко Е.С., Мхитарьян О.В., Триндафиледи Е.И., Быкадорова О.В., Дурицкий М.Н., Кит О.И.</i> Оценка эндогенной интоксикации и показателей свободнорадикального окисления у больных раком молочной железы и раком Педжета.....	112	<i>Goroshinskaya I.A., Neskubina I.V., Surikova E.I., Nemashkalova L.A., Shalashnaya E.V., Kachesova P.S., Vereskunova M.I., Svetickaya Ja.V., Luganskaya R.G., Bosenko E.S., Mhitar'jan O.V., Trindafilidi E.I., Bykadorova O.V., Duritskiy M.N., Kit O.I.</i> Assessment of Endogenous Intoxication and Indicators of Free Radical Oxidation in Patients with Breast Cancer and Paget's Cancer.....	112
<i>Кит О.И., Франциянц Е.М., Шевченко А.Н., Бреус А.А., Погорелова Ю.А., Нескубина И.В.</i> Уровень некоторых факторов роста семейства VEGF при светлоклеточном раке почки .....	124	<i>Kit O.I., Frantsiyants E.M., Shevchenko A.N., Breus A.A., Pogorelova Yu.A., Neskubina I.V.</i> Levels of Some VEGF Family Members in Clear Cell Renal Cell Carcinoma .....	124
<i>Котиева И.М., Кит О.И., Франциянц Е.М., Бандовкина В.А., Каплиева И.В., Трепитаки Л.К., Черярина Н.Д., Погорелова Ю.А., Бликян М.В.</i> Влияние экспериментальной хронической боли на уровень биогенных аминов в коже у мышей в динамике роста меланомы B16/F10 .....	130	<i>Kotieva I.M., Kit O.I., Frantsiyants E.M., Bandovkina V.A., Kaplieva I.V., Trepitaki L.K., Cheryarina N.D., Pogorelova Yu.A., Blikjan M.V.</i> Effect of Experimental Chronic Pain on Levels of Biogenic Amines in Skin of Mice in Dynamics of B16/F10 Melanoma Growth.....	130

#### НАШИ ЮБИЛЯРЫ

<i>Колесников С.И.</i> Педагог, специалист по охране природы, общественный деятель (к 80-летию профессора В.А. Миноранского) .....	140	<i>Rolesnikov S.I.</i> A Teacher, Specialist in Environmental Protection, Public Figure (on the occasion of the 80th birthday of professor A.M. Minoranskiy) .....	140
<i>Абанин А.В., Ватульян А.О., Карякин М.И., Климентов С.Б., Коробейник Ю.Ф., Мелихов С.Н., Устинов Ю.А.</i> Выдающийся ученый и организатор науки (к 65-летию профессора А.Г. Кусраева).....	143	<i>Abanin A.V., Vatulian A.O., Karjakin M.I., Klimentov S.V., Korobeinik Yu.F. Melikhov S.N., Ustinov Yu.A.</i> An Outstanding Scientist and Organizez of Science (on the occasion of the 65th birthday of professor A.G. Kusraev).....	143

#### BIOLOGICAL SCIENCES

#### OUR PERSONS

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

## PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 517.5+517.9

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-4-9

### ОПИСАНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ДЛЯ ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ ЗАДАННОГО РОСТА В ВЫПУКЛЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ\*

© 2018 г. Т.М. Андреева<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

<sup>2</sup>Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

### DUALS FOR WEIGHTED SPACES OF HOLOMORPHIC FUNCTIONS OF PRESCRIBED GROWTH IN BOUNDED CONVEX DOMAINS

**T.M. Andreeva**<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

<sup>2</sup>Southern Mathematical Institute-Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia

Андреева Татьяна Михайловна – аспирант, кафедра математического анализа, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия; младший научный сотрудник, отдел математического анализа, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: metzi@yandex.ru

Tatiana M. Andreeva - Postgraduate, Department of Mathematical Analysis, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Junior Researcher, Southern Mathematical Institute – Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 362027, Russia, e-mail: metzi@yandex.ru

Рассматриваются весовые (DFS)-пространства голоморфных в выпуклой ограниченной области комплексной плоскости функций заданного роста вблизи границы этой области при предположении, что весовая последовательность удовлетворяет ряду достаточно общих и естественных условий. Основной целью работы является удобное с технической точки зрения описание сопряженного пространства с данным пространством в терминах преобразования Лапласа. Ранее в данном направлении в основном рассматривался двойственный случай пространств Фреше. Для (DFS)-пространств содержательные результаты получены только для конкретного пространства голоморфных в выпуклой области функций полиномиального роста. В качестве применения основного результата об описании приведена схема построения счетного достаточного подмножества для сопряженного пространства, а также рассмотрены приложения результата к пространствам функций экспоненциально-степенного роста и построению в них абсолютно представляющих систем экспонент. Сделан вывод о возможности представления функций из основного весового пространства рядами Дирихле, абсолютно сходящимися в этом пространстве.

**Ключевые слова:** весовые пространства голоморфных функций, сопряженное пространство, преобразование Лапласа, абсолютно представляющие системы, достаточные множества, ряды Дирихле.

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-01-01404а).

We consider weighted (DFS)-spaces of holomorphic functions in a bounded convex domain that have a prescribed growth near its boundary. The growth assumptions are given by some general and natural conditions on the weights. Our main goal is to find a convenient description of the duals to this spaces in terms of the Laplace transform of functionals. In this direction the dual projective case of Fréchet spaces was mainly studied. Some meaningful results were obtained for only the space of holomorphic functions in a convex domain that have polynomial growth near its boundary. As an illustration of the application of this result an algorithm of constructing of a countable sufficient subset for the dual space is presented. The main result is also applied to the spaces of functions of exponential-power growth and to the construction of absolutely representing systems of exponentials in them. It was made a conclusion that there is an opportunity to represent of all functions from the main weight space by Dirichlet series that converge absolutely in this space.

**Keywords:** weighted spaces of holomorphic functions, dual space, Laplace transform, absolutely representing systems, sufficient sets, Dirichlet series.

### Введение

Пусть  $G$  – выпуклая ограниченная область в  $\mathbb{C}$ , содержащая начало координат;  $H(G)$  – пространство всех функций, голоморфных в  $G$ ;  $V = (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  – последовательность неотрицательных выпуклых монотонно возрастающих функций на  $(t_0; +\infty)$ ,  $t_0 \geq 0$ .

С каждым весом  $v_n, n \in \mathbb{N}$ , свяжем соответствующее банахово пространство

$$H_n(G) := \left\{ f \in H(G) : \|f\|_n := \sup_{\lambda \in G} \frac{|f(\lambda)|}{e^{v_n(\lambda)}} < \infty \right\}$$

и образуем пространство  $VH(G) := \text{ind } H_n(G)$ , наделенное топологией внутреннего индуктивного предела.

В статье изучается вопрос об описании сопряженного к  $VH(G)$  пространства с помощью преобразования Лапласа. На основании этого описания, которое обозначается через  $VH_G$ , приводится схема построения для  $VH_G$  счетного достаточного подмножества. С учетом этих результатов и известной связи между достаточными множествами и абсолютно представляющими системами делается вывод о возможности представления функций из  $VH(G)$  абсолютно сходящимися (по топологии  $VH(G)$ ) экспоненциальными рядами.

В статьях [1–3] (см. также библиографию в них) изучен двойственный случай пространств Фреше, при котором используются убывающие по порядковому номеру весовые последовательности, удовлетворяющие некоторым дополнительным условиям.

Индуктивный случай ранее рассматривался только для конкретного пространства функций полиномиального роста [4–6], при этом основная трудность в том, что, в отличие от пространств Фреше, при доказательстве сюръективности преобразования Лапласа приходится строить функционал, удовлетворяющий счетному набору условий непрерывности.

В настоящей работе распространится метод из [4, 6] на систему весов общего вида, удовлетворяющих техническим условиям, подобным используемым в работе В.В. Напалкова [2], с естественной переформулировкой с проективного на индуктивный случай.

### Сопряженное пространство к пространству $VH(G)$

В данном разделе с помощью преобразования Лапласа функционалов

$$F(\mu)(z) := \mu_\lambda e^{\lambda z}, \quad \mu \in (VH(G))', \quad z \in \mathbb{C},$$

приводится удобное для приложений описание сопряженного пространства с пространством  $VH(G)$ , задаваемым последовательностью весов, удовлетворяющей некоторым дополнительным естественным ограничениям.

Заметим, что, как известно, наибольший интерес представляют пространства голоморфных в области функций, рост которых определяется весами вида  $v(\lambda) = \varphi(\ln(1/d(\lambda)))$ , где  $\varphi(t)$  – некоторая возрастающая выпуклая функция в окрестности  $+\infty$ ;  $d(\lambda)$  – расстояние от точки  $\lambda \in G$  до границы  $G$ . В связи с этим будем рассматривать убывающие по  $n$  последовательности весов  $V = (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  в  $G$  вида  $v_n(\lambda) = \varphi_n(\ln(1/d(\lambda)))$ , где функции  $\varphi_n$  неотрицательны, выпуклы, монотонно возрастают на  $(t_0; +\infty)$ ,  $t_0 \geq 0$ , и удовлетворяют следующим условиям общего характера:

$$(c1) \quad \forall j \in \mathbb{N} \quad \varphi_{j+1}(t) \geq \varphi_j(t) + t, \quad t \geq t_0;$$

$$(c2) \quad \forall j \in \mathbb{N}, \quad \forall \alpha \exists \beta = \beta(j, \alpha) :$$

$$\varphi_j(t + \alpha) \leq \varphi_{j+1}(t) + \beta, \quad t \geq t_0;$$

$$(c3) \quad \forall j \in \mathbb{N} \exists p_j > 0 : \varphi_j(t) \leq e^{p_j t} + \delta_j, \quad t \geq t_0, \text{ где } \delta_j \text{ – постоянные величины.}$$

С целью технических упрощений без ограничения общности в доказательствах будем считать, что функции  $\varphi_j$  определены на всей оси и  $\varphi_j(t) = 0$  при всех  $t \leq 0$ .

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:  $H_G(z) := \sup\{\operatorname{Re} \lambda z : \lambda \in G\}$  – опорная функция области  $G$ ;  $S := \{z \in C : |z|=1\}$ ;  $r := \min\{H_G(z) : z \in S\}$ ;  $R := \max\{H_G(z) : z \in S\}$ ;  $v_n^*(|z|) := \inf\{|z|t + \varphi_n(\ln(1/t)) : 0 < t \leq 1\}$ ,  $z \in C$ . Отметим, что при больших  $|z|$  инфимум в определении  $v_n^*$  достигается при  $t$ , близких к 0.

Следующая лемма позволяет определить вид сопряженного с  $VH(G)$  пространства.

**Лемма 1.**  $\forall n \in N \exists s > 0$ :

$$e^{-s} \cdot e^{H_G(z) - v_{n+1}^*(|z|)} \leq \|e^{\lambda z}\|_n \leq e^s \cdot e^{H_G(z) - v_n^*(|z|)}. \quad (1)$$

*Доказательство.* Ясно, что  $0 < r \leq R < \infty$  и  $0 < d(\lambda) \leq R$ ,  $\lambda \in G$ .

Зафиксируем произвольное  $n \in N$ . Учитывая вспомогательную оценку

$$\operatorname{Re} \lambda z \leq H_G(z) - |z| d(\lambda), \quad \lambda \in G, z \in C,$$

получим

$$\begin{aligned} \|e^{\lambda z}\|_n &= \sup_{\lambda \in G} |e^{\lambda z}| \exp\left(-\varphi_n\left(\ln \frac{1}{d(\lambda)}\right)\right) \leq \\ &\leq e^{H_G(z)} \cdot \sup_{\lambda \in G} \exp\left(-|z| d(\lambda) - \varphi_n\left(\ln \frac{1}{d(\lambda)}\right)\right) \leq \\ &\leq e^{H_G(z)} \cdot \exp\left(-\inf_{0 < t \leq r} \left(|z|t + \varphi_n\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right)\right). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при некотором  $C \geq 1$

$$\|e^{\lambda z}\|_n \leq C e^{H_G(z) - v_n^*(|z|)}. \quad (2)$$

Обозначим  $G^t := \{\lambda \in G : d(\lambda) \geq t\}$ . Тогда [2, лемма 6.1] существуют числа  $t^0 > 0$  и  $K \geq 1$  такие, что  $0 < H_G(z) - H_{G^t}(z) \leq Kt|z|$ ,  $0 < t \leq t^0$ . Поэтому

$$\begin{aligned} \|e^{\lambda z}\|_n &= \sup_{\lambda \in G} \exp\left(\operatorname{Re} \lambda z - \varphi_n\left(\ln \frac{1}{d(\lambda)}\right)\right) \geq \\ &\geq \sup_{0 < t < t^0} \sup_{d(\lambda)=t} \exp\left(\operatorname{Re} \lambda z - \varphi_n\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right) \geq \\ &\geq \sup_{0 < t < t^0} \exp\left(H_{G^t}(z) - \varphi_n\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right) \geq \\ &\geq e^{H_G(z)} \cdot \exp\left(-\inf_{0 < t < t^0} \left(Kt|z| + \varphi_n\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right)\right). \end{aligned}$$

Далее, в силу условия (с2) имеется такое  $a$ , что  $\varphi_n\left(\ln K + \ln \frac{1}{t}\right) \leq \varphi_{n+1}\left(\ln \frac{1}{t}\right) + a$  при всех  $t$ . Поэтому

$$\begin{aligned} \inf_{0 < t < t^0} \left(Kt|z| + \varphi_n\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right) &= \inf_{0 < t < Kt^0} \left(t|z| + \varphi_n\left(\ln \frac{K}{t}\right)\right) \leq \\ &\leq \inf_{0 < t < Kt^0} \left(t|z| + \varphi_{n+1}\left(\ln \frac{1}{t}\right)\right) + a \leq v_{n+1}^*(|z|) + a + b, \end{aligned}$$

где  $b$  – некоторая положительная постоянная. Учитывая это, продолжим оценку нормы экспоненты снизу

$$\|e^{\lambda z}\|_n \geq e^{-a-b} \cdot e^{H_G(z) - v_{n+1}^*(|z|)}. \quad (3)$$

Ясно, что из оценок (2), (3) следует требуемая оценка (1).

**Лемма 2.** Система  $E = \{e^{z \cdot} : z \in C\}$  полна в  $VH(G)$ .

*Доказательство.* Установим специальное представление произвольного функционала  $\mu \in (VH(G))'$ . Его непрерывность на  $VH(G)$  эквивалентна тому, что он непрерывен на каждом из пространств  $H_n(G)$ , которое является линейным подпространством банахова пространства  $C_n(G) := \{f \in C(G) : \|f\|_n < \infty\}$ . Поэтому по теореме Хана – Банаха функционал  $\mu$  можно продолжить до непрерывного линейного функционала на  $C_n(G)$  при каждом фиксированном  $n \in N$ . Тогда, как известно, найдется такая комплексная борелевская мера  $\eta_{\mu,n}$  на  $G$ , что

$$\int_G e^{v_n(\lambda)} d|\eta_{\mu,n}|(\lambda) < \infty \quad \text{и} \quad \mu(f) = \int_G f(\lambda) d\eta_{\mu,n}(\lambda),$$

$$\forall f \in C_n^0(G),$$

где  $C_n^0(G)$  – подпространство тех функций  $f \in C_n(G)$ , для которых  $f(\lambda)e^{-v_n(\lambda)} \rightarrow 0$  при  $\lambda \rightarrow \bar{G}$ . Заметив, что в силу условия (с1)  $H_{n-1}(G) \subset C_n^0(G)$ , заключаем, что

$$\mu(f) = \int_G f(\lambda) d\eta_{\mu,n}, \quad \forall f \in H_{n-1}(G).$$

Далее, в силу вогнутости функции расстояния [7, теорема 2.1.24]  $d(\gamma\lambda) \geq \gamma d(\lambda)$ ,  $\gamma \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ ,  $\lambda \in G$ , а тогда в силу условия (с2) при некотором  $s$  и всех  $\lambda \in G$

$$\varphi_{n-1}\left(\ln \frac{1}{d(\gamma\lambda)}\right) + s \leq \varphi_{n-1}\left(\ln \frac{1}{d(\lambda)} + \ln 2\right) \leq \varphi_n\left(\ln \frac{1}{d(\lambda)}\right) + s,$$

$$\gamma \in \left[\frac{1}{2}; 1\right].$$

Отсюда следует, что для любой функции  $f \in H_{n-1}(G)$  и всех  $\gamma \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

$$|f(\gamma \cdot \lambda)| \leq \|f\|_{n-1} e^{v_{n-1}(\gamma \cdot \lambda)} \leq C \|f\|_{n-1} e^{v_n(\lambda)}.$$

Напомним, что  $\int_G e^{v_n(\lambda)} d|\eta_{\mu,n}|(\lambda) < \infty$ . Поэтому

для системы функций  $(f(\gamma \cdot \lambda) : \gamma \in \left[\frac{1}{2}; 1\right])$  выполнены все условия теоремы Лебега о мажорируемой сходимости, в соответствии с которой

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \mu(f(\gamma \cdot)) = \lim_{\gamma \rightarrow 1} \int_G f(\gamma \cdot \lambda) d\nu_{\mu,n}(\lambda) = \int_G f(\lambda) d\nu_{\mu,n}(\lambda) = \mu(f).$$



Итак,  $\mu(f) = \lim_{\gamma \rightarrow 1} \mu(f(\gamma \cdot))$ ,  $\forall f \in VH(G)$ . Это и есть искомое специальное представление функционала  $\mu$ .

Предположим теперь, что  $\mu \in (VH(G))'$  таков, что  $\mu_\lambda(e^{\lambda z}) = 0$  при всех  $z \in C$ . Поскольку пространство  $H(\bar{G})$  ростков голоморфных функций на  $\bar{G}$  непрерывно вложено в  $VH(G)$ , то  $\mu$  является линейным непрерывным функционалом и на  $H(\bar{G})$ . В силу полноты системы экспонент в  $H(\bar{G})$  заключаем, что  $\mu(g) = 0$ ,  $\forall g \in H(\bar{G})$ . Воспользовавшись тем, что  $f(\gamma z) \in H(\bar{G})$  для любой функции  $f \in VH(G)$  и всех  $\gamma \in (0;1)$ , и полученным выше представлением функционала, имеем  $\mu(f) = \lim_{\gamma \rightarrow 1} \mu(f(\gamma \cdot)) = 0$  для всех  $f \in VH(G)$ . Чтобы завершить доказательство, остается воспользоваться критерием полноты Банаха.

Всюду ниже для локально выпуклого пространства  $H$  через  $H_b'$  обозначается пространство  $H'$  с топологией сильного сопряженного.

**Теорема 1.** Пусть  $G \subset C$  – выпуклая ограниченная область;  $V = (v_n)_{n \in N}$ ;  $G$  – весовая последовательность, удовлетворяющая условиям (c1), (c2), (c3). Тогда преобразование Лапласа устанавливает топологический изоморфизм из  $(VH(G))'_b$  на пространство Фреше

$$VH_G := \left\{ f \in H(C) : |f|_n := \sup_{z \in C} \frac{|f(z)| \cdot e^{v_n^*(|z|)}}{e^{H_G(z)}} < \infty, \forall n \in N \right\}.$$

*Доказательство.* Из леммы 1 следует, что преобразование Лапласа  $F$  непрерывно действует из  $(VH(G))'_b$  в  $VH_G$ , а из леммы 2 – что оно инъективно. Его сюръективность проверяется по схеме доказательства из [4, предложение 4], реализация которой не имеет существенных трудностей при переходе от конкретных весов, как в [4], к весам общего вида, как в настоящей работе. Непрерывность обратного к  $F$  оператора следует из теоремы об открытом отображении.

### Приложения

Приведем конкретизацию теоремы 1 для наиболее важного в приложениях случая пространств функций экспоненциально-степенного роста и конструктивный алгоритм построения дискретных до-

статочных множеств для пространств  $VH_G$ , на основании которого делается вывод о существовании абсолютно представляющих систем экспонент в пространствах  $VH(G)$ , задаваемых весовыми последовательностями, удовлетворяющими условиям (c1) – (c3).

**Пространства экспоненциально-степенного роста.** Различают два типа пространств экспоненциально-степенного роста – максимальные и нормальные. Первые задаются последовательностями весов вида  $V = (v_n)_{n=1}^\infty$  с  $v_n(\lambda) = n(d(\lambda))^{-\alpha}$ , где  $0 < \alpha < 1$  фиксировано. Будем использовать для этих пространств специальное обозначение  $H_\alpha^\infty(G)$ . Легко проверить, что при больших  $|z|$

$$v_n^*(|z|) = |z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} n^{\frac{1}{\alpha+1}} \alpha^{\frac{1}{\alpha+1}} \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), n \in N.$$

Ясно, что эта последовательность эквивалентна последовательности  $(\tilde{v}_n^*)_{n=1}^\infty$ , где  $\tilde{v}_n^*(|z|) = n |z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$ . Эквивалентность понимается в обычном смысле – каждый вес первой последовательности мажорируется во всей плоскости некоторым весом второй с добавлением аддитивной постоянной, и наоборот. Поскольку эквивалентные весовые последовательности задают одно и то же пространство, то в данном случае

$$VH_G := \left\{ f \in H(C) : |f|_n := \sup_{z \in C} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - n|z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}}} < \infty, \forall n \in N \right\}.$$

Будем использовать для этого пространства специальное обозначение  $H_{G,\alpha}^\infty$ .

Пространства нормального типа экспоненциально-степенного роста задаются последовательностями вида  $v_n(\lambda) := p \left(1 - \frac{1}{n}\right) |\lambda|^{-\alpha}$ , где  $p > 0$  и, как и прежде,  $0 < \alpha < 1$ . Будем обозначать их через  $H_\alpha^p(G)$ . В данном случае  $(v_n^*)_{n=1}^\infty$  эквивалентна последовательности  $\left( \left(1 - \frac{1}{n}\right) p^{\frac{1}{\alpha+1}} \alpha^* |z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} \right)_{n=1}^\infty$  с

$\alpha^* := \alpha^{\frac{1}{\alpha+1}} \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$ . Пространство  $VH_G$ , которое будем обозначать через  $H_{G,\alpha}^p$ , может быть записано в виде

$$H_{G,\alpha}^p := \left\{ f \in H(C) : \sup_{z \in C} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - p^{\frac{1}{\alpha+1}} \alpha^* |z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} + \varepsilon |z|^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}}} < \infty, \forall \varepsilon > 0 \right\}.$$

Применив теорему 1 к пространствам экспоненциально-степенного роста, получаем

**Теорема 2.** Пусть  $G \subset C$  – выпуклая ограниченная область. Преобразование Лапласа уста-

навливает топологический изоморфизм между  $(H_\alpha^p(G))'_b$  и  $H_{G,\alpha}^p$  при всех  $0 < \alpha < 1$  и  $0 < p \leq \infty$ .

**Достаточные множества в  $VH_G$ .** Пусть, как и ранее,  $G$  – ограниченная область комплексной плоскости, содержащая начало координат;  $S$  – подмножество комплексной плоскости. Для любой функции  $f \in VH_G$  положим

$$|f|_{n,S} := \sup_{z \in S} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - v_n^*(|z|)}}, \quad n \in N.$$

Заметим, что  $|\cdot|_{n,S}$  – система преднорм на  $VH_G$ . Пространство  $VH_G$ , следовательно, можно наделить новой топологией, задаваемой этой системой. При этом новая топология, очевидно, не сильнее исходной топологии этого пространства. Если обе топологии совпадают, подмножество  $S$  называют достаточным множеством для  $VH_G$ .

Ясно, что в данном случае понятие достаточного для  $VH_G$  множества можно переформулировать.

**Определение 1.** Пусть  $G$  – ограниченная выпуклая область в  $C$ . Подмножество  $S \subset C$  называется достаточным для пространства  $VH_G$ , если  $\forall p \in N \exists m = m(p) \in N, \exists C = C(p) > 0$ :

$$\sup_{z \in C} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - v_p^*(|z|)}} \leq C \sup_{z \in S} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - v_m^*(|z|)}}, \quad \forall f \in VH_G.$$

В частности, последовательность  $\Lambda = (\lambda_k)_{k=1}^\infty \subset C$  называется достаточной для пространства  $VH_G$ , если  $\forall p \in N \exists m = m(p) \in N, \exists C = C(p) > 0$ :

$$\sup_{z \in C} \frac{|f(z)|}{e^{H_G(z) - v_p^*(|z|)}} \leq C \sup_{k \geq 1} \frac{|f(\lambda_k)|}{e^{H_G(\lambda_k) - v_m^*(|\lambda_k|)}}, \quad \forall f \in VH_G.$$

Изучение достаточных множеств в пространствах Фреше, инициированное работой Эренпрайса [8], имеет ряд важных приложений в теории роста целых функций и представления голоморфных или бесконечно дифференцируемых функций рядами Дирихле. Подробное освещение предыстории вопроса и ряд фундаментальных результатов в данном направлении в случае пространств Фреше имеются в работе [9]. Конструктивный алгоритм построения счетного достаточного подмножества для пространства, сопряженного с функциональной алгеброй  $A^{-\infty}(G)$ , приведен в [6]. В двойственной ситуации слабодостаточных множеств он впервые был предложен Ю.Ф. Коробейником [10, §4] и, как оказалось, применим и в нашей ситуации. Дадим описание этого алгоритма.

Сначала берем две последовательности  $0 < (t_k)_{k=1}^\infty \uparrow \infty$  и  $0 < (s_k)_{k=1}^\infty \uparrow \infty$ , удовлетворяющие следующим условиям:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{t_{k+1}}{t_k} = 1 \quad \text{и} \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{s_k(t_{k+1} - t_k)} = 0.$$

Затем на кривых  $S_{t_k} := \{z \in C : H_G(z) = t_k\}$ ,  $k \geq 1$ , отмечаем  $l_k$  точек  $z_{k,j}$  ( $j = 1, 2, \dots, l_k$ ), которые образуют  $1/s_k$ -сеть на соответствующем  $S_{t_k}$ . И, наконец, перенумеровываем полученное множество в виде одной последовательности, сначала записав в произвольном порядке все точки с порядковым номером  $k=1$ , затем – с номером  $k=2$  и т.д. Полученную таким образом последовательность обозначим через  $\Lambda = (\lambda_n)_{n=1}^\infty$ . Упомянутым выше методом Ю.Ф. Коробейника проверяется, что  $\Lambda$  является достаточным множеством для  $VH_G$ .

**Представление функций из  $VH(G)$  рядами Дирихле.**

**Определение 2.** Напомним, что последовательность  $(x_k)$  ненулевых элементов локально выпуклого пространства  $H$  называется абсолютно представляющей системой в  $H$ , если любой элемент  $x$  из  $H$  представим (необязательно единственным образом) в виде ряда  $x = \sum_{k=1}^\infty c_k x_k$ , сходящегося абсолютно по топологии  $H$ .

Ю.Ф. Коробейником был получен ряд критериев для абсолютно представляющих систем в пространствах Фреше и  $(DFS)$ -пространствах. В дальнейшем его результаты были распространены на функциональные пространства иных типов. Из [11, теорема 7] и теоремы 1 следует такой результат для рассматриваемых нами пространств.

**Предложение 1.** Пусть  $G$  – выпуклая ограниченная область в  $C$ ,  $\lambda_k \in C$ ,  $k \in N$ , и  $|\lambda_k| \rightarrow \infty$ ,  $k \rightarrow \infty$ . Система  $(e^{\lambda_k z})_{k=1}^\infty$  является абсолютно представляющей в пространстве  $VH(G)$  тогда и только тогда, когда последовательность  $\Lambda$  является достаточной для  $VH_G$ .

Отсюда и из приведенного выше алгоритма построения достаточной для  $VH_G$  последовательности вытекает

**Теорема 3.** Пусть  $G$  – выпуклая ограниченная область в  $C$ . Существует алгоритм конструктивного построения последовательности  $\Lambda = (\lambda_k)_{k=1}^\infty$  комплексных точек  $\lambda_k$ ,  $k \in N$ , таких, что состав-

ленная по ним система  $(e^{\lambda_k z})_{k=1}^{\infty}$  является абсолютно представляющей в пространстве  $VH(G)$ , т.е. любую функцию  $f \in VH(G)$  можно представить в виде ряда Дирихле

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k e^{\lambda_k z}, \quad z \in G,$$

сходящегося абсолютно в  $VH(G)$ .

Автор признателен А.В. Абанину за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

#### Литература

1. Юлмухаметов Р.С. Пространство аналитических функций, имеющих заданный рост вблизи границы // *Мат. заметки*. 1982. Т. 32, № 1. С. 41–57.
2. Напалков В.В. Пространства аналитических функций заданного роста вблизи границы // *Изв. АН СССР. Сер. мат.* 1987. Т. 51, № 2. С. 287–305.
3. Абузярова Н.Ф., Юлмухаметов Р.С. Сопряженные пространства к весовым пространствам аналитических функций // *Сиб. мат. журн.* 2001. Т. 42, № 1. С. 3–17.
4. Melikhov S.N. (DFS)-spaces of holomorphic functions invariant under differentiation // *J. Math. Anal. Appl.* 2004. Vol. 297, No. 2. P. 577–586.
5. Abanin A.V., Le Hai Khoi. On the duality between  $A^{-\infty}(D)$  and  $A^{-\infty}_D$  for complex domains // *C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I.* 2009. Vol. 347, No. 15–16. P. 863–866.
6. Abanin A.V., Le Hai Khoi. Dual of the function algebra  $A^{-\infty}(D)$  and representation of functions in Dirichlet series // *Proc. Am. Math. Soc.* 2010. Vol. 138, No. 10. P. 3623–3635.
7. Hörmander L. *Notion of Convexity*. Boston: Birkhäuser, 1994. 415 p.
8. Ehrenpreis L. Analytically uniform spaces and some applications // *Trans. Am. Math. Soc.* 1961. Vol. 101, No. 1. P. 52–74.
9. Абанин А.В., Варзиев В.А. Достаточные множества в весовых пространствах Фреше целых функций // *Сиб. мат. журн.* 2013. Т. 54, № 4. С. 725–741.
10. Коробейник Ю.Ф. Представляющие системы // *Изв. АН СССР. Сер. мат.* 1978. Т. 42, № 2. С. 325–355.

11. Коробейник Ю.Ф. Представляющие системы // *Успехи мат. наук.* 1981. Т. 36, № 1. С. 73–126.

#### References

1. Yulmukhametov R.S. Prostranstvo analiticheskikh funktsii, imeyushchikh zadannyi rost vblizi granitsy [Space of analytic functions with prescribed growth near the boundary]. *Mat. zametki*. 1982, vol. 32, No. 1, pp. 499-508.
2. Napalkov V.V. Prostranstva analiticheskikh funktsii zadannogo rosta vblizi granitsy [Spaces of analytic functions of prescribed growth near the boundary]. *Izv. AN SSSR. Ser. Math.* 1987, vol. 51, No. 2, pp. 287-305.
3. Abuzyarova N.F., Yulmukhametov R.S. Sopryazhennyye prostranstva k vesovym prostranstvam analiticheskikh funktsii [Dual spaces of weighted spaces of analytic functions]. *Sib. mat. zhurn.* 2001, vol. 42, No. 1, pp. 3–17.
4. Melikhov S.N. (DFS)-spaces of holomorphic functions invariant under differentiation. *J. Math. Anal. Appl.* 2004, vol. 297, No. 2, pp. 577-586.
5. Abanin A.V., Le Hai Khoi. On the duality between  $A^{-\infty}(D)$  and  $A^{-\infty}_D$  for complex domains. *C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I.* 2009, Vol. 347, No. 15-16, pp. 863-866.
6. Abanin A.V., Le Hai Khoi. Dual of the function algebra  $A^{-\infty}(D)$  and representation of functions in Dirichlet series. *Proc. Amer. Math. Soc.* 2010, vol. 138, No. 10, pp. 3623-3635.
7. Hörmander L. *Notion of Convexity*. Boston: Birkhäuser, 1994, 415 p.
8. Ehrenpreis L. Analytically uniform spaces and some applications. *Trans. Amer. Math. Soc.* 1961, vol. 101, No. 1, pp. 52-74.
9. Abanin A.V., Varzиеv V.A. Dostatochnyye mnozhestva v vesovykh prostranstvakh Freshe tselykh funktsii [Sufficient sets in weighted Fréchet spaces of entire functions]. *Sib. mat. zhurn.* 2013, vol. 54, No. 4, pp. 725-741.
10. Korobeinik Yu.F. Predstavlyayushchie sistemy [Representing systems]. *Izv. AN SSSR. Ser. math.* 1978, vol. 42, No. 2, pp. 325–355.
11. Korobeinik Yu.F. Predstavlyayushchie sistemy [Representing systems]. *Uspekhi mat. nauk.* 1981, vol. 36, No. 1, pp. 73-126.

УДК 519.2

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-10-14

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ИЗ ОБЛАСТИ В СВЯЗИ С УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ АКТИВНЫХ СИСТЕМ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЦЕН БАРЬЕРНЫХ ОПЦИОНОВ В СУБОРДИНИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ\*

© 2018 г. Г.И. Белявский<sup>1</sup>, М.А. Гирченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

## CALCULATION OF BOUNDARY CROSSING PROBABILITY FOR RANDOM PROCESSES WITH STABLE EVOLUTION OF ACTIVE SYSTEMS AND CALCULATION THE BARRIER OPTION PRICES IN SUBORDINATED MODELS\*

G.I. Belavsky<sup>1</sup>, M.A. Girchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Белявский Григорий Исаакович – доктор технических наук, профессор, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: belavsky@hotmail.com

Grigorii I. Belavsky - Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: belavsky@hotmail.com

Гирченко Михаил Александрович – аспирант, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: girchenkomikhail@gmail.com

Mikhail A. Girchenko - Postgraduate, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: girchenkomikhail@gmail.com

Цель данной работы – нахождение справедливой цены барьерного опциона в рамках субординированной модели Блэка – Шоулза с субординатором, имеющим бесконечную интенсивность. Производится аппроксимация малых скачков субординатора и используется свойство устойчивости броуновского движения с последующим вычислением математического ожидания от функции выплаты по опциону методом Монте-Карло.

В качестве субординатора с бесконечной интенсивностью скачков рассмотрен процесс *variance-gamma*.

Проведены численные эксперименты расчета справедливой цены барьерного опциона в субординированной модели. Дается сравнение результатов работы рассматриваемого метода и классического метода Монте-Карло. Отмечается преимущество в вычислительной скорости рассматриваемого метода по сравнению с классическим алгоритмом Монте-Карло.

На основе изучения субординации винеровского процесса установлено, что при нахождении вероятности пересечения барьера нет необходимости в полном воспроизведении траектории базового актива. Достаточно моделировать число скачков, их размеры и одну нормальную случайную величину.

Выявлена проблема взаимосвязи ошибки аппроксимации субординатора и его интенсивности скачков, влияющей на вычислительные затраты при применении метода, рассматриваемого в статье.

Отмечается, что предложенный подход, опирающийся на свойство устойчивости винеровского процесса, может быть распространен на произвольные процессы со свойством устойчивости.

Полученные результаты могут быть использованы не только в финансовой математике, но и при решении разнообразных задач с наличием случайного процесса в допустимой области, что очень важно при решении задач, связанных с управлением активными системами.

**Ключевые слова:** процесс Леви, ценообразование опционов, метод Монте-Карло, субординатор, модель со скачками, модель Блэка – Шоулза.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-19-01038).

The purpose of this work is to find the fair price of a barrier option under the subordinated Black - Sholes model with infinite activity subordinator, by approximating small jumps of subordinator and reducing the computation of barrier crossing probability to solving square inequality, by using stable property of Brownian motion and computing the price of an option with Monte Carlo technique.

Variance gamma process was considered as a subordinate with an infinite intensity of jumps.

Numerical experiments to calculate the fair price of an barrier option in subordinated model were conducted.

Results comparison of this method and the classical Monte Carlo method is given.

The advantage in the computational speed of the method over the classical Monte Carlo algorithm is noted.

Based on the study of the Wiener process subordination it is established that to find the probability of the barrier crossing, there is no need to completely reproduce the whole trajectory of the underlying asset, it is sufficient to simulate only the jump sizes and one normal random variable.

The problem of the relationship between the normal approximation error and intensity of jumps affecting computing costs was identified.

It is noted that the proposed approach, which relies on the stability property of the Wiener process, can be extended to arbitrary processes with the stability property.

It is concluded that the obtained results can be used not only in financial mathematics, but also in solving various problems related to the content of a random process in an admissible region, which is very important in solving problems related to the management of active systems.

**Keywords:** Levy process, option pricing, Monte Carlo method, subordinator, model with jumps, Black - Sholes model.

## Введение

Устойчивость развития активной системы часто связана с поведением случайного процесса, отражающего в определенной степени состояние активной системы. К таким процессам относятся, например, финансовые временные ряды. Классическая модель Блэка – Шоулза, основанная на логнормальном распределении стоимости активов, не описывает статистические характеристики финансовых временных рядов надлежащим образом, так как логарифмы доходностей финансовых активов не подчиняются нормальному распределению [1, 2]. Кроме того, исследования финансовых рынков указывают на скачки в динамике активов, которые не учитывает модель Блэка – Шоулза.

Предпринято множество попыток построить модель, описывающую реальное поведение финансовых рынков [3, 4]. Один из вариантов – субординированная модель, в которой время – случайный процесс.

Один из способов управления рисками – использование вспомогательных активов – опционов, изучением ценообразования которых в субординированных моделях занимались многие авторы.

Хартс [5] использовал субординацию для классической модели Блэка – Шоулза с устойчивым процессом в качестве субординатора. В [6] получена формула цены европейского опциона, но он не учитывает возможности разбалансированности активной системы, что в определенной степени делает барьерные опционы.

Цель данной работы – исследование возможностей имитационного моделирования для нахождения справедливой цены барьерного опциона в рам-

ках субординированной модели Блэка – Шоулза с произвольным субординатором.

Главное достоинство рассматриваемого метода заключается в отсутствии необходимости полностью воспроизводить траекторию случайного процесса. Для нахождения вероятности того, что случайный процесс не выйдет из области справедливой цены барьерного опциона, достаточно для каждой траектории моделировать размеры скачков, одну нормальную и одну пуассоновскую случайные величины.

## Субординированная модель

Рассмотрим динамику рискованного и безрискового активов в рамках модели Блэка – Шоулза:

$$S_t = S_0 \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right),$$

$$B_t = B_0 \exp(rt).$$

Здесь  $r$ ,  $\sigma$  – процентная ставка и волатильность рискованного актива соответственно.

Субординированная модель определяется равенствами

$$\bar{S}_t = S_0 \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T_t + \sigma W_{T_t}\right), \quad (1)$$

$$\bar{B}_t = B_0 \exp(rT_t),$$

где  $T_t$  – субординатор, неубывающий, положительный, чисто скачкообразный случайный процесс, не зависящий от винеровского процесса. Нетрудно убедиться в том, что относительно естественной фильтрации  $F_t = F_t^W \times F_t^T$  дисконтированный процесс

$$\frac{\bar{S}_t}{\bar{B}_t} = \frac{S_0}{B_0} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}T_t + \sigma W_{T_t}\right) \text{ является мартингалом.}$$

Используя свойство устойчивости броуновского движения [7], равенство для цены акции запишем в виде

$$\bar{S}_t = S_0 \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T_t + \sigma\sqrt{T_t}W_1\right).$$

### Аппроксимация малых скачков субординатора

Характеристическая экспонента субординатора в общем случае имеет вид

$$\psi(u) = imu + \int_0^\infty (e^{iux} - 1)v(dx),$$

где  $m > 0$  – снос;  $v(dx)$  – мера Леви.

Зафиксируем некоторое положительное число  $\varepsilon > 0$  и на интервале  $(0, \varepsilon)$  разложим функцию  $e^{iux}$  в ряд Тейлора до первой степени в подынтегральном выражении

$$\psi(u) \approx imu + \int_\varepsilon^\infty (e^{iux} - 1)v(dx),$$

где  $\bar{m} = m + \int_0^\varepsilon xv(dx)$ .

Обозначим через  $\lambda = \int_\varepsilon^\infty v(dx)$  – интенсивность наступления скачков.

При этом функция распределения размеров скачков  $F_{jump}(x) = \frac{1}{\lambda} \int_\varepsilon^x v(dy)$ .

**Замечание.** Допустим, что мера Леви абсолютно непрерывна по отношению к мере Лебега. Тогда для генерации псевдослучайной величины с заданной плотностью можно воспользоваться методом Неймана [7].

Далее мы рассмотрим вычисление вероятности, не выхода за барьер рискового актива в субординированной модели.

### Вероятность невыхода за барьер

Очевидно, что неравенство  $S_t \leq B$  эквивалентно  $(r - \frac{\sigma^2}{2})T_t + \sigma\sqrt{T_t}W_1 \leq b$ , где  $b = \ln(B/S_0)$ . Предположим сначала, что  $(r - \frac{\sigma^2}{2}) > 0$ .

Для субординатора  $\max_{0 \leq t \leq \tau} T_t = T_\tau$ ,  $T_t = mt + Z_t$ , неравенство, определяющее, что процесс не выйдет за барьер, имеет вид

$$\sqrt{m\tau + Z_\tau} \leq \alpha(W_1),$$

где  $Z_t$  – составной процесс Пуассона,

$$\alpha(W_1) = \frac{-\sigma W_1 + \sqrt{\sigma^2 W_1^2 + 4b(r - \sigma^2/2)}}{2(r - \sigma^2/2)}.$$

Следовательно, условная вероятность невыхода за барьер в данном случае

$$P\left(\max_{0 \leq t \leq \tau} S_t \leq B\right) = F_{Z_\tau}\left(\alpha(W_1)^2 - m\tau\right), \quad (2)$$

где  $F_{Z_\tau}(x)$  – функция распределения вероятностей случайной величины  $Z_\tau$ .

Рассмотрим случай  $(r - \frac{\sigma^2}{2}) < 0$ . Приведем окончательный результат:

$$P\left(\max_{0 \leq t \leq \tau} S_t \leq B\right) = \begin{cases} F_{Z_\tau}\left(\alpha(W_1)^2 - m\tau\right), (W_1 > 0) \wedge \left(W_1^2 > \frac{4\left(\frac{\sigma^2}{2} - r\right)b}{\sigma^2}\right) \\ 1, \neg \left[(W_1 > 0) \wedge \left(W_1^2 > \frac{4\left(\frac{\sigma^2}{2} - r\right)b}{\sigma^2}\right)\right] \end{cases} \quad (3)$$

### Метод Монте-Карло для барьерных опционов в субординированной модели

Исследуем вопрос нахождения цены барьерного опциона в рамках субординированной модели (1). В качестве барьерного рассмотрим опцион call типа up & out. Проблема его оценки сводится к вычислению математического ожидания

$$C = B_0 E\left[\frac{(\bar{S}_\tau - K)^+}{B_\tau} 1_{M_\tau \leq b}\right],$$

где

$$M_\tau = \max_{0 \leq t \leq \tau} \ln \frac{\bar{S}_t}{S_0}.$$

Индикатор, определяющий, пересек ли базовый актив барьер, можно заменить на проверку условия (2) или (3) в зависимости от параметров модели.

Вычисляя данное математическое ожидание методом Монте-Карло, можно определить цену барьерного опциона в рассматриваемой модели.

**Алгоритм** (метод Монте-Карло для субординированного процесса)

1. Генерировать случайную величину  $W_1 \in N(0,1)$ .
2. Проверить условие (2) или (3) в зависимости от параметров модели  $r, \sigma$ . Если оно истинно, то перейти на шаг 3, иначе – шаг 1.
3. Генерировать количество скачков на траектории  $N \in \Pi(\lambda T)$  и размеры скачков  $\zeta\tau_i$ .
4. Вычислить функцию выплаты опциона.
5. Повторить первые пять пунктов необходимое количество раз, чтобы вычислить среднее значение функционала с желаемой точностью.

Используя аппроксимацию малых скачков и вышеприведенный алгоритм, можно вычислить барьерные опционы в субординированной модели с субординатором, имеющим бесконечную активность скачков. Соответствующие результаты экспериментов представлены ниже.

Вычисление цен барьерных опционов в моделях Леви с бесконечной степенью активности скачков рассматривалось в статье [8].

### Результаты численных экспериментов

Рассмотрим в качестве субординатора процесс variance-gamma, мера Леви которого имеет вид

$$v(x) = \frac{1}{\nu x} \exp\left(\frac{\theta}{\sigma^2} x - \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{2}{\nu} + \frac{\theta^2}{\sigma^2}} x\right) I_{\{x>0\}}(x),$$

где  $\theta \in \mathbb{R}, \sigma, \nu > 0$ .

В статьях [9, 10] используется метод Монте-Карло для расчета стоимости опционов, где процесс variance-gamma рассматривается в виде гамма-мостов.

Проведем 2 эксперимента.

Зафиксируем параметры:  $\theta = 0, \sigma = 0,1, \nu = 1, \epsilon = 0,01, S_0 = 120, K = 50, T = 1$ . В 1-м эксперименте дополнительные параметры:  $r = 0,1, B = 160$ ; во 2-м –  $r = 0, B = 130$ . Получены следующие результаты метода Монте-Карло: числитель – эксперимент № 1, знаменатель – № 2 (табл. 1).

Отметим, что время вычислений при расчете в субординированной модели в этом эксперименте возросло из-за наличия дополнительного условия (3).

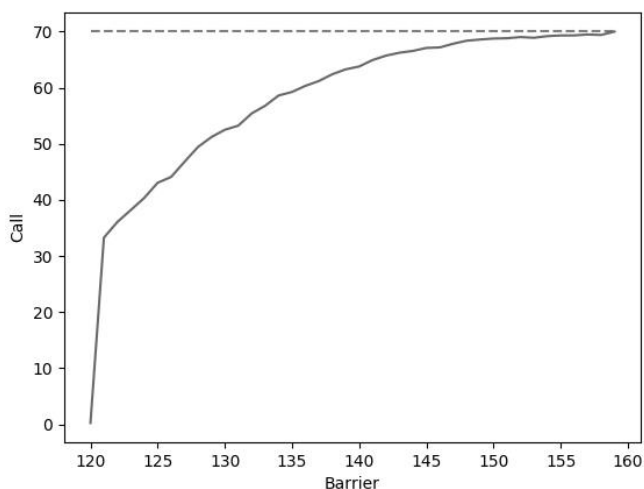
Таблица 1

Результаты метода Монте-Карло / The results of the Monte Carlo method

Число итераций метода Монте-Карло	Цена опциона в субординированной модели	Вычислительное время, с	Цена опциона классическим методом Монте-Карло	Вычислительное время, с
5 000	64,0299	1,27	63,6653	15,0
	52,4690	2,38	53,0759	16,94
10 000	64,1133	2,50	63,5001	30,96
	52,0570	4,87	52,6338	35,08
25 000	64,1431	6,39	64,1737	76,08
	52,1622	13,18	53,6335	85,39
50 000	64,0955	12,74	64,0372	148,15
	52,0700	24,18	53,1924	172,11

### Эксперимент № 3

Рассмотрим эксперимент, в котором будем увеличивать величину барьера. Цена опциона с определенного момента перестает зависеть от величины барьера и при уменьшении барьера приближается к цене европейского опциона. Данную ситуацию иллюстрирует рисунок.



Зависимость цены опциона от барьера / The relationship between option price and barrier

### Эксперимент № 4

Рассмотрим для числа симуляций, равного 10 000, эксперимент, в котором будем уменьшать аппроксимирующий параметр  $\epsilon$  и подсчитывать время работы метода Монте-Карло (табл. 2).

Таблица 2

Зависимость вычислительного времени от  $\epsilon$  / The relationship between computational time and  $\epsilon$

$\epsilon$	$\lambda(\epsilon)$	Вычислительное время, с	Цена опциона
0,1	0,0974	0,15	52,2497
0,1 <sup>2</sup>	1,4991	1,05	52,0781
0,1 <sup>3</sup>	3,6792	8,24	51,6946
0,1 <sup>4</sup>	5,9691	26,67	51,9193
0,1 <sup>5</sup>	8,2704	41,98	51,7419
0,1 <sup>6</sup>	10,5729	56,82	51,8792

При уменьшении  $\epsilon$  увеличивается  $\lambda$ , что приводит к росту вычислительных затрат, связанных с увеличением в среднем числа скачков на фиксированном временном интервале, а также одновременно к двум противоречивым обстоятельствам. Первое –

уменьшение погрешности линейной аппроксимации малых скачков, второе – рост погрешности метода Монте-Карло, что сказывается на результатах, представленных в последнем столбце таблицы. В частности, оптимальное значение  $\varepsilon = 0,001$ .

### Заключение

Задача вычисления стоимости барьерного опциона в субординированной модели с субординатором, имеющим бесконечную степень активности, решена при помощи аппроксимации малых скачков и расчета стоимости финансового обязательства модифицированным методом Монте-Карло.

В качестве процесса субординатора с бесконечной интенсивностью скачков был рассмотрен процесс variance-gamma.

Проведены численные эксперименты, позволяющие утверждать преимущество исследуемого метода над классическим методом Монте-Карло.

Главное достоинство рассматриваемого метода заключается в отсутствии необходимости полностью воспроизводить траекторию случайного процесса. Для нахождения вероятности того, что базовый актив не пересечет барьер, достаточно на каждой траектории моделировать только размеры скачков, одну нормальную и одну пуассоновскую случайные величины.

Предложенный подход, опирающийся на свойство устойчивости винеровского процесса, может быть распространен на произвольные процессы со свойством устойчивости.

Полученные результаты могут быть использованы не только при вычислении справедливой цены барьерного опциона, но и при прогнозе устойчивого развития активных систем, а также при решении разнообразных задач, связанных с удержанием случайного процесса в устойчивой области.

### Литература

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 2: Теория. М.: Фазис, 1998. 512 с.
2. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1: Факты. Модели. М.: Фазис, 1998. 544 с.
3. Кудрявцев О.Е. Современные численные методы решения интегро-дифференциальных уравнений, возникающих в приложениях. М.: Вузовская книга, 2010. 144 с.
4. Cont R., Tankov P. *Financial Modelling with Jump Processes*. Chapman & Hall/CRC, 2004. 552 p.
5. Hurst S.R., Platen E., Rachev S.T. Option pricing for a logstable asset price model // *Mathematical and Computer Modelling*. 1999. Vol. 29. P. 105–119.

6. Vollert A. Margrabe's option to exchange in a paretian-stable subordinated market // *Mathematical and Computer Modelling*. 2001. Vol. 34. P. 1185–1197.

7. Borodin A.N., Salminen P. *Handbook of Brownian Motion – Facts and Formulae*. Basel: Birkhäuser Verlag, 2002. 685 p.

8. Белявский Г., Гирченко М. Комбинированный метод Монте-Карло для расчета справедливых цен барьерных опционов // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2017. № 1. С. 9–13.

9. Fu M.C., Jarrow R.A., Yen J.-J., Elliott R.J. Variance-Gamma and Monte Carlo // *Advances in Mathematical Finance. Applied and Numerical Harmonic Analysis*. 2007. P. 21–34

10. Ribeiro C., Webber N. Valuing path-dependent options in the Variance Gamma model by Monte Carlo with a gamma bridge // *J. of Computational Finance*. 2004. Vol. 7. P. 81–100.

### References

1. Shiryayev A.N. *Osnovy stokhasticheskoi finansovoi matematiki* [Fundamentals of stochastic financial mathematics]. Vol. 2. Theory. Moscow: Fazis, 1998, 512 p.
2. Shiryayev A.N. *Osnovy stokhasticheskoi finansovoi matematiki* [Fundamentals of stochastic financial mathematics]. Vol. 1. Facts. Models. Moscow: Fazis, 1998, 544 p.
3. Kudryavtsev O.E. *Sovremennye chislennye metody resheniya integro-differentsial'nykh uravnenii, vozni-kayushchikh v prilozheniyakh* [Modern numerical methods for solving integro-differential equations arising in applications]. Moscow: Vuzovskaya kniga, 2010, 144 p.
4. Cont R., Tankov P. *Financial Modelling with Jump Processes*. Chapman & Hall/CRC, 2004, 552 p.
5. Hurst S.R., Platen E., Rachev S.T. Option pricing for a logstable asset price model. *Mathematical and Computer Modelling*. 1999, vol. 29, pp. 105-119.
6. Vollert A. Margrabe's option to exchange in a paretian-stable subordinated market. *Mathematical and Computer Modelling*. 2001, vol. 34, pp. 1185-1197.
7. Borodin A.N., Salminen P. *Handbook of Brownian Motion - Facts and Formulae*. Basel: Birkhäuser Verlag, 2002, 685 p.
8. Belyavskii G., Girchenko M. Kombinirovannyi metod Monte-Karlo dlya rascheta spravedlivykh tsen bar'ernykh optcionov [Combined Monte Carlo method for calculating fair prices of barrier options]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2017, No. 1, pp. 9-13.
9. Fu M.C., Jarrow R.A., Yen J.-J., Elliott R.J. Variance-Gamma and Monte Carlo. *Advances in Mathematical Finance. Applied and Numerical Harmonic Analysis*. 2007, pp. 21-34.
10. Ribeiro C., Webber N. Valuing path-dependent options in the Variance-Gamma model by Monte Carlo with a gamma bridge. *J. of Computational Finance*. 2004, vol. 7, pp. 81-100.



УДК 519.2

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-15-19

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОЖИДАЕМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФИНАНСОВЫХ ИНДЕКСОВ

© 2018 г. Н.В. Данилова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## FORECASTING OF EXPECTED VALUES OF FINANCIAL INDEXES

N.V. Danilova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Данилова Наталья Викторовна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики и исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: danilova198686@mail.ru

Natalia V. Danilova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: danilova198686@mail.ru

Рассматриваются задача прогноза и её общая схема решения в терминологии гильбертова пространства. Задача линейного прогноза ставится как задача проектирования на подпространство гильбертова пространства. В качестве примера приводится модель Кокса – Росса – Рубинштейна с белым шумом, для которой получен алгоритм прогнозирования логарифмического возврата и приведены результаты его программной реализации. В логарифмическом возврате присутствуют два независимых друг от друга источника случайности. В качестве одного из них рассматривается последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин. Для второго приводятся два случая. В первом используется последовательность независимых и одинаково распределённых бинарных случайных величин, во втором – последовательность независимых случайных величин, образующих марковскую цепь с заданными переходными вероятностями. Для обоих случаев дается расчёт дисперсии ошибки. Также рассчитывается прогноз волатильности в модели стохастической волатильности с помощью линейного фильтра Калмана – Бьюси, который является удовлетворительным и позволяет найти интервальный прогноз цены. Показано, что фильтр определяется через линейную стохастическую систему уравнений. Приводятся графики моделируемых и прогнозируемых значений стохастической волатильности.

**Ключевые слова:** временной ряд, линейный прогноз, стохастическая волатильность, линейный фильтр Калмана – Бьюси, логарифмический возврат, белый шум, метод Монте-Карло, марковская цепь, сингулярное разложение, модель Кокса – Росса – Рубинштейна.

The forecast problem and its general solution scheme in the terminology of the Hilbert space are considered in the paper. The linear prediction problem is posed as the design problem on the subspace of a Hilbert space. As an example, the Cox-Ross-Rubinshtein model with white noise is given, for which the algorithm for predicting the logarithmic return is obtained and the results of its software implementation are given. In the logarithmic return, there are two independent sources of randomness. As a single source of randomness, we consider a sequence of independent standard Gaussian random variables. For the second source of chance, two cases are given. In the first case, a sequence of independent and identically distributed binary random variables is used. In the second case, we use a sequence of independent random variables that form a Markov chain with given transition probabilities. For both cases, the dispersion of the error is calculated. The forecast of volatility in the model of stochastic volatility with the Kalman-Buci linear filter is also calculated, which is satisfactory and allows us to find the interval price forecast. It is shown that the filter is determined through a linear stochastic system of equations. The graphs of simulated and predicted values of stochastic volatility are given.

**Keywords:** time series, linear forecast, stochastic volatility, Kalman-Buci linear filter, logarithmic return, white noise, Monte Carlo method, Markov chain, singular decomposition, Cox-Ross-Rubinstein model.

### Введение

Теории временных рядов и их применению при анализе финансовых данных посвящено довольно много публикаций [1–10].

В первой части статьи дается постановка задачи линейного прогноза как задачи проектирования на подпространство гильбертова пространства. Приводится общая схема решения в терминологии гильбертова пространства. В качестве примера рассматривается модель Кокса – Росса – Рубинштейна с белым шумом. Для этой модели получен алгоритм прогнозирования логарифмического возврата и приведены результаты его программной реализации.

Во 2-й части статьи рассматривается модель стохастической волатильности, удобная при решении задач прогнозирования волатильности, следовательно, и в оценке риска финансовых инструментов. Приводится прогноз волатильности с помощью линейного фильтра Калмана – Бьюси [11], который является удовлетворительным и позволяет найти интервальный прогноз цены.

### Линейный прогноз

Рассмотрим вероятностное пространство  $(\Omega, F, P)$ , где  $\Omega$  – пространство элементарных случайных событий  $\omega \in \Omega$ ;  $F$  –  $\sigma$ -алгебра подмножеств  $\Omega$ ;  $P$  – семейство вероятностных мер, возможно, параметрическое на  $F$ .

**Определение [12].** Гильбертовым пространством вещественнозначных случайных величин с конечным вторым моментом  $L^2(\Omega, F, P)$  называется линейное пространство случайных величин с  $E\xi = 0, E\xi^2 < \infty$  и скалярным произведением  $(\xi, \eta) = E\xi\eta = \text{cov}(\xi, \eta)$ .

Рассмотрим совокупность линейно независимых случайных величин  $\eta_1, \dots, \eta_n$ . Обозначим через  $L_\eta$  линейную оболочку, натянутую на случайные величины  $\eta_1, \dots, \eta_n$ .

Наилучшим линейным прогнозом случайной величины  $\xi$  по совокупности случайных величин  $\eta_1, \dots, \eta_n$  назовём

$$\hat{\xi} = \arg \min_{\zeta \in L_\eta} E(\xi - \zeta)^2.$$

Так как  $\zeta \in L_\eta$ , то  $\zeta = \sum_{i=1}^n a_i \eta_i$ . Следовательно, наилучший линейный прогноз

$$\hat{\xi} = \arg \min_a E \left( \xi - \sum_{i=1}^n a_i \eta_i \right)^2.$$

Минимум достигается тогда, когда разность  $\xi - \sum_{i=1}^n a_i \eta_i$  ортогональна подпространству  $L_\eta$ . Таким образом, решение задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)  $E \left( \xi - \sum_{i=1}^n a_i \eta_i \right) \eta_j = 0$ .

В матричных обозначениях система уравнений представляется в виде

$$\mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{Y},$$

где

$$\mathbf{X} = (a_i)_{i=1}^n; c_{i,j} = \text{cov}(\eta_i, \eta_j);$$

$$\mathbf{Y} = (y_i)_{i=1}^n; y_i = \text{cov}(\xi, \eta_i); i = 1, \dots, n.$$

Дисперсия ошибки

$$D\Delta_\eta = E \left( \xi - \sum_{i=1}^n a_i \eta_i \right)^2 =$$

$$= D\xi - 2 \sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(\xi, \eta_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{cov}(\eta_i, \eta_j) =$$

$$= D\xi - 2(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) + (\mathbf{C}\mathbf{X}, \mathbf{X}).$$

Откуда

$$D\Delta_\eta = D\xi - (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Y}, \mathbf{Y}).$$

Здесь через  $(\cdot, \cdot)$  обозначается скалярное произведение евклидова пространства.

Пусть последовательность  $(S_n)_{n=0}^N$  – рыночная стоимость акций. Она является стохастической, определённой на вероятностном пространстве  $(\Omega, F, P)$ . В качестве финансового индекса в статье рассматривается логарифмический возврат, определяемый формулой  $h_n = \ln \left( \frac{S_n}{S_{n-1}} \right)$ .

Распределение вероятностей последовательности  $(S_n)_{n=0}^N$  сводится к описанию распределения вероятностей последовательности логарифмических возвратов  $(h_n)_{n=1}^N$ , т.е. к заданию последовательности  $\mu_n = E h_n$  и ковариационной матрицы  $\mathbf{C} = (c_{n,m})_{n,m=1}^N, c_{n,m} = \text{cov}(h_n, h_m) = E(h_n h_m) - \mu_n \mu_m$ .

В [12] показано, что  $\hat{h}_{N+1} = E(h_{N+1} / h_1, \dots, h_N) = \mu_{N+1} + \sum_{i=1}^N a_i (h_i - \mu_i)$ , где  $(a_i)_{i=1}^N$  – элементы вектора  $\mathbf{X}$ , удовлетворяющего СЛАУ  $\mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{Y}, \mathbf{Y} = (y_i)_{i=1}^N, y_i = (y_i)_{i=1}^N, y_i = \text{cov}(h_{N+1}, h_i)$ . Ошибка прогноза  $\Delta_{N+1} = \hat{h}_{N+1} - h_{N+1}$  распределена по нормальному закону распределения с математическим ожиданием  $E\Delta_{N+1} = 0$  и дисперсией  $D\Delta_{N+1} = D h_{N+1} - (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Y}, \mathbf{Y})$ .

### Модель типа Кокса – Росса – Рубинштейна с белым шумом

В данной модели логарифмический возврат имеет вид  $h_n = (b-a)\delta_n\delta_{n-1} + a\delta_{n-1} + \varepsilon_n, \delta_0 = 1$ , где  $(\delta_n)_{n=1}^N$  – последовательность независимых и одинаково распределённых бинарных случайных величин;  $(\varepsilon_n)_{n=1}^N$  – последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин.

Математическое ожидание  $Eh_n = p((b-a)p+a)$ ,  
 $p = P(\delta_n = 1)$ ;

дисперсия

$$Dh_n = p(1-p)(p(1+p)(b-a)^2 + 2ap(b-a) + a^2) + \sigma^2;$$

ковариация

$$\text{cov}(h_{n+k}, h_n) = \begin{cases} 0, k > 1 \\ (b-a)p^2(1-p)(b-a)p+a, k = 1 \end{cases}$$

Наилучший линейный прогноз

$$\hat{h}_{N+1} = Eh_{N+1} + \sum_{i=1}^N x_i (h_i - Eh_i).$$

Здесь  $(x_i)_{i=1}^N$  – элементы вектора  $\mathbf{X}$ , удовлетворяющего СЛАУ  $\mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{Y}$ ,

$$\mathbf{Y} = (y_i)_{i=1}^N; y_i = \text{cov}(h_{N+1}, h_i);$$

$$\mathbf{C} = (c_{n,m})_{n,m=1}^N, c_{n,m} = \text{cov}(h_n, h_m).$$

Дисперсия ошибки

$$D\Delta_{N+1} = Dh_{N+1} - (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Y}, \mathbf{Y}).$$

Введём обозначения:  $Cv = \text{cov}(h_{N+1}, h_n)$  и  $Ds = Dh_{n+1}$ . В этих обозначениях матрица  $\mathbf{C} = (c_{i,j})_{i,j=1}^N$ ,  $c_{i,j} =$

$$= \begin{cases} Ds, i = j \\ Cv, |i - j| = 1, \mathbf{Y} = (y_i)_{i=1}^N, y_i = 0, i = 1, \dots, N-1, y_N = Cv \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$$

Представим трёхдиагональную ковариационную матрицу  $\mathbf{C}$  в виде произведения  $\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$ , где матрица  $\mathbf{A} = (\alpha_{i,j})_{i,j=1}^N$ ,  $\alpha_{i,j} = 0, i < j$ . Элементы матрицы  $\mathbf{A}$

удовлетворяют уравнениям  $\alpha_{1,1} = \sqrt{Ds}$ ,  $\alpha_{i+1,i} = \frac{Cv}{\alpha_{i,i}}$ ,

$$\alpha_{i+1,i+1} = \sqrt{Ds - \alpha_{i+1,i}^2}, i = 1, \dots, N-1.$$

Запишем уравнение  $\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$  в виде  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T\mathbf{X} = \mathbf{Y}$ . Введём обозначение:  $\mathbf{Z} = \mathbf{A}^T\mathbf{X}$ . Тогда  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T\mathbf{X} = \mathbf{Y}$  распадается на два уравнения:  $\mathbf{A}\mathbf{Z} = \mathbf{Y}, \mathbf{A}^T\mathbf{X} = \mathbf{Z}$ . Решение первого –

$$\mathbf{Z} = (z_i)_{i=1}^N, z_i = 0, i = 1, \dots, N-1, z_N = \frac{Cv}{\alpha_{N,N}};$$

$$\text{го } x_N = \frac{Cv}{\alpha_{N,N}^2}, x_{N-k} = -\frac{\alpha_{N-k+1,N-k}x_{N-k+1}}{\alpha_{N-k,N-k}},$$

$$k = 1, \dots, N-1.$$

Таким образом, наилучший линейный прогноз

$$\hat{h}_{N+1} = p((b-a)p+a) + \sum_{i=1}^N x_i (h_i - p((b-a)p+a)).$$

Дисперсия ошибки

$$D\Delta_{N+1} = p(1-p)(p(1+p)(b-a)^2 + 2ap(b-a) + a^2) + \sigma^2 - \frac{Cv^2}{\alpha_{N,N}^2}.$$

#### Пример 1.

В этом примере, как и в следующем, приводится сравнение значения величины  $\hat{h}_{N+1}$  со средним значением величины  $h_{N+1}$ , полученным с помощью метода Монте-Карло  $\hat{h}_{N+1}^{MK}$ . Число испытаний в методе Монте-Карло  $M = 1000$ . Значение  $N = 100$ .

Начальные данные:  $a = 0,1, b = 0,7, p = 0,5$ ,

$$\hat{h}_{N+1} \approx 0,236, \hat{h}_{N+1}^{MK} \approx 0,283.$$

Дисперсия ошибки прогноза  $\Delta_{N+1} \approx 0,099$ .

Рассмотрим ещё один вариант модели Кокса – Росса – Рубинштейна с белым шумом. В данной модели логарифмический возврат имеет вид

$$h_n = b\delta_n + a(1 - \delta_n) + \varepsilon_n, \delta_0 = 1,$$

где  $(\delta_n)_{n=1}^N$  – последовательность независимых случайных величин, образующих марковскую цепь с переходными вероятностями  $P(\delta_n = 1 / \delta_{n-1} = 1) = s, P(\delta_n = 1 / \delta_{n-1} = 0) = r; (\varepsilon_n)_{n=1}^N$  – последовательность независимых стандартных гауссовских случайных величин. Обозначим через

$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1-r & 1-s \\ r & s \end{pmatrix}$  матрицу переходных вероятностей.

Пусть  $\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix} P(\delta_1 = 0) \\ P(\delta_1 = 1) \end{pmatrix}, \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Тогда

$$Eh_n = (b-a)P(\delta_n = 1) + a, P(\delta_n = 1) = (\mathbf{Q}^{n-1}\mathbf{P}_1, \mathbf{I}).$$

Собственные числа матрицы  $\mathbf{Q}$ :  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = s - r$ . Соответствующие собственные

векторы –  $\mathbf{U}_1 = \begin{pmatrix} 1-s \\ r \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{U}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Таким образом,

для матрицы  $\mathbf{Q}$  существует сингулярное разложение

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{U}^{-1}, \text{ где } \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & s-r \end{pmatrix}, \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1-s & -1 \\ r & 1 \end{pmatrix}.$$

Справедлива формула  $\mathbf{Q}^k = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^k\mathbf{U}^{-1}$ . Матрица

$$\mathbf{U}^{-1} = \frac{r}{1+r-s} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & \frac{1-s}{r} \end{pmatrix}. \text{ Отсюда}$$

$$Eh_n = \frac{b-a}{1+r-s} \left( r + (s-r)^n (P(\delta_1=1)(1-s) - P(\delta_1=0)r) \right) + a.$$

Отметим, что поскольку  $|s-r| < 1$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} (s-r)^n = 0$ . Следовательно,  $\lim_{n \rightarrow \infty} Eh_n = \frac{r(b-a)}{1+r-s} + a$ , причём скорость сходимости – показательная.

Аналогично рассчитывается ковариация  $\text{cov}(h_n, h_m) = (b-a)^2 (\mathbf{Q}^{m-1} \mathbf{P}_1, \mathbf{I}) (\mathbf{Q}^{n-m} \mathbf{I}, \mathbf{I}) - (\mathbf{Q}^{n-1} \mathbf{I}, \mathbf{I})$  и дисперсия

$$Dh_n = Eh_n^2 - E^2h_n,$$

$$Eh_n^2 = (b-a)^2 (\mathbf{Q}^{n-1} \mathbf{P}_1, \mathbf{I}) + 2a(b-a) (\mathbf{Q}^{n-1} \mathbf{P}_1, \mathbf{I}) + a^2.$$

Таким образом, наилучший линейный прогноз

$$\hat{h}_{N+1} = Eh_{N+1} + \sum_{i=1}^N x_i (h_i - Eh_i),$$

где  $(x_i)_{i=1}^N$  – элементы вектора  $\mathbf{X}$ , удовлетворяющего СЛАУ  $\mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Y} = (y_i)_{i=1}^N$ ,  $y_i = \text{cov}(h_{N+1}, h_i)$ ,

$$\mathbf{C} = (c_{n,m})_{n,m=1}^N, \quad c_{n,m} = \text{cov}(h_n, h_m).$$

Дисперсия ошибки

$$D\Delta_{N+1} = Dh_{N+1} - (\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}, \mathbf{Y}).$$

**Пример 2.**

Начальные данные:  $a = -0,3$ ,  $b = 0,3$ ,  $p = 0,5$ ,

$$\hat{h}_{N+1} \approx 0,035, \quad \hat{h}_{N+1}^{MK} \approx 0,036.$$

Дисперсия ошибки прогноза  $\Delta_{N+1} \approx 0,052$ .

### Модель стохастической волатильности

$$h_n = \sigma_n \varepsilon_n, \quad \sigma_n = \exp\left(\frac{\Delta_n}{2}\right), \quad \Delta_n = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \Delta_{n-i} + c \delta_n,$$

$\varepsilon_n \sim N(0,1)$ ,  $\delta_n \sim N(0,1)$ ,  $\varepsilon_n$  и  $\delta_n$  независимы.

Предположим, что  $p = 1$ . Введём обозначения

$$x_n = \ln h_n^2, \quad y_n = \ln \sigma_n^2.$$

Тогда

$$x_n = E \ln \varepsilon_n^2 + y_n + (\ln \varepsilon_n^2 - E \ln \varepsilon_n^2),$$

$$y_n = a_0 + a_1 y_{n-1} + c \delta_n.$$

Введём случайные величины

$$\eta_n = \ln \varepsilon_n^2 - E \ln \varepsilon_n^2, \quad \xi_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \eta_n.$$

Следовательно,

$$x_n = E \ln \varepsilon_n^2 + y_n + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \xi_n, \quad y_n = a_0 + a_1 y_{n-1} + c \delta_n.$$

Получили линейную стохастическую систему, в которой  $(\varepsilon_n)_{n=1}^N$  является стандартной нормальной случайной величиной, а  $(\xi_n)_{n=1}^N$  не является гауссовской. Предположим, что случайные величины  $(\xi_n)_{n=1}^N$  подчиняются нормальному распределению. Рассмотрим линейный фильтр Калмана – Бьюси [11].

Введём  $z_n = Dy_n$  и  $u_n$  – наилучшую в среднеквадратическом смысле оценку  $y_n$  по наблюдаемым  $x_1, \dots, x_n$ . Таким образом, фильтр определяется через систему

$$u_{n+1} = (a_0 + a_1 u_n) +$$

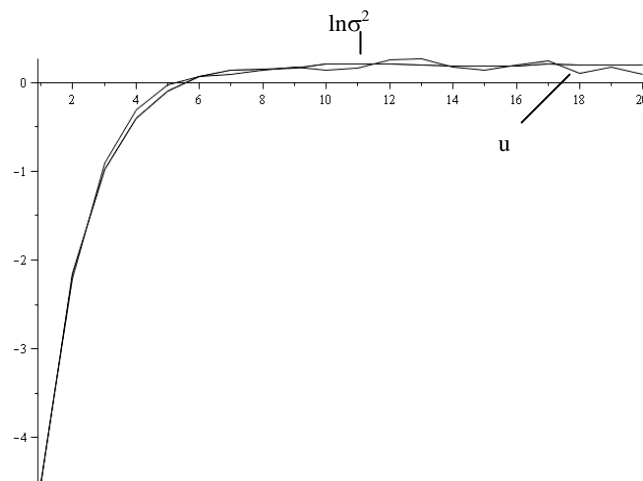
$$+ \frac{a_1 z_n}{\frac{\pi^2}{2} + z_n} (x_{n+1} - E \ln \varepsilon_n^2 - u_n), \quad u_0 = Ey_0,$$

$$z_{n+1} = (a_1^2 + c^2) - \frac{(a_1 z_n)^2}{\frac{\pi^2}{2} + z_n}, \quad z_0 = Dy_0.$$

**Пример 3.**

Начальные данные:  $a_0 = 0,1$ ;  $a_1 = 0,5$ ;  $c = 0,01$ .

По оси абсцисс изображены значения  $n = 1, \dots, N = 20$ . По оси ординат – значения  $(u_n)_{n=1}^N$  и  $(\ln \sigma_n^2)_{n=1}^N$  (рисунок).



Графики компьютерной реализации значений  $\ln \sigma^2$  и прогноза  $u$  для модели стохастической волатильности / The graphs of computer realization of values  $\ln \sigma^2$  and forecast  $u$  for the model of stochastic volatility

### Заключение

Статья посвящена применению известной теории прогнозирования к некоторым моделям (В,S)-рынков. Для линейных моделей, являющихся обобщением модели Кокса – Росса – Рубинштейна,

приводится сравнение прогнозируемых результатов со средними значениями финансовых индексов, полученными с помощью метода Монте-Карло, для модели стохастической волатильности – прогнозирование стохастической волатильности с помощью фильтра Калмана – Бьюси.

#### Литература

1. Brockwell P.J., Davis R.A. Time Series: Theory and Methods. 2<sup>nd</sup> ed. N. Y.: Springer-Verlag, 1991. 580 p.
2. Gouriéroux Ch. Models ARCH et applications financiers. Paris: Economica, 1992. 100 p.
3. Guegan D. Series chronologiques non lineaires a temps discret. Paris: Economica, 1994. 308 p.
4. Hamilton J.D. Time Series Analysis. Princeton, N. J. : Princeton University Press, 1994. 816 p.
5. Хеннан Э. Многомерные временные ряды. М.: Мир, 1974. 576 p.
6. Mills T.C., Markellos R.N. The Econometric Modelling of Financial Time Series. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 150 p.
7. Taylor S. Modeling Financial Time Series. N. Y.: Wiley, 2008. 200 p.
8. Shiryayev A.N., Spokoinyi V.G. Sequential Estimation for Autoregressive Systems. Preprint. Paris: Université Paris-Sud, 1993. 250 p.
9. Kabalia P. On the Asymptotic Efficiency of Estimators of the Parameters of ARMA processes // J. of Time Series Analysis. 1983. Vol. 4. P. 37–49.
10. Спокойный В.Г., Ширяев А.Н. Статистические эксперименты и решения (асимптотическая теория) // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНТИ, 1993. 123 с.
11. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. М.: Мир, 1988. 168 с.

12. Белявский Г.И., Данилова Н.В. Линейные и нелинейные модели финансовых индексов. Ростов н/Д.: Изд-во Южн. фед. ун-та, 2014. 132 с.

#### References

1. Brockwell P.J., Davis R.A. Time Series: Theory and Methods. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Springer-Verlag, 1991, 580 p.
2. Gouriéroux Ch. Models ARCH et applications financiers. Paris: Economica, 1992, 100 p.
3. Guegan D. Series chronologiques non lineaires a temps discret. Paris: Economica, 1994, 308 p.
4. Hamilton J.D. Time Series Analysis. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1994, 816 p.
5. Khennan E. Mnogomernye vremennye ryady [Multidimensional time series]. Moscow: Mir, 1974, 576 p.
6. Mills T.C., Markellos R.N. The Econometric Modelling of Financial Time Series. Cambridge: Cambridge University Press, 2012, 150 p.
7. Taylor S. Modeling Financial Time Series. New York: Wiley, 2008, 200 p.
8. Shiryayev A.N., Spokoinyi V.G. Sequential Estimation for Autoregressive Systems. Preprint. Paris: Université Paris-Sud, 1993, 250 p.
9. Kabalia P. On the Asymptotic Efficiency of Estimators of the Parameters of ARMA processes. J. of Time Series Analysis. 1983, vol. 4, pp. 37-49.
10. Spokoinyi V.G., Shiryayev A.N. [Statistical experiments and solutions (asymptotic theory)]. Itogi nauki i tekhniki. Sovremennye problemy matematiki. Fundamental'nye napravleniya [The results of science and technology. Modern problems of mathematics. Fundamental directions]. Moscow: VINITI, 1993, 123 p.
11. Balakrishnan A.V. Teoriya fil'tratsii Kalmana [The theory of Kalma filtration]. Moscow: Mir, 1988, 168 p.
12. Belyavskii G.I., Danilova N.V. Lineinye i nelineinye modeli finansovykh indeksov [Linear and non-linear models of financial indexes]. Rostov-on-Don: Izd-vo Yuzhn. fed. un-ta, 2014, 132 p.

УДК 519.8

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-20-25

## ЭФФЕКТИВНО ВЫЧИСЛЯЕМОЕ ЗНАЧЕНИЕ КООПЕРАТИВНОЙ ТП-ИГРЫ

© 2018 г. А.Б. Зинченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

## EFFECTIVELY COMPUTED VALUE FOR COOPERATIVE TU-GAME

A.B. Zinchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Зинченко Александра Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра исследования операций, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: zinch46@mail.ru

Alexandra B. Zinchenko - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of High Mathematics and Operations Research, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: zinch46@mail.ru

Предметом исследования статьи являются кооперативные игры, в которых полезность, достижимую для коалиции, можно произвольно разделить между партнерами. Цель работы – исследование свойств одноточечного решения, определенного для достаточно широкого класса игр и имеющего полиномиальную оценку сложности. Это решение компромиссного типа. Дано его аксиоматическое обоснование, использующее две стандартные аксиомы (эффективность и аддитивность) и две новые аксиомы (ограниченная симметричность и модифицированное свойство нулевого игрока). Выведены необходимые и достаточные условия принадлежности рассматриваемого решения множеству дележей, а также достаточные условия, при которых оно совпадает с значением Шепли и  $\tau$ -значением. Область применения описанного решения – ситуации, допускающие субсидии. Целесообразность таких решений обосновывается необходимостью учитывать социальные аспекты кооперативной игры.

**Ключевые слова:** кооперативная игра, трансферабельная полезность, одноточечное решение, аксиоматизация, компромисс.

The subject of paper's study are the cooperative games in which the utility, achievable by a coalition, can be equally divided among the partners. The purpose of work is an investigation of properties of one-point solution that is determined for sufficiently wide class of games and have the polynomial computational complexity. That is a compromise-type solution. We give its axiomatic characterization using two standart axioms (efficiency and additivity) and two new axioms (modified null player property end restricted symmetry). We provide necessary and sufficient condition under which it belongs to nonempty imputation set as well as the sufficient conditions for its coincidence with the Shapley value and the  $\tau$ -value. The field of applications for defined solution are the situations allowing subsidies. Reasonability of such solutions is motivated by necessity to take into account social aspects of cooperative game.

**Keywords:** cooperative game, transferable utility, one-point solution, axiomatization, compromise.

В кооперативной игре  $(N, v)$  с трансферабельной полезностью (ТП-игре), где  $N = \{1, \dots, n\}$ ,  $n \geq 2$ ,  $v: 2^N \rightarrow R$ ,  $v(\emptyset) = 0$ , предполагается, что образовалась максимальная коалиция  $N$ . Игра  $(N, v^*)$ , где  $v^*(S) = v(N) - v(N \setminus S)$ ,  $S \in 2^N$ , называется двойственной к  $(N, v)$ . При фиксированном  $N$  игрой называют функцию  $v$ , а множество всех таких функций обозначают  $G^N$ . Для любого

$\emptyset \neq G \subseteq G^N$  одноточечным решением (значением игры, правилом) относительно  $G$  является отображение  $\varphi: G \rightarrow R^n$ , которое каждой игре  $v \in G$  ставит в соответствие вектор  $\varphi(v)$ , где  $\varphi_i(v)$  – выигрыши агента  $i \in N$ . Желательные свойства решения формулируются в виде аксиом.

Игра  $(N, v)$  определяется экспоненциальным (относительно  $n$ ) количеством значений  $v(S)$ ,

$S \in 2^N$ , так как  $|2^N| = 2^n$ . Поэтому нахождение решения, зависящего от всех (или почти всех) значений функции  $v$ , – сложная вычислительная задача. Однако существуют классы игр, в которых трудновычисляемые в общем случае решения находятся за полиномиальное (относительно  $n$ ) время. Приведем несколько примеров.

Для полувыпуклой квазисбалансированной игры [1] существует  $\tau$ -значение  $\tau(v)$ , определенное системой, содержащей  $2n+1$  значений функции  $v$ :

$$\tau(v) = (1-\alpha)\beta(v) + \alpha M(v), \quad \sum_{i \in N} \tau_i(v) = v(N),$$

$$M(v) = (M_i(v))_{i \in N}, \quad \beta(v) = (v(i))_{i \in N}, \quad \alpha \in [0,1],$$

$$M_i(v) = v(N) - v(N \setminus i) = v^*(i), \quad i \in N.$$

$N$ -ядро  $\gamma(v)$  игры большого босса [2], совпадающее с  $\tau$ -значением, вычисляется по формуле, содержащей  $n+1$  значение функции  $v$

$$\gamma(v) = (v(N) - \sum_{i \in N \setminus 1} \frac{M_i(v)}{2}, \frac{M_2(v)}{2}, \dots, \frac{M_n(v)}{2}).$$

Для игры  $(N, v)$  с непустыми множествами дележей

$$I(v) = \{x \in R^n \mid \sum x_i = v(N), x \geq \beta(v)\}$$

и двойственных дележей

$$I^*(v) = \{x \in R^n \mid \sum x_i = v(N), x \leq M(v)\}$$

определены  $\sigma$ -значения  $\sigma^r(v)$ ,  $r \in N$ , вычисляемые по формулам

$$\sigma^r(v) = \frac{f^r(v) + g^r(v)}{2}, \quad (1)$$

$$f_i^r(v) = \begin{cases} v(i), & i \neq r, \\ v(N) - \sum_{j \in N \setminus r} v(j), & i = r, \end{cases}$$

$$g_i^r(v) = \begin{cases} M_i(v), & i \neq r, \\ v(N) - \sum_{j \in N \setminus r} M_j(v), & i = r, \end{cases}$$

содержащим  $n+1$  значение функции  $v$ .

В данной работе исследуются свойства одноточечного решения  $\sigma(v)$  игры  $(N, v)$ , являющегося средним арифметическим  $\sigma^r(v)$ ,  $r \in N$ , т.е.

$$\sigma(v) = \frac{\sum_{r \in N} \sigma^r(v)}{n}. \quad \text{Это решение, названное } \sigma\text{-центром, существует для достаточно широкого множества } \tilde{G}^N \subset G^N \text{ игр, удовлетворяющих условию}$$

$$\sum_{i \in N} v(i) \leq v(N) \leq \sum_{i \in N} M_i(v). \quad (2)$$

Имея ту же оценку сложности, что и  $\sigma$ -значения,  $\sigma$ -центр, как правило, более приемлем для конкретных игр, чем любое из  $\sigma^r(v)$ .

Для аксиоматического обоснования  $\sigma$ -центра будем использовать три из четырех аксиом, традиционно характеризующих значение Шепли  $Sh(v)$ . Пусть  $\varphi \in \Phi(v)$ , где  $\Phi(v)$  – множество значений игры  $v \in G \subseteq G^N$ .

**Аксиома 1 (эффektivность).**  $\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N)$

для всех  $v \in G$ .

**Аксиома 2 (симметричность).** Для всех  $v \in G$ ,  $\varphi_i(v) = \varphi_j(v)$ , если  $i$  и  $j$  – симметричные игроки, т.е.  $v(S \cup i) = v(S \cup j)$ ,  $S \subseteq N \setminus \{i, j\}$ .

**Аксиома 3 (аддитивность).** Для любых  $v, w \in G$ , если  $(v+w) \in G$ , то  $\varphi(v+w) = \varphi(v) + \varphi(w)$ , где  $(v+w)(S) = v(S) + w(S)$ ,  $S \subseteq N$ .

Значение Шепли является единственным одноточечным решением игры  $v \in G^N$ , удовлетворяющим аксиомам 1–3 и свойству нулевого игрока, согласно которому агент  $i \in N$  получает нулевой выигрыш, если  $v(S \cup i) = v(S)$ ,  $S \subseteq N \setminus i$ . Как будет доказано ниже,  $\sigma$ -центр, аналогично консенсус-значению [3], обобщенному консенсус-значению [3], солидарному значению [4] и некоторым другим, не удовлетворяет аксиоме нулевого игрока. Такие решения имеют приложения в ситуациях, допускающих субсидии. Их целесообразность обосновывается необходимостью учитывать некоторые, обычно трудноформализуемые социальные аспекты кооперативной игры [4]. Аксиоматические обоснования отличных  $Sh(v)$  значений  $\varphi \in \Phi(v)$ , удовлетворяющих аксиомам 1–3, часто включают аксиому, определяющую в общем случае ненулевой выигрыш нулевого игрока или не равный  $v(i)$  выигрыш нейтрального игрока [3]. Нулевого игрока иногда заменяют  $A$ -нулевым [4] или аннулирующим [5]. Решения  $\varphi \in \Phi(v)$ ,  $v \in G \subseteq G^N$ , без свойства нулевого игрока часто доминируют по Лоренсу значение Шепли [6].

Покажем, что  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиомам 1–3 и новой аксиоме.

**Аксиома 4 (модифицированное свойство нулевого игрока).** Для всех  $v \in G$ , если  $i$  – нулевой игрок в  $(N, v)$ , то

$$\varphi_i(v) = \sum_{j \in N} \frac{v(N \setminus j) - v(j)}{2n} - \frac{v(N)(n-2)}{2}. \quad (3)$$

**Теорема 1.** В классе  $\tilde{G}^N \subset G^N$   $\sigma$ -центр удовлетворяет аксиомам 1–4.

*Доказательство.* Из (1) вытекает

$$\sigma^r(v) = \begin{cases} \frac{v(i) + M_i(v)}{2}, & i \neq r, \\ v(N) - \sum_{j \in N \setminus i} \frac{v(j) + M_j(v)}{2}, & i = r, \end{cases}$$

для всех  $r, i \in N$ . Следовательно,  $\sigma(v) = (\sigma_i(v))_{i \in N}$ , где

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i(v) &= \frac{v(N)}{n} - \sum_{j \in N \setminus i} \frac{v(j) + M_j(v)}{2n} + \\ &+ (n-1) \frac{v(i) + M_i(v)}{2n} = \theta(v) - \frac{v(N \setminus i) - v(i)}{2}, \\ \theta(v) &= \frac{v(N)}{n} + \sum_{j \in N} \frac{v(N \setminus j) - v(j)}{2n}. \end{aligned} \right\} (4)$$

Суммируя  $\sigma_i(v)$ , имеем  $\sum_{i \in N} \sigma_i(v) =$   
 $= \sum_{i \in N} [\theta(v) - \frac{v(N \setminus i) - v(i)}{2}]$ . Учитывая формулу для  $\theta(v)$ , получаем  $\sum_{i \in N} \sigma_i(v) = v(N)$ . Значит,  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 1. Если игроки  $i, p \in N$  симметричны в  $(N, v)$ , то  $v(i) = v(p)$  и для  $(n-2)$ -элементных коалиций  $S \subseteq N \setminus \{i, p\}$ ,  $|S| = n-2$ , имеем  $v(S \cup i) = v(N \setminus p) = v(S \cup p) = v(N \setminus i)$ . Следовательно,  $\sigma_i(v) = \sigma_p(v)$ . Доказано, что  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 2. Пусть  $v, w \in \tilde{G}^N$ . Из соотношений  $\sum_{i \in N} v(i) \leq v(N) \leq \sum_{i \in N} M_i(v)$  и  $\sum_{i \in N} w(i) \leq w(N) \leq \sum_{i \in N} M_i(w)$  вытекает  $(v+w) \in \tilde{G}^N$ . Кроме того,  $\sigma_i(v+w) = \sigma_i(v) + \sigma_i(w)$ ,  $i \in N$ . Значит,  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 3. Если  $i$  – нулевой игрок в  $(N, v)$ , то  $v(i) = 0$  и  $v(N \setminus i) = v(N)$ . Подставив эти значения в (4), получаем (3). Значит,  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 4.

**Следствие 1.** Если  $v \in \tilde{G}^N$  – симметричная игра, то  $\sigma$ -центр совпадает с  $N$ -ядром и значением Шепли. Если  $v \in \tilde{G}^N$  – симметричная квазисбалансированная игра, то  $\sigma$ -центр совпадает с  $\tau$ -значением.

*Доказательство.* В симметричной игре все игроки попарно симметричны. Значение Шепли,  $N$ -ядро и  $\tau$ -значение, как и  $\sigma$ -центр, удовлетворяют аксиоме 2, поэтому

$$\sigma(v) = Sh(v) = \gamma(v) = \tau(v) = \left( \frac{v(N)}{n}, \dots, \frac{v(N)}{n} \right).$$

**Следствие 2.** Пусть  $i_m$  – нулевой игрок в

$(N, v)$  и  $v \in \tilde{G}_0^N$ , где  $\tilde{G}_0^N \subset \tilde{G}^N$  – множество 0-нормализованных игр. Игрок  $i$  получает положительный выигрыш  $\sigma_i(v) > 0$  (нулевой выигрыш  $\sigma_i(v) = 0$ ) тогда и только тогда, когда  $v(N) > \sum_{j \in N} \frac{M_j(v)}{2}$  ( $v(N) = \sum_{j \in N} \frac{M_j(v)}{2}$ ).

*Доказательство.* Выигрыш нулевого игрока в  $\sigma(v)$  определяется формулой (3). Если игра  $(N, v)$  имеет 0-форму, то  $v(i) = 0$ ,  $i \in N$ . Подставив эти значения в (3), получаем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i(v) &= \sum_{j \in N} \frac{v(N \setminus j)}{2n} - \frac{v(N)(n-2)}{2n} = \\ &= \frac{1}{n} [v(N) - \sum_{j \in N} \frac{M_j(v)}{2}] \end{aligned} \right\} (5)$$

откуда следует доказываемое.

**Следствие 3.** Для любой игры  $v \in \tilde{G}_0^N$  справедливо:

- $\sigma(v) \in I(v)$  тогда и только тогда, когда  $v(N) \geq \frac{1}{2} [n \max_{i \in N} \{v(N \setminus i)\} - \sum_{j \in N} v(N \setminus j)]$ ;
- если  $v(N \setminus 1) = \dots = v(N \setminus n)$ , то  $\sigma(v) = \frac{1}{n} \sum_{r \in N} f^r(v) = \left( \frac{v(N)}{n}, \dots, \frac{v(N)}{n} \right)$  – центр  $I(v)$ .

*Доказательство:* а) так как  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 1, то  $\sigma(v) \in I(v)$  тогда и только тогда, когда  $\sigma_i(v) \geq 0$ ,  $i \in N$ . Подставив  $v(i) = 0$ ,  $i \in N$ , в формулу (3), получаем

$$\begin{aligned} \sigma_i(v) &= \theta(v) - \frac{v(N \setminus i)}{2} = \\ &= \frac{v(N)}{n} + \sum_{j \in N} \frac{v(N \setminus j)}{2n} - \frac{v(N \setminus i)}{2}, \quad i \in N. \end{aligned}$$

Значит,  $\sigma_i(v) \geq 0$ ,  $i \in N$ , тогда и только тогда,

$$\text{когда } v(N) \geq \frac{nv(N \setminus i)}{2} - \sum_{j \in N} \frac{v(N \setminus j)}{2}, \quad i \in N.$$

Конец доказательства очевиден;

б) доказательство этого пункта вытекает из формулы для  $\sigma$ -центра игры  $v \in \tilde{G}_0^N$  и формул для вершин  $f^r(v)$ ,  $r \in N$ , множества дележей 0-нормализованной игры.

Далее будет нужен ослабленный вариант аксиомы 2.



**Аксиома 5** (ограниченная симметричность).

Для всех  $v \in G^N$ ,  $\varphi_i(v) = \varphi_j(v)$ , если  $i, j \in N$  и  $v(i) = v(j)$ ,  $v(N \setminus i) = v(N \setminus j)$ .

**Теорема 2.** Для любой игры  $v \in \tilde{G}^N$  аксиомы 1–4 определяют единственное одноточечное решение, совпадающее с  $\sigma(v)$ .

*Доказательство.* Согласно теореме 1,  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиомам 1–4. Покажем, что эти аксиомы определяют единственное решение  $\varphi(\alpha u_T)$  игры  $(N, \alpha u_T)$ , где  $\emptyset \neq T \subseteq N$ ,  $\alpha \in R$ ,  $u_T \in G^N$  – игра единогласия коалиции  $T$ :

$$u_T(S) = \begin{cases} 1, & T \subseteq S, \\ 0, & T \not\subseteq S. \end{cases}$$

Очевидно, что  $\alpha u_T \in \tilde{G}^N$ . Рассмотрим три случая:

1.  $T = N$ . Тогда игра  $(N, \alpha u_T)$  – симметричная.

По аксиоме 2  $\varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\alpha}{n}$ ,  $i \in N$ .

2.  $T = \{i^*\}$ ,  $i^* \in N$ . Тогда  $\alpha u_T(i^*) = \alpha$ ,  $\alpha u_T(N \setminus i^*) = 0$ ,  $\alpha u_T(i) = 0$ ,  $\alpha u_T(N \setminus i) = \alpha$  для  $i \in N \setminus i^*$ . Все игроки коалиции  $N \setminus i^*$  – нулевые в  $(N, \alpha u_T)$ . По аксиоме 4

$$\varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\alpha}{n} - \frac{\alpha}{2n} + (n-1) \frac{\alpha}{2n} - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2n}$$

для всех  $i \in N \setminus i^*$ . По аксиоме 1  $\varphi_{i^*}(\alpha u_T) = \alpha - \sum_{i \in N \setminus i^*} \varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\alpha(n+1)}{2n}$ .

3.  $2 \leq |T| \leq n-1$ . Тогда  $\alpha u_T(i) = 0$  для всех  $i \in N$ ,  $\alpha u_T(N \setminus i) = 0$  для  $i \in T$ ,  $\alpha u_T(N \setminus i) = \alpha$  для  $i \in N \setminus T$ . Все игроки коалиции  $N \setminus T$  – нулевые в  $(N, \alpha u_T)$ . По аксиоме 4  $\varphi_i(\alpha u_T)$  однозначно определены для всех  $i \in N \setminus T$ . По аксиоме 1

$$\sum_{i \in T} \varphi_i(\alpha u_T) = \alpha - \sum_{i \in N \setminus T} \varphi_i(\alpha u_T).$$

Все игроки коалиции  $T$  попарно симметричны. По аксиоме 2

$$\varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\sum_{i \in T} \varphi_i(\alpha u_T)}{|T|}, \quad i \in T.$$

Доказали, что  $\varphi(\alpha u_T)$  однозначно определено аксиомами 1–4. Единственность  $\varphi(v)$  для любой функции  $v \in \tilde{G}^N$  следует из аксиомы 2 и из того, что семейство функций  $u_T$ ,  $\emptyset \neq T \subseteq N$ , образует базис линейного пространства  $G^N$ .

**Следствие 4.** Для любой игры  $v \in \tilde{G}^N$  аксиомы 1 и 3–5 определяют единственное одноточечное решение, совпадающее с  $\sigma(v)$ .

*Доказательство.* Было показано, что  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме 2. Значит,  $\sigma(v)$  удовлетворяет ослабленной аксиоме 5. При доказательстве единственности значения  $\varphi(\alpha u_T)$ , удовлетворяющего аксиомам 1–4, были рассмотрены 3 случая. Покажем, что аксиому 2 можно заменить аксиомой 5.

1.  $T = N$ . Тогда  $\alpha u_T(i) = \alpha u_T(N \setminus i) = 0$ ,  $i \in N$ . По аксиоме 5 выигрыши всех игроков коалиции  $N$  должны быть равными. Используя аксиому 1, получаем  $\varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\alpha}{n}$ ,  $i \in N$ .

2.  $T = \{i^*\}$ ,  $i^* \in N$ . При доказательстве этого случая аксиома 2 не использовалась.

3.  $2 \leq |T| \leq n-1$ . Тогда  $\alpha u_T(i) = \alpha u_T(N \setminus i) = 0$ ,  $i \in T$ . С использованием аксиомы 4 было получено, что  $\varphi_i(\alpha u_T)$  однозначно определены для всех  $i \in N \setminus T$ . По аксиоме 1  $\sum_{i \in T} \varphi_i(\alpha u_T) = \alpha - \sum_{i \in N \setminus T} \varphi_i(\alpha u_T)$ .

По аксиоме 5 выигрыши всех игроков коалиции  $T$  должны быть равными. Значит,  $\varphi_i(\alpha u_T) = \frac{\sum_{i \in T} \varphi_i(\alpha u_T)}{|T|}$ ,  $i \in T$ .

**Следствие 5.** Пусть  $\bar{G}_0^N \subset \tilde{G}^N$  – множество 0-нормализованных игр, удовлетворяющих (2) и условию

$$v(N) = \sum_{j \in N} \frac{M_j(v)}{2}. \text{ Если } v \in \bar{G}_0^N, \text{ то } \sigma(v) = Sh(v).$$

*Доказательство.* По теореме 1  $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиомам 1–3. Если  $v \in \tilde{G}_0^N$  и  $i$  – нулевой игрок в  $(N, v)$ , то согласно следствию 2 и сделанным предположениям  $\sigma_i(v) = 0$ . Значит, в классе  $\bar{G}_0^N$   $\sigma(v)$  удовлетворяет аксиоме нулевого игрока. Эти четыре аксиомы однозначно определяют в  $G^N$  (а следовательно, и в  $\bar{G}_0^N \subset \tilde{G}^N \subset G^N$ ) единственное одноточечное решение –  $Sh(v)$ .

В следующей теореме описан класс игр, для которых  $\sigma$ -центр совпадает с  $\tau$ -значением, а также класс игр, для которых эти решения совпадают с значением Шепли.

**Теорема 3.** Пусть  $m_i(v) = \max_{S: i \in S} \{v(S) - \sum_{j \in S \setminus i} M_j(v)\}$ ,  $i \in N$ ;  $\tilde{G}_0^N \subset \tilde{G}^N$  – множество 0-нормализованных игр, удовлетворяющих (2);  $\hat{G}_0^N = (\hat{G}_0^N)_1 \cup (\hat{G}_0^N)_2 \subset \tilde{G}_0^N$ , где  $(\hat{G}_0^N)_1$  – подмножество игр, удовлетворяющих соотношениям

$$m(v) = 0, \quad M(v) \geq 0, \quad 0 \leq v(N) \leq \sum_{j \in N} M_j(v) \neq 0 \quad (6)$$

и условию  $v(N) = \sum_{j \in N} \frac{M_j(v)}{2}$ , а  $(\hat{G}_0^N)_2$  – подмножество игр, удовлетворяющих (6) и условию  $v(N \setminus 1) = \dots = v(N \setminus n)$ . Тогда:

а)  $(\hat{G}_0^N)_1 \neq \emptyset$ ,  $(\hat{G}_0^N)_2 \neq \emptyset$ ,  $\sigma(v)$  и  $\tau(v)$  определены для  $v \in \hat{G}_0^N$ ;

б)  $\tau(v) = \sigma(v)$  для всех  $v \in \hat{G}_0^N$ ;

в)  $\tau(v) = \sigma(v) = Sh(v)$  для всех  $v \in (\hat{G}_0^N)_1$ ;

д) для игры единогласия  $(N, u_T)$  двухэлементной коалиции решения  $\sigma(v)$ ,  $\tau(v)$ ,  $Sh(v)$  и  $\gamma(v)$  совпадают с центром С-ядра  $C(u_T)$ .

*Доказательство:* а) для игры единогласия  $(N, u_{\{1,2\}})$   $u_{\{1,2\}}(S) = 1$ , если  $\{1,2\} \subseteq S$ , и  $u_{\{1,2\}}(S) = 0$  в остальных случаях. Кроме того,  $m(u_{\{1,2\}}) = \mathbf{0}$ ,  $M(u_{\{1,2\}}) = (1, 1, 0, \dots, 0)$ . Следовательно,  $(N, u_{\{1,2\}})$  удовлетворяет (6) и  $u_{\{1,2\}}(N) = \frac{1}{2} \sum_{j \in N} M_j(u_{\{1,2\}})$ .

Значит,  $u_{\{1,2\}} \in (\hat{G}_0^N)_1$ . Для игры единогласия  $(N, u_N)$   $u_N(N) = 1$ ,  $u_N(S) = 0$  в остальных случаях. Кроме того,  $m(u_N) = \mathbf{0}$ ,  $M(u_N) = (1, \dots, 1)$ . Следовательно,  $(N, u_N)$  удовлетворяет (6) и  $u_N(N \setminus 1) = \dots = u_N(N \setminus n)$ . Значит,  $u_N \in (\hat{G}_0^N)_2$ . Непустота множеств  $(\hat{G}_0^N)_1$  и  $(\hat{G}_0^N)_2$  доказана. Для игр  $v \in \tilde{G}_0^N$  определено  $\sigma(v)$ . Игры, для которых определено  $\tau(v)$ , должны удовлетворять (2) и условию  $m(v) \leq M(v)$ . Из сделанных предположений вытекает, что в классе  $\hat{G}_0^N$  оба решения существуют;

б) обозначим  $\xi = \sum_{j \in N} M_j(v)$ . Из (6) следует, что  $\xi > 0$ . Используя формулы для  $\tau(v)$  и  $\sigma(v)$ , получаем  $\sigma_i(v) = \frac{v(N)}{n} - \frac{\xi}{2n} + \frac{M_i(v)}{2}$ ,  $i \in N$ ,  $\tau(v) = \alpha M(v)$ , где  $\alpha \xi = v(N)$ . Значит,  $\tau_i(v) = \frac{v(N)M_i(v)}{\xi}$ ,  $i \in N$ . Рассмотрим разность

$$\sigma_i(v) - \tau_i(v) = \frac{2\xi v(N) - \xi^2 + n\xi M_i(v)}{2n\xi} - \frac{2nv(N)M_i(v)}{2n\xi} = \frac{[nM_i(v) - \xi][\xi - 2v(N)]}{2n\xi}.$$

Теперь доказываемое утверждение очевидно;

в) было доказано, что  $\sigma(v) = Sh(v)$  для игр  $v \in \tilde{G}_0^N \subset \hat{G}_0^N$  (следствие 5) и  $\tau(v) = \sigma(v)$  для всех

$v \in \hat{G}_0^N$ . Доказываемое утверждение вытекает из включений  $(\hat{G}_0^N)_1 \subset \tilde{G}_0^N$ ,  $(\hat{G}_0^N)_2 \subset \hat{G}_0^N$ ;

д) без ограничения общности положим  $T = \{1, 2\}$ . Тогда С-ядро игры  $(N, u_T)$  имеет вид  $C(u_T) = conv\{(1, 0, \dots, 0), (0, 1, 0, \dots, 0)\}$ . Известно, что центр  $C(u_T)$  совпадает с N-ядром и значением Шепли, т.е.  $\gamma(v) = Sh(v) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \dots, 0)$ . Любая игра  $(N, u_T)$  выпуклая. Поэтому  $\tau(v) = Sh(v)$  [1]. Используя формулу для  $\sigma$ -центра 0-нормализованной игры, получаем  $\sigma_i(u_T) = \frac{1}{n} + \frac{n-|T|}{2n} - \frac{1}{2} = 0$  для  $i \in N \setminus \{1, 2\}$ ,  $\sigma_i(v) = \frac{1}{n} + \frac{n-|T|}{2n} = \frac{1}{2}$  для  $i \in \{1, 2\}$ .

Кроме результатов, полученных в теореме 3, представляет практический интерес исследование поведения  $\sigma$ -центра на подклассах игр, параметрическое описание которых дано в [7].

## Литература

1. Driessen T.S.H., Tijs S.H. The  $\tau$ -value, the core and semiconvex games // Int. J. of Game Theory. 1985. Vol. 14, № 4. P. 229–248.
2. Muto S., Nakayama M., Potters J., Tijs S. On big boss games // The economic studies quarterly. 1988. Vol. 39, № 4. P. 303–321.
3. Ju Y., Born P., Rays P. The consensus value: a new solution concept for cooperative games // Social choice and welfare. 2007. Vol. 28, № 4. P. 685–703.
4. Nowak A.S., Radzik T. A solidarity value for n-person transferable utility games // Int. J. of Game Theory. 1997. Vol. 23. P. 43–48.
5. Van den Brink R. Null or nullifying players: the difference between the Shapley value and equal division solutions // J. of Economic Theory. 2007. Vol. 136. P. 767–775.
6. Zinchenko A.B. On polytope of (0-1)-normal big boss games: redundancy and extreme points // Contributions to game theory and management. 2012. Vol. 5. P. 386–397.
7. Zinchenko A.B. Polytopes of special classes of the balanced transferable utility games // J. of Applied and Industrial Mathematics. 2016. Vol. 10, № 1. P. 145–154.

## References

1. Driessen T.S.H., Tijs S.H. The  $\tau$ -value, the core and semiconvex games. Int. J. of Game Theory. 1985, vol. 14, No. 4, pp. 229-248.

2. Muto S., Nakayama M., Potters J., Tijs S. On big boss games. *The economic studies quarterly*. 1988, vol. 39, No. 4, pp. 303-321.

3. Ju Y., Born P., Rays P. The consensus value: a new solution concept for cooperative games. *Social choice and welfare*. 2007, vol. 28, No. 4, pp. 685-703.

4. Nowak. A.S., Radzik T. A solidarity value for n-person transferable utility games. *Int. J. of Game Theory*. 1997, vol. 23, pp. 43-48.

5. Van den Brink R. Null or nullifying players: the difference between the Shapley value and equal division

solutions. *J. of Economic Theory*. 2007, vol. 136, pp. 767-775.

6. Zinchenko A.B. On polytope of (0-1)-normal big boss games: redundancy and extreme points. *Contributions to game theory and management*. 2012, vol. 5, pp. 386-397.

7. Zinchenko A.B. Polytopes of special classes of the balanced transferable utility games. *J. of Applied and Industrial Mathematics*. 2016, vol. 10, No. 1, pp. 145-154.

---

*Поступила в редакцию / Received*

*30 января 2018 г. / January 30, 2018*

---

УДК 517-938, 531-36

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-26-32

## КРИТИЧЕСКИЕ СЛУЧАИ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЙ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ С ДВУМЯ КОСИММЕТРИЯМИ\*

© 2018 г. Л.Г. Куракин<sup>1,2</sup>, А.В. Курдоглыан<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

<sup>2</sup>Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

### CRITICAL STABILITY CASES OF EQUILIBRIA FOR TWO-COSYMMETRIC DIFFERENTIAL EQUATIONS

L.G. Kurakin<sup>1,2</sup>, A.V. Kurdoglyan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

<sup>2</sup>Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia

Куракин Леонид Геннадиевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия; главный научный сотрудник, отдел математического анализа, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: kurakin@math.sfedu.ru

Leonid G. Kurakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Main Researcher, Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia - Alania, 362027, Russia, e-mail: kurakin@math. sfedu.ru

Курдоглыан Аик Варужанович – младший научный сотрудник, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: aik\_kurdoglyan@mail.ru

Aik V. Kurdoglyan - Junior Researcher, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: aik\_kurdoglyan@mail.ru

Рассматривается задача устойчивости равновесия дважды косимметричного дифференциального уравнения. Предполагается, что две косимметрии (векторные поля, ортогональные данному в каждой точке) удовлетворяют условиям Юдовича косимметричной версии теоремы о неявной функции. В частности, исследуемое равновесие некосимметрично, т.е. не является одновременно равновесием ни одной из косимметрий. Выполнено условие невырожденности – ядро соответствующей матрицы линеаризации двумерно. В этих условиях общего положения исследуемое равновесие является неизолированным и принадлежит двумерному непрерывному семейству равновесий. Устойчивость равновесия понимается как нейтральная устойчивость вдоль семейства равновесий и одновременно асимптотическая устойчивость в трансверсальных к нему направлениях. Критический случай, требующий нелинейного анализа, в рассматриваемой задаче имеет место, когда спектр устойчивости не содержит точек в правой полуплоскости, а его нейтральная часть  $\sigma$ , лежащая на мнимой оси, отлична от двукратного нуля. Случай общего положения распадается на шесть подслучаев, отвечающих различным спектрам устойчивости:  $\sigma_1 = \{0^2, 0\}$ ,  $\sigma_2 = \{0, 0, \pm i\omega\}$ ,  $\sigma_3 = \{0^3, 0\}$ ,  $\sigma_4 = \{0^2, 0^2\}$ ,  $\sigma_5 = \{0^2, 0, \pm i\omega\}$ ,  $\sigma_6 = \{0, 0, \pm i\omega_1, \pm i\omega_2\}$ . В каждом из них построена нелинейная модельная система и исследована устойчивость ее равновесия. Полученные результаты перенесены на полные уравнения. Для спектров  $\sigma_1 - \sigma_5$  неустойчивость доказана методом Шноля, связанным с понятием «растущее решение вида “инвариантный луч”», а в случае  $\sigma_6$  – с помощью функции Четаева. Для

\* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ № 1.5169.2017/8.9).

обоснования устойчивости применены теоремы Ляпунова и Рунянцева об асимптотической устойчивости по отношению к части переменных. Результаты для спектров  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  обобщены на случай произвольной конечной коразмерности.

**Ключевые слова:** косимметрия, равновесие, устойчивость, прямой метод Ляпунова, коразмерность вырождения, инвариантный луч, динамическая система.

The problem of equilibrium stability of two-cosymmetric differential equation is considered. We propose that these cosymmetries (vector fields are orthogonal to initial field in each point) satisfy conditions of the implicit function theorem for dynamical systems with cosymmetry. In particular, analyzed equilibrium is not cosymmetric, so it is not the equilibrium of neither of two cosymmetries. We consider the nondegeneracy condition: the linearization matrix has two-dimensional kernel. Thus the equilibrium is nonisolated and lies in two-dimensional continuous family of equilibria. Equilibrium stability is interpreted as neutral stability along the equilibria family and, moreover, asymptotic stability in transversal direction to the family. The critical case of the problem takes place than the stability spectrum does not contained an equilibrium with positive imaginary part and the neutral part  $\sigma$  of the spectrum is not equal to double zero eigenvalue. The general case consists of six subcases, according to different stability spectra:  $\sigma_1 = \{0^2, 0\}$ ,  $\sigma_2 = \{0, 0, \pm i\omega\}$ ,  $\sigma_3 = \{0^3, 0\}$ ,  $\sigma_4 = \{0^2, 0^2\}$ ,  $\sigma_5 = \{0^2, 0, \pm i\omega\}$ ,  $\sigma_6 = \{0, 0, \pm i\omega_1, \pm i\omega_2\}$ . For each subcase we constructed nonlinear model system and analyzed stability of its equilibrium. The results are generalized to original system. In the subcases  $\sigma_1 - \sigma_5$  instability is proved by Shnol method, which is related to the term "growing solution of the type of invariant ray", and in the subcase  $\sigma_6$  we constructed corresponding Chetaev function. To prove stability we applied Lyapunov and Rumyatsev theorems about asymptotic stability with respect to some of the variables. The results for spectra  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  we generalized to the case of any finite codimension.

**Keywords:** cosymmetry, equilibrium, stability, direct Lyapunov method, codimension of degeneracy, invariant ray, dynamical system.

Теория косимметрии В.И. Юдовича [1, 2] появилась как объяснение необычного эффекта, обнаруженного Д.В. Любимовым [3] в одной из задач фильтрационной конвекции. Необычность состояла в существовании непрерывного семейства равновесий.

В работе [1] показано, что в динамической системе с косимметрией такие однопараметрические семейства равновесий встречаются в условиях общего положения. Если косимметрий несколько, например,  $n$ , то в условиях общего положения такие семейства являются  $n$ -параметрическими поверхностями [4]. Если все собственные значения матрицы линеаризации при равновесии семейства лежат в левой полуплоскости, кроме  $n$ -кратного нуля, то это равновесие устойчиво по Ляпунову в точной нелинейной постановке [5–7]. Оно экспоненциально неустойчиво, если есть хотя бы одно собственное значение в правой полуплоскости. Спектр устойчивости меняется вдоль семейства равновесий, и потому в условиях общего положения семейство разбивается на устойчивые и неустойчивые по линейному приближению области. Эти области разделены граничными равновесиями, устойчивость которых зависит от нелинейных слагаемых системы.

Под устойчивостью равновесия, принадлежащего семейству, здесь и далее понимается устойчивость по Ляпунову и одновременно асимптотическая

устойчивость в трансверсальных направлениях к этому семейству.

Ввиду наличия двумерного семейства равновесий динамическая система с двумя косимметриями имеет два параметра, названных в работе [8] внутренними. Таким образом, в случае общего положения в таких системах встречается не более двух вырождений.

В работах [9, 10] исследована устойчивость граничных равновесий в случае одной косимметрии.

В данной работе исследована устойчивость граничных равновесий системы с двумя косимметриями в случаях общего положения. Два из них обобщены на случай произвольной конечной коразмерности вырождения.

### Постановка задачи

Рассмотрим дифференциальное уравнение в пространстве  $\mathbb{R}^n$

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}(\mathbf{u}), \quad \mathbf{F}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n. \quad (1)$$

Отображение  $\mathbf{F}: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  является аналитическим в некоторой окрестности нуля  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  и допускает две непрерывные косимметрии  $\mathbf{L}_j: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  ( $j = 1, 2$ ). Согласно определению, введенному В.И. Юдовичем [1, 2, 4], это означает, что в

каждой точке  $\mathbf{u} \in \Omega$  и  $j = 1, 2$  векторы  $\mathbf{F}(\mathbf{u})$  и  $\mathbf{L}_j(\mathbf{u})$  ортогональны:

$$(\mathbf{F}(\mathbf{u}), \mathbf{L}_j(\mathbf{u})) = 0.$$

Считаем выполненными следующие предположения:

*Предположение 1<sup>0</sup>.* Уравнение (1) имеет некоммутирующее равновесие

$$\mathbf{0} \in \Omega: \mathbf{F}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \mathbf{L}_1(\mathbf{0}) \neq \mathbf{0}, \mathbf{L}_2(\mathbf{0}) \neq \mathbf{0}.$$

В работах [1, 4] показано, что каждый вектор  $\mathbf{L}_j(\mathbf{0})$  принадлежит ядру оператора  $\mathbf{A}^*$ , сопряженного к производной  $\mathbf{A} = \mathbf{F}'(\mathbf{0})$ . Таким образом, точка нуль принадлежит спектрам  $\sigma(\mathbf{A})$  и  $\sigma(\mathbf{A}^*)$  операторов  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{A}^*$ .

*Предположение 2<sup>0</sup>.* Система векторов  $\{\mathbf{L}_1(\mathbf{0}), \mathbf{L}_2(\mathbf{0})\}$  является линейно независимой и выполнено условие минимальности вырождения: ядро оператора  $\mathbf{A}$  является двумерным.

*Предположение 3<sup>0</sup>.* Спектр  $\sigma(\mathbf{A})$  является нейтральным (т.е. целиком лежит на мнимой оси) и отличен от двукратного нуля.

Согласно принципу сведения В.А. Плисса [11], к задаче устойчивости нулевого равновесия системы (1) при предположении 3<sup>0</sup> сводится более общая задача, когда спектр  $\sigma(\mathbf{A})$  отличен от нейтрального, но целиком лежит в замыкании левой полуплоскости.

Как показано в работе [4], из предположений 1<sup>0</sup>, 2<sup>0</sup> следует существование двухпараметрического аналитического семейства  $S$  равновесий уравнения (1), для которого  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  – граничное равновесие ( $\mathbf{0} \in S$ ). В дальнейшем (1) будем рассматривать просто как уравнение, имеющее двумерное аналитическое семейство равновесий, на которое не наложены какие-либо дополнительные ограничения, кроме предположения 3<sup>0</sup>. Чтобы доказать, что это не ограничивает общности рассмотрения задачи, в каждом рассмотренном далее случае построены соответствующие косимметрии, удовлетворяющие условиям 1<sup>0</sup>, 2<sup>0</sup>. Будем считать, что семейство равновесий локально расположено на плоскости, чего всегда можно добиться заменой переменных.

В данной работе рассматриваются различные случаи нейтрального спектра устойчивости  $\sigma(\mathbf{A})$ . Для каждого из них применяется стандартный приём [12]: сначала исследуется устойчивость равновесия модельной системы, получаемой заменами переменных и отбрасыванием части слагаемых исходной системы (1). Затем полученные условия устойчивости

и неустойчивости переносятся на полные уравнения.

Далее используются следующие обозначения:  $x, x_j$  – вещественные, а  $z, z_j$  – комплексные переменные;  $\omega > 0, \omega_j > 0$  – положительные вещественные числа;  $\sigma(\mathbf{A}) = \{0^k, 0^l, \pm i\omega_1, \pm i\omega_2\}$  – спектр, состоящий из двух простых пар собственных значений  $\pm i\omega_j$  и  $k+l$ -кратного нулевого собственного значения, отвечающего двум жордановым клеткам размерами  $k \times k$  и  $l \times l$  матрицы  $\mathbf{A}$ .

*Случай спектра*  $\sigma_1(\mathbf{A}) = \{0^2, 0\}$ . Система (1) трёхмерна и заменами переменных в жордановом базисе матрицы  $\mathbf{A}$  приводится к виду

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2 g_2(\mathbf{x}), \quad \dot{x}_3 = x_2 g_3(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где

$$g_2(\mathbf{x}) = \sum_{j+k>0} a_{jk} x_1^j x_3^k + x_2 q_2(\mathbf{x}),$$

$$g_3(\mathbf{x}) = \sum_{j+k>0} b_{jk} x_1^j x_3^k + x_2 q_3(\mathbf{x}),$$

$$b_{10} = b_{20} = \dots = b_{N0} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ , а  $q_2$  и  $q_3$  – аналитические функции. Число  $N \in \mathbb{N}$  можно считать сколь угодно большим, но конечным. Этого можно добиться полиномиальной заменой переменных. Двумерное семейство равновесий представляет собой плоскость  $x_2 = 0$ . Под  $x_2$ -устойчивостью нулевого равновесия будем понимать его устойчивость по Ляпунову и одновременно асимптотическую устойчивость в трансверсальных направлениях к плоскости  $x_2 = 0$  [13].

Система (2) обладает двумя косимметриями, удовлетворяющими предположениям 1<sup>0</sup>, 2<sup>0</sup>:  $\mathbf{L}_1 = (g_2, -1, 0)^T, \mathbf{L}_2 = (g_3, 0, -1)^T$ .

**Теорема 1.** Пусть  $N = 1$  ( $b_{10} = 0$ ). Нулевое равновесие системы (2) неустойчиво, если  $a_{10} \neq 0$  или

$$a_{10} = 0, \quad a_{20} > 0. \quad (3)$$

Это равновесие  $x_2$ -устойчиво, если

$$a_{10} = 0, \quad a_{20} < 0. \quad (4)$$

*Доказательство. Неустойчивость.* Пусть  $a_{10} \neq 0$ . Модельная система

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = a_{10} x_1 x_2, \quad \dot{x}_3 = 0$$

имеет растущее решение вида «инвариантный луч» (по терминологии [12]):

$$x_1 = \beta_1 r, \quad x_2 = \beta_1 r^2, \quad x_3 = 0, \quad \dot{r} = r^2, \quad \beta_1 = 2a_{10}^{-1}. \quad (5)$$

Перейдём к обобщённым сферическим координатам  $R > 0$ ,  $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ , полагая

$$x_1 = \beta_1 R, \quad x_2 = \beta_1 R^2(1 + \theta_1), \quad x_3 = R^2 \theta_2.$$

Когда переменная  $R \rightarrow 0$ , а  $\theta$  меняется внутри некоторой окрестности нуля  $W \subset \mathbb{R}^2$ , система (2) принимает вид

$$\dot{R} = R^2(1 + \theta_1) + o(R^2), \quad \dot{\theta} = Rf(\theta) + o(R),$$

$$f(\theta) = -2(1 + \theta_1)\theta. \quad (6)$$

Рассмотрим угловую систему  $\dot{\theta} = f(\theta)$ . Её равновесие  $\dot{\theta} = 0$ , отвечающее растущему лучу (5), асимптотически устойчиво в линейном приближении. Согласно теореме Шноля [12], это влечёт неустойчивость нулевого равновесия полной системы (2).

Неустойчивость равновесия в случае (3) доказывается аналогично. Модельной является система

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = a_{20}x_1^2x_2, \quad \dot{x}_3 = 0. \quad (7)$$

Замена координат

$$x_1 = \beta_2 R^{1/2}, \quad x_2 = \frac{1}{2}\beta_2 R^{3/2}(1 + \theta_1), \quad x_3 = R^{3/2}\theta_2,$$

$$\beta_2 = \left(\frac{3}{2a_{20}}\right)^{1/2} > 0$$

приводит к системе (6) с функцией  $f(\theta) = -\frac{3}{2}(1 + \theta_1)\theta$ , к которой применяется теорема Шноля.

*Устойчивость.* Пусть выполнены условия (4). Последовательными заменами переменных, не меняющими коэффициент  $a_{20}$ ,

$$x_3 \rightarrow x_3 - \frac{b_{jk}}{j+1}x_1^{j+1}x_3^k, \quad k = 0, 1, 2, \quad j = 0, \dots, 4$$

в порядке возрастания двузначного числа  $\overline{kj}$  добьёмся выполнения равенств  $b_{jk} = 0$ . Модельная система (7) имеет два интеграла  $I_{11}(\mathbf{x}) = x_3$  и

$$I_{12}(\mathbf{x}) = x_2 - \frac{a_{20}}{3}x_1^3.$$

Плоскость  $x_2 = 0$  – инвариантное множество, заполненное равновесиями системы (2). Поэтому систему (2) будем рассматривать отдельно в областях  $x_2 > 0$  и  $x_2 < 0$ . Утверждение теоремы 1 об устойчивости для модельной системы (7) доказывает функция Ляпунова  $h_1$  ( $|\mathbf{x}| \rightarrow 0$ ):

$$h_1(\mathbf{x}) = I_{11}^{6/5} + I_{12}^{6/5} - x_1x_2 + \frac{a_{2,0}}{4}x_1^4 \sim x_3^{6/5} + I_{12}^{6/5} - \frac{a_{2,0}}{12}x_1^4,$$

а для полных уравнений (2) – функция  $H_1$ :

$$H_1(\mathbf{x}) = x_3^{6/5} + I_{22}^{6/5}(x) - S_1(\mathbf{x}) - \text{sign}(x_2) \left( x_1x_3^2 + \frac{1}{5}x_1^5 \right),$$

где  $I_{22}(\mathbf{x}) = x_2 - \sum_{j=0k=0}^4 \sum_{j+1}^2 \frac{a_{jk}}{j+1} x_1^{j+1} x_3^k,$

$$S_1(\mathbf{x}) = x_1x_2 - \sum_{j=0k=0}^4 \sum_{j+2}^2 \frac{a_{jk}}{j+2} x_1^{j+2} x_3^k.$$

Это верно ввиду соотношений при  $|\mathbf{x}| \rightarrow 0$ :

$$h_1 \sim x_3^{6/5} + I_{12}^{6/5} - \frac{a_{2,0}}{12}x_1^4,$$

$$H_1 \sim x_3^{6/5} + I_{22}^{6/5} - \frac{a_{2,0}}{12}x_1^4,$$

$$\dot{H}_1(\mathbf{x}) \Big|_{(3)} \sim -x_2^2 - |x_2| x_1^4 - |x_2| x_3^2.$$

Теорема доказана.

Следующее утверждение обобщает теорему 1 и доказывается аналогично.

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия

$$a_{10} = a_{20} = \dots = a_{m-1,0} = 0, \quad a_{m0} \neq 0, \quad m \leq N.$$

Нулевое равновесие системы (2) неустойчиво, если  $m = 2k + 1$  или  $m = 2k$ ,  $a_{2k,0} > 0$ .

Это равновесие  $x_2$ -устойчиво, если  $m = 2k$ ,  $a_{2k,0} < 0$ .

**Случай спектра**  $\sigma_2(\mathbf{A}) = \{0, 0, \pm i\omega\}$ . Четырёхмерная система (1) заменами переменных в жордановом базисе матрицы  $\mathbf{A}$  приводится к виду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(\mathbf{u}) = \delta |z|^2 + q_1(\mathbf{u}), \\ \dot{x}_2 = F_2(\mathbf{u}) = |z|^2 B(\mathbf{x}) + q_2(\mathbf{u}), \\ \dot{z} = F_3(\mathbf{u}) = i\omega z + zC(\mathbf{x}) + Q(\mathbf{u}), \\ \dot{\bar{z}} = \bar{F}_3(\mathbf{u}), \end{cases} \quad (8)$$

где  $B(\mathbf{x}) = \sum_{j+k>0} b_{jk}x_1^jx_2^k$ ,  $C(\mathbf{x}) = \sum_{j+k>0} C_{jk}x_1^jx_2^k$ .

Здесь  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ ,  $\mathbf{u} = (\mathbf{x}, z, \bar{z})^T$ ,  $\delta \neq 0$ ,  $b_{10} = b_{20} = \dots = b_{N0} = 0$ . Число  $N$  можно сделать сколь угодно большим. Коэффициенты  $C_{jk} = c_{jk} + i\tilde{c}_{jk} \in \mathbb{C}$ ,  $b_{jk}, c_{jk}, \tilde{c}_{jk} \in \mathbb{R}$ , а аналитические функции  $q_1: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  и  $Q: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  при  $|\mathbf{u}| \rightarrow 0$  удовлетворяют асимптотикам  $q_1(\mathbf{u}) = O(|z|^3)$ ,  $Q(\mathbf{u}) = O(|z|^2)$ .

Уравнения (8) при  $\delta \neq 0$  обладают косимметриями, удовлетворяющими предположениям  $1^0$ ,  $2^0$

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{u}) = \frac{1}{2\omega|z|^2} (-2\text{Re}(i\bar{z}F_3(\mathbf{u})), 0, i\bar{z}F_1(\mathbf{u}), -izF_1(\mathbf{u}))^T,$$

$$\mathbf{L}_2(\mathbf{u}) = \frac{1}{\delta|z|^2} (-F_2(\mathbf{u}), F_1(\mathbf{u}), 0, 0)^T,$$

так что справедливы равенства

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{0}) = (1, 0, 0, 0)^T, \quad \mathbf{L}_2(\mathbf{0}) = (0, 1, 0, 0)^T.$$

**Теорема 3.** Нулевое равновесие системы (8) неустойчиво, если  $\delta c_{10} > 0$ . Это равновесие  $z$ -устойчиво, если  $\delta c_{10} < 0$ . Здесь  $c_{10} = \text{Re}C_{10}$ .

*Доказательство.* Заменой  $x_1 \rightarrow \delta^{-1}x_1$  приходим к случаю  $\delta = 1$ .

*Неустойчивость.* Пусть  $c_{10} > 0$ . От модельной системы

$$\dot{x}_1 = |z|^2, \quad \dot{x}_2 = 0, \quad \dot{z} = i\omega z + C_{10}x_1z$$

переходим к трёхмерной ( $\rho = |z|^2$ )

$$\dot{x}_1 = \rho, \quad \dot{x}_2 = 0, \quad \dot{\rho} = 2c_{10}x_1\rho, \quad (9)$$

имеющей растущее решение

$$x_1 = \beta_3 r, \quad x_2 = 0, \quad \rho = \beta_3 r^2, \quad \dot{r} = r^2, \quad \beta_3 = \frac{1}{c_{10}} > 0.$$

В координатах  $R, \theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ ,

$$x_1 = \beta_3 R, \quad x_2 = R^3 \theta_2, \quad \rho = \beta_3 R^2(1 + \theta_1)$$

модельная система (9) имеет вид

$$\dot{R} = R^2(1 + \theta_1), \quad \dot{\theta} = Rf(\theta), \quad f(\theta) = -(1 + \theta_1)(2\theta_1, 3\theta_2)^T.$$

Равновесие  $\theta = \mathbf{0}$  угловой системы  $\dot{\theta} = f(\theta)$  асимптотически устойчиво. Неустойчивость нулевого равновесия полных уравнений (8) следует из теоремы Шноля.

*Устойчивость.* Пусть  $c_{10} < 0$ . Последовательными заменами переменных ( $x_2 \rightarrow x_2 - \frac{b_{jk}}{j+1}x_1^{j+1}x_2^k, k = 0, 1, 2, j = 0, 1, 2$ ), не меняющими коэффициент  $c_{10}$ , в порядке возрастания двухзначного числа  $\overline{kj}$  добьёмся выполнения равенств  $b_{jk} = 0$ ;

$z$ -устойчивость нулевого равновесия системы (8) доказывает функция Ляпунова  $H_2$ :

$$H_2(\mathbf{u}) = x_2^{4/3} + I_{32}^{4/3}(\mathbf{u}) - S_2(\mathbf{u}) - x_1x_2^2 - \frac{x_1^3}{3},$$

где

$$I_{32}(\mathbf{u}) = |z|^2 - 2 \sum_{j=0k=0}^2 \sum_{j+1}^2 \frac{c_{jk}}{j+1} x_1^{j+1} x_2^k,$$

$$S_2(\mathbf{u}) = x_1 |z|^2 - 2 \sum_{j=0k=0}^2 \sum_{j+2}^2 \frac{c_{jk}}{j+2} x_1^{j+2} x_2^k.$$

Положительная определённая функция  $H_2$  следует из асимптотики

$$H_2(\mathbf{u}) \sim x_2^{4/3} + |z|^2 - c_{10}x_1^2, \quad |\mathbf{u}| \rightarrow 0.$$

Знакоотрицательность производной  $\dot{H}_2|_{(9)}$  и её определённая отрицательность по переменной  $z$  следуют из асимптотики [13]

$$\dot{H}_2(\mathbf{u})|_{(9)} \sim -|z|^4 - x_2^2|z|^2 - x_1^2|z|^2, \quad |\mathbf{u}| \rightarrow 0.$$

Теорема доказана.

Следующее утверждение обобщает теорему 3 и доказывается аналогично.

**Теорема 4.** Пусть

$$c_{10} = c_{20} = \dots = c_{m-1,0} = 0, \quad c_{m0} \neq 0, \quad m \leq N.$$

Нулевое равновесие системы (8) неустойчиво, если  $c_{m0} > 0$ . Это равновесие  $z$ -устойчиво, если  $c_{m0} < 0$ .

*Случаи спектров устойчивости*  $\sigma_3(A) - \sigma_6(A)$ . Результаты исследования в четырех различных случаях спектра  $\sigma(A)$  приведены в таблице. В ней использованы обозначения:  $g_j, g_{jk}, q_j, h_{jk}, C, D$  – аналитические функции, разложения в ряд Тейлора которых начинаются с линейных слагаемых. В случаях  $\sigma_5$  и  $\sigma_6$  правые части полных уравнений приведены к нормальной форме Пуанкаре – Дюлака соответственно до третьего и четвертого порядков включительно.

$$\sigma_4: C_1(\alpha) = a_1\alpha^2 + (a_2 + a_3)\alpha + a_4,$$

$$C_2(\alpha) = b_1\alpha^2 + (b_2 + b_3)\alpha + b_4,$$

$$V(\alpha) = \alpha V_2(\alpha) - V_1(\alpha), \quad P(\lambda) = V_2(\alpha)\lambda^2 + d_1\lambda + d_0,$$

$$d_1 = V_2(\alpha) + \frac{2}{\alpha}(b_1\alpha^3 + b_3\alpha^2 + a_2\alpha + a_4),$$

$$d_0 = 2V_2(\alpha) + \frac{2}{\alpha}(b_1\alpha^3 - a_1\alpha^2 - b_4\alpha + a_4),$$

$$\sigma_5: A_j(\mathbf{u}) = \frac{q_{j+1}(\mathbf{u}) - g_{j+1}(\mathbf{x})q_1(\mathbf{u})}{(i\omega + C(\mathbf{u}))z + \overline{D}(\mathbf{u})\bar{z}},$$

$$\sigma_6: H_{j1} = \frac{g_{j1}h_{22} - g_{j2}h_{21}}{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}},$$

$$H_{j2} = \frac{g_{j2}h_{11} - g_{j1}h_{12}}{h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}},$$

$$c_{jk} = b_{j1}a_{1k} + b_{j2}a_{2k}, \quad \Delta = c_{12}c_{21}(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}).$$

Отметим, что при  $\Delta < 0$  вопрос об устойчивости остался открытым. Этот случай труден. Даже в более простой аналогичной задаче для случая одной косимметрии со спектром  $\sigma(A) = \{0, \pm i\omega_1, \pm i\omega_2\}$  необходимые и достаточные условия устойчивости не удалось получить [9].



Спектры устойчивости  $\sigma_3(\mathbf{A}) \dots \sigma_6(\mathbf{A})$  / Stability spectra  $\sigma_3(\mathbf{A}) \dots \sigma_6(\mathbf{A})$

Спектр	Полная система	Модельная система	Косимметрии $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$	Условия устойчивости
$\sigma_3(\mathbf{A}) = \{0^3, 0\}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = x_2 g_1(\mathbf{x}) + x_3 g_2(\mathbf{x}), \\ \dot{x}_4 = x_2 g_3(\mathbf{x}) + x_3 g_4(\mathbf{x}) \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = ax_1 x_2, \\ \dot{x}_4 = 0 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} g_3 \\ g_4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	Неустойчивость: $a \neq 0$
$\sigma_4(\mathbf{A}) = \{0^2, 0^2\}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_2 g_1(\mathbf{x}) + x_4 g_2(\mathbf{x}), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = x_2 g_3(\mathbf{x}) + x_4 g_4(\mathbf{x}) \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_1 x_2 + a_2 x_1 x_4 + a_3 x_3 x_2 + a_4 x_3 x_4, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = b_1 x_1 x_2 + b_2 x_1 x_4 + b_3 x_3 x_2 + b_4 x_3 x_4 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} g_1 \\ -1 \\ g_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} g_3 \\ 0 \\ g_4 \\ -1 \end{pmatrix}$	Неустойчивость: $\exists \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$ : $V(\alpha) = 0, V_2(\alpha) \neq 0$ и корни $P(\lambda)$ не лежат на мнимой оси
$\sigma_5(\mathbf{A}) = \{0^2, 0, \pm i\omega\}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \operatorname{Re} q_1(\mathbf{u}), \\ \dot{x}_2 = x_2 g_2(\mathbf{x}) + \operatorname{Re} q_2(\mathbf{u}), \\ \dot{x}_3 = x_2 g_3(\mathbf{x}) + \operatorname{Re} q_3(\mathbf{u}), \\ \dot{z} = i\omega z + z C(\mathbf{u}) + \bar{z} D(\mathbf{u}), \\ \dot{\bar{z}} = -i\omega \bar{z} + \bar{z} \bar{C}(\mathbf{u}) + z \bar{D}(\mathbf{u}) \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = ax_1 x_2 + b  z ^2, \\ \dot{x}_3 = 0, \\ \dot{z} = i\omega z + C_0 x_1 z, \\ \dot{\bar{z}} = -i\omega \bar{z} + \bar{C}_0 x_1 \bar{z} \end{cases}$	$\begin{pmatrix} 2g_2 \\ -2 \\ 0 \\ A_1 \\ A_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2g_3 \\ 0 \\ -2 \\ A_2 \\ A_2 \end{pmatrix}$	Неустойчивость: $b \operatorname{Re} C_0 \neq 0$ , $3a \neq 4 \operatorname{Re} C_0$
$\sigma_6(\mathbf{A}) = \{0, 0, \pm i\omega_1, \pm i\omega_2\}$ , $\omega_1 > \omega_2$ , $\omega_1 \neq 2\omega_2$ , $\omega_1 \neq 3\omega_2$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = \operatorname{Re}(z_1 g_{11}(\mathbf{u})) + \operatorname{Re}(z_2 g_{12}(\mathbf{u})), \\ \dot{x}_2 = \operatorname{Re}(z_1 g_{21}(\mathbf{u})) + \operatorname{Re}(z_2 g_{22}(\mathbf{u})), \\ \dot{z}_1 = i\omega_1 z_1 + z_1 h_{11}(\mathbf{u}) + z_2 h_{12}(\mathbf{u}), \\ \dot{z}_2 = i\omega_2 z_2 + z_1 h_{21}(\mathbf{u}) + z_2 h_{22}(\mathbf{u}), \\ \dot{\bar{z}}_1 = -i\omega_1 \bar{z}_1 + \bar{z}_1 \bar{h}_{11}(\mathbf{u}) + \bar{z}_2 \bar{h}_{12}(\mathbf{u}), \\ \dot{\bar{z}}_2 = -i\omega_2 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \bar{h}_{21}(\mathbf{u}) + \bar{z}_2 \bar{h}_{22}(\mathbf{u}) \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}  z_1 ^2 + a_{12}  z_2 ^2, \\ \dot{x}_2 = a_{21}  z_1 ^2 + a_{22}  z_2 ^2, \\ \dot{z}_1 = i\omega_1 z_1 + (B_{11} x_1 + B_{12} x_2) z_1, \\ \dot{z}_2 = i\omega_2 z_2 + (B_{21} x_1 + B_{22} x_2) z_2, \\ \dot{\bar{z}}_1 = -i\omega_1 \bar{z}_1 + (\bar{B}_{11} x_1 + \bar{B}_{12} x_2) \bar{z}_1, \\ \dot{\bar{z}}_2 = -i\omega_2 \bar{z}_2 + (\bar{B}_{21} x_1 + \bar{B}_{22} x_2) \bar{z}_2 \end{cases}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ H_{11} \\ H_{12} \\ \bar{H}_{11} \\ \bar{H}_{12} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ H_{21} \\ H_{22} \\ \bar{H}_{21} \\ \bar{H}_{22} \end{pmatrix}$	I) $\Delta > 0$ . Неустойчивость: $c_{11} > 0$ либо $c_{22} > 0$ ; z-устойчивость: $c_{11} < 0, c_{22} < 0$ .; II) $\Delta < 0$ – вопрос открыт

Литература

1. Юдович В.И. Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Мат. заметки. 1991. Т. 49, № 5. С. 142–148.  
 2. Yudovich V.I. Secondary cycle of equilibria in a system with cosymmetry, its creation by bifurcation and impossibility of symmetric treatment of it // Chaos. 1995. Vol. 5, № 2. P. 402–411.  
 3. Любимов Д.В. О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу // ПМТФ. 1975. Т. 16, № 2. С. 131–137.  
 4. Yudovich V.I. The cosymmetric version of the implicit function theorem // Linear topological spaces and complex analysis. Ankara: METU-TUBITAK, 1995. Vol. 2. P. 105–125.  
 5. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950. 471 с.

6. Ляпунов А.М. Исследование одного из особенных случаев задачи об устойчивости движения. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1963. 117 с.  
 7. Каменков Г.В. Избранные труды. Т. 2: Устойчивость и колебания нелинейных систем. М.: Наука, 1972. 215 с.  
 8. Kurakin L.G., Yudovich V.I. Bifurcations accompanying monotonic instability of an equilibrium of a cosymmetric dynamical system // Chaos. 2000. Vol. 10, № 2. P. 311–331.  
 9. Куракин Л.Г. Критические случаи устойчивости. Обращение теоремы о неявной функции для динамических систем с косимметрией // Мат. заметки. 1998. Т. 63, № 4. С. 572–578.  
 10. Куракин Л.Г. Об устойчивости граничных равновесий в системах с косимметрией // Сиб. мат. журн. 2001. Т. 42, № 6. С. 1324–1334.  
 11. Плисс В.А. Принцип сведения в теории устойчивости движения // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1964. Т. 6. С. 1297–1324.

12. Хазин Л.Г., Шноль Э.Э. Устойчивость критических положений равновесия. Пущино: ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1985. 215 с.

13. Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука, 1987. 254 с.

#### References

1. Yudovich V.I. Kosimetriya, vyrozhdenie reshenii operatornykh uravnenii, vzniknovenie fil'tratsionnoi konveksii [Cosymmetry, degeneration of solutions of operator equations, the emergence of filtration convection]. *Mat. zametki*. 1991, vol. 49, No. 5, pp. 142-148.

2. Yudovich V.I. Secondary cycle of equilibria in a system with cosymmetry, its creation by bifurcation and impossibility of symmetric treatment of it. *Chaos*. 1995, vol. 5, No. 2, pp. 402-411.

3. Lyubimov D.V. O konvektivnykh dvizheniyakh v poristoi srede, podogrevaemoy snizu [Convective motions in a porous medium heated from below]. *PMTF*. 1975, vol. 16, No. 2, pp. 131-137.

4. Yudovich V.I. The cosymmetric version of the implicit function theorem. *Linear topological spaces and complex analysis*. Ankara: METU-TUBITAK, 1995, vol. 2, pp. 105-125.

5. Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustoichivosti dvizheniya* [The general problem of the stability of motion]. Moscow: Gostekhizdat, 1950, 471 p.

6. Lyapunov A.M. *Issledovanie odnogo iz osobennykh sluchaev zadachi ob ustoichivosti dvizheniya*

[Study of one of the special cases of the problem of stability of motion]. Leningrad: Izd-vo Leningradskogo un-ta, 1963, 117 p.

7. Kamenkov G.V. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Vol. 2. Stability and oscillations of nonlinear systems. Moscow: Nauka, 1972, 215 p.

8. Kurakin L.G., Yudovich V.I. Bifurcations accompanying monotonic instability of an equilibrium of a cosymmetric dynamical system. *Chaos*. 2000, vol. 10, No. 2, pp. 311-331.

9. Kurakin L.G. Kriticheskie sluchai ustoichivosti. Obrashchenie teoremy o neyavnoi funktsii dlya dinamicheskikh sistem s kosimetriei [Critical cases of stability. The inversion of the implicit function theorem for dynamical systems with cosymmetry]. *Mat. zametki*. 1998, vol. 63, No. 4, pp. 572-578.

10. Kurakin L.G. Ob ustoichivosti granichnykh ravnesii v sistemakh s kosimetriei [On the stability of boundary equilibria in systems with cosymmetry]. *Sib. mat. zhurn.* 2001, vol. 42, No. 6, pp. 1324-1334.

11. Pliss V.A. Printsip svedeniya v teorii ustoichivosti dvizheniya [The principle of reduction in the theory of stability of motion]. *Izv. AN SSSR. Ser. math.* 1964, vol. 6, pp. 1297-1324.

12. Khazin L.G., Shnol' E.E. *Ustoichivost' kriticheskikh polozhenii ravnesiya* [Stability of critical equilibrium positions]. Pushchino: ONTI NTsBI AN SSSR, 1985, 215 p.

13. Rumyantsev V.V., Oziraner A.S. *Ustoichivost' i stabilizatsiya dvizheniya po otnosheniyu k chasti peremennykh* [Stability and stabilization of motion in relation to a part of variables]. Moscow: Nauka, 1987, 254 p.

УДК 519.634

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-33-39

## КАВИТАЦИОННОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА В ЖИДКОСТИ ПОСЛЕ УДАРА

© 2018 г. М.В. Норкин<sup>1</sup>, Л.А. Говорина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

## CAVITATION DECELERATION OF AN ELLIPTICAL CYLINDER IN A LIQUID AFTER IMPACT

M.V. Norkin<sup>1</sup>, L.A. Govorina<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Норкин Михаил Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, доцент, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: norkinmi@mail.ru

Michail V. Norkin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Associate Professor, Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: norkinmi@mail.ru

Говорина Людмила Андреевна – магистр, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: ludmilagovorina@yandex.ru

Lyudmila A. Govorina - Master, Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: ludmilagovorina@yandex.ru

Рассматривается плоская задача о вертикальном безотрывном ударе и последующем кавитационном торможении эллиптического цилиндра, полупогруженного в слой идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины. В результате кавитационного отрыва вблизи поверхности тела образуется каверна и появляется новая внутренняя свободная граница жидкости. В общем случае зона отрыва представляет собой несвязное множество. Решение задачи строится при помощи прямого асимптотического метода, эффективного на малых временах. Формулируется специальная задача с односторонними ограничениями, на основе которой определяется связность зоны отрыва, а также формы внешней и внутренней свободных границ жидкости. В силу неизвестности зоны отрыва данная задача является нелинейной и относится к классу задач со свободными границами. Для численного решения задачи с односторонними ограничениями применяется специальный итерационный метод, в котором последовательно уточняются неизвестные заранее зоны отрыва и контакта частиц жидкости. Данная нелинейная задача сводится к последовательному решению линейных краевых задач с фиксированными точками раздела краевых условий. Последние задачи решаются численно с применением метода конечных элементов. Исследуется влияние физических и геометрических параметров задачи на основные характеристики процесса. Приводятся конкретные примеры, демонстрирующие образование каверн вблизи границы тела. Полученные результаты могут быть использованы для решения практических задач корабельной гидродинамики.

**Ключевые слова:** идеальная несжимаемая жидкость, эллиптический цилиндр, удар, кавитационное торможение, асимптотика, свободная граница, каверна, малые времена, число Фруда.

The two-dimensional problem about vertical continuous impact and the subsequent cavitation braking of the elliptic cylinder semi-shipped in a layer of an ideal incompressible fluid of finite depth is considered. As a result of a cavitation separation near the surface of a body the cavity is formed and the new internal free border of liquid appears. In general, the separation zone is a non-connected set. The solution of the problem is constructed by means of a direct asymptotic method, effective at small times. The special problem with unilateral restrictions on the basis of which the connectivity of a zone of a separation and also forms of external and internal free borders of liquid is defined is formulated. Because of the unknown zone of

separation, this problem is non-linear and belongs to the class of problems with free boundaries. For a numerical solution of a problem with unilateral restrictions, a special iterative method is used, in which the previously unknown zones of detachment and contact of the liquid particles are subsequently refined. This non-linear problem reduces to a sequential solution of linear boundary value problems with fixed separation points. The latter problems are solved numerically, using the finite element method. The influence of the physical and geometric parameters of the problem on the main characteristics of the process is investigated. Specific examples are given showing the formation of caverns near the boundary of the body. The results obtained can be used to solve the practical problems of ship hydrodynamics.

**Keywords:** ideal incompressible liquid, elliptical cylinder, impact, cavitation braking, asymptotics, free border, cavity, small times, Froude's number.

В последнее время расширился круг задач, связанных с резко нестационарным взаимодействием твердых тел с жидкостью (удар, разгон, торможение). Наряду с классической задачей об ударе с отрывом [1] рассматриваются нелинейные нестационарные задачи о начальном этапе движения твердых тел в жидкости с учетом явления кавитации (задача о динамике присоединенной каверны, образованной в результате отрывного удара тела в жидкости; торможение твердого тела в возмущенной жидкости и, в частности, торможение перед возникающим препятствием; быстрый разгон тела в покоящейся или возмущенной жидкости и различные другие задачи). Некоторые результаты, посвященные исследованию динамики каверны на малых временах при отрывном ударе плавающего кругового цилиндра, приведены в статье [2]. В работе [3] рассмотрена плоская задача о безотрывном ударе и последующем кавитационном торможении кругового цилиндра, полупогруженного в идеальную, несжимаемую и неограниченную жидкость. Показано, что определение внутренних свободных границ жидкости на малых временах сводится к решению смешанной краевой задачи теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела. Аналогия с классической задачей об ударе с отрывом позволяет использовать для ее решения известные численные методы. Плоская задача о кавитационном торможении твердого тела произвольной формы под свободной поверхностью возмущенной жидкости изучена в статье [4]. Конкретные численные расчеты проведены для случая кругового цилиндра. Близкая задача о проникании твердого тела в жидкость с образованием кавитационной области перед телом рассматривалась в [5, 6]. В [7] определялась форма брызговых струй при вертикальном ударе кругового цилиндра, полупогруженного в жидкость, и его последующем движении вглубь жидкости с постоянной скоростью (без отрыва). В настоящей работе приведено развитие результатов статьи [3] на случай цилиндра эллиптического поперечного сечения. В рассматриваемой постановке возмущение жидкости вызвано безотрывным ударом цилиндра, а отрыв обусловлен законом движения цилиндра после удара и фи-

зическими параметрами задачи. Важным аспектом работы является постановка задачи с односторонними ограничениями, на основе которой определяется связность зоны отрыва, а также формы свободных границ жидкости на малых временах.

### Общая постановка задачи

Рассматривается плоская задача о торможении эллиптического цилиндра в возмущенной идеальной и несжимаемой жидкости. Предполагается, что возмущение жидкости вызвано безотрывным вертикальным ударом цилиндра, полупогруженного в жидкость. При определенных условиях (например, при быстром торможении цилиндра) возникают области низкого давления вблизи тела и образуются присоединенные каверны. В естественных условиях в кавернах возникают пары жидкости или газа с давлениями, близкими к нулю. Требуется определить неизвестные заранее первоначальные зоны отрыва частиц жидкости, а также формы каверн и конфигурацию внешней свободной поверхности жидкости на малых временах. Математическая постановка задачи, записанная в безразмерных переменных в подвижной системе координат, связанной с цилиндром, имеет вид

$$\Delta\Phi=0, R \in \Omega(t),$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = \dot{h}(t)n_y, R \in S_{11}(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \dot{h}(t)\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 + Fr^{-2}(y+h(t)) - p_0 = 0,$$

$$R \in S_{12}(t); \quad (2)$$

$$\frac{\Phi_x x + (\Phi_y - \dot{h}(t))y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \left[ R'_0(\theta) + \frac{\partial\eta}{\partial\theta} \right] \dot{\theta}(t) + \frac{\partial\eta}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\dot{\theta}(t) = R^{-2} [(\Phi_y - \dot{h}(t))x - \Phi_{xy}] R \in S_{12}(t),$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \dot{h}(t)\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 + Fr^{-2}\xi(x,t) = 0, \quad (4)$$

$$R \in S_2(t),$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = \frac{\partial\xi}{\partial x} \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial t}, R \in S_2(t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad y = -H_b - h(t),$$

$$\Phi(x, y, 0) = \Phi_0(x, y), \quad \xi(x, 0) = 0, \quad \eta(\theta, 0) = 0, \quad (6)$$

$$\dot{h}(t) = -1 + \omega t.$$

Течение жидкости в начальный момент времени (в момент, непосредственно следующий после удара) имеет потенциал  $\Phi_0(x, y)$ , который определяется на основе модели безотрывного удара:

$$\Delta \Phi_0 = 0, \quad R \in \Omega(0),$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} = -n_y, \quad R \in S_1,$$

$$\Phi_0 = 0, \quad R \in S_2,$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial y}, \quad y = -H_b.$$

Переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам

$$t' = \frac{a}{v_0} t, \quad x' = ax, \quad y' = ay, \quad \Phi' = av_0 \Phi, \quad p' = \rho v_0^2 p,$$

$$v_0 = -V_y,$$

где штрихами помечаются размерные величины.

Неподвижные координаты  $X, Y$  связаны с подвижными  $x, y$  соотношениями  $X=x, Y=y+h(t)$ .

Здесь и далее используются следующие обозначения:  $\Phi(x, y, t)$  – потенциал скоростей абсолютного движения жидкости, записанный относительно подвижной системы координат;  $\Omega(t)$  – область, занятая жидкостью;  $S_{11}(t)$  – часть поверхности цилиндра, на которой не происходит отрыв частиц жидкости;  $S_{12}(t)$  – оторвавшаяся от поверхности цилиндра внутренняя свободная граница жидкости (граница каверны);  $S_2(t)$  – свободная поверхность жидкости, которая первоначально была горизонтальной;  $S_1$  и  $S_2$  – смоченная поверхность цилиндра (половина его поверхности) и свободная граница жидкости в начальный момент времени;  $\rho = \text{const}$  – плотность жидкости;  $V = (0, V_y)$  – скорость, приобретенная цилиндром в результате удара;  $\dot{h}(t)$  – проекция безразмерной скорости движения цилиндра после удара на ось  $y$ ;  $a, b$  – полуоси эллипса;  $R$  – радиус-вектор с координатами  $(x, y)$ . Задача (1)–(6) содержит безразмерные параметры

$$Fr = \frac{v_0}{\sqrt{ga}}, \quad \omega = \frac{wa}{v_0^2}, \quad p_0 = \frac{p_a}{\rho v_0^2}, \quad \varepsilon = \frac{b}{a},$$

где  $Fr$  – число Фруда;  $w$  – ускорение цилиндра;  $p_a$  – атмосферное давление;  $g$  – ускорение свободного падения. Через  $\omega$  и  $p_0$  обозначим безразмерные величины  $w$  и  $p_a$  (положительные  $\omega$  соответствуют торможению цилиндра).

На внешней и внутренней свободных границах ставятся динамические и кинематические условия

(2)–(5). Предполагается, что на внешней свободной границе  $S_2(t)$  действует атмосферное давление, а на внутренней  $S_{12}(t)$  – давление  $p = p_c$ , где  $p_c$  – давление насыщенных паров жидкости или газа ( $p_c \approx 0$ ). Отметим, что в случае искусственной кавитации вместо  $p_0$  возникает величина  $0,5\chi$ , где  $\chi$  – число кавитации (безразмерная разность давлений). Число кавитации оказывает влияние на связность зоны отрыва и форму каверны на малых временах.

Кинематическое условие на  $S_{12}(t)$  записывается в полярных координатах  $r, \theta$  ( $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ ). Уравнения внешней и внутренней свободных границ относительно подвижной системы координат имеют вид

$$y = \xi(x, t) - h(t); \quad R = R_0(\theta) + \eta(\theta, t),$$

$$R_0(\theta) = (\cos^2 \theta + \varepsilon^{-2} \sin^2 \theta)^{-1/2},$$

где  $R_0(\theta)$  – параметрическое уравнение эллипса.

Кинематические уравнения (3), (5) получаются путем дифференцирования этих равенств по времени вдоль траектории движения жидкой частицы, находящейся на внешней или внутренней свободной границе. Соответствующие динамические условия (2), (4) определяются на основании интеграла Коши – Лагранжа, записанного в подвижной системе координат.

В точках пересечения внутренней свободной границы жидкости с поверхностью цилиндра (в точках отрыва) ставится условие Кутты – Жуковского, означающее, что скорость жидкости в этих точках должна быть конечной.

После нахождения потенциала скоростей  $\Phi$  давление в жидкости определяется на основании интеграла Коши – Лагранжа

$$p = p_0 - \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \dot{h}(t) \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 + Fr^{-2} (y + h(t)) \right]. \quad (7)$$

#### Асимптотическое решение задачи на малых временах

При моделировании кавитационного торможения цилиндра после удара делается предположение о том, что отрыв происходит сразу по конечному участку поверхности тела, аналогично тому, как это имеет место в классической задаче гидродинамического удара [1]. Главным образом дело сводится к определению первоначальных зон отрыва и контакта частиц жидкости  $S_{12}(0)$  и  $S_{11}(0)$ , которые получаются предельным переходом при  $t \rightarrow 0$  границ  $S_{12}(t)$  и  $S_{11}(t)$ . Для определения этих зон необходимо сформулировать дополнительные динамические и кинематические условия типа неравенств.

Решение поставленной задачи на малых временах будем разыскивать в виде следующих асимптотических разложений ( $t \rightarrow 0$ ):

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_0(x, y) + t\Phi_1(x, y) + o(t), \quad (8)$$

$$\xi(x, t) = t\xi_0(x) + t^2\xi_1(x) + o(t^2), \quad (9)$$

$$\eta(\theta, t) = t\eta_0(\theta) + t^2\eta_1(\theta) + o(t^2). \quad (10)$$

Подставляя (8)–(10) в уравнение и граничные условия задачи (1)–(6), осуществляя снос краевых условий с возмущенных участков границы области  $\Omega(t)$  на первоначально невозмущенные уровни и учитывая дополнительные условия в виде неравенств, приходим для определения функции  $\Phi_1 = \Phi_1(x, y)$  к смешанной краевой задаче теории потенциала в области  $\Omega(0)$  с односторонними ограничениями на поверхности тела:

$$\Delta\Phi_1 = 0, \quad R \in \Omega(0), \quad \Phi_1 = -f(\Phi_0), \quad R \in S_2(0), \quad (11)$$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial n} = \omega n_y, \quad p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2}y \geq 0, \quad R \in S_{11}(0), \quad (12)$$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial n} \geq \omega n_y, \quad p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2}y = 0, \quad R \in S_{12}(0), \quad (13)$$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial y} = \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial x^2}, \quad y = -H_b, \quad (14)$$

$$f(\Phi_0) = \frac{\partial\Phi_0}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi_0)^2.$$

Поясним, что под сносом краевых условий на невозмущенный уровень понимается разложение граничных функций в ряды при малых временах. В результате этого область оказывается фиксированной, а краевые условия принимают вид асимптотических разложений по степеням малого параметра  $t$ . Процедура сноса позволяет определить коэффициенты асимптотических разложений (8)–(10) с помощью метода неопределенных коэффициентов.

В силу неизвестности зоны отрыва  $S_{12}(0)$  задачу (11)–(14) можно рассматривать как задачу со свободной границей.

Объясним смысл краевых условий типа неравенств в формулах (12) и (13). Неравенство в (12) означает, что давление на смоченной поверхности цилиндра (в главном приближении по времени) не может быть отрицательным. Для его нахождения необходимо подставить асимптотическое разложение (8) в формулу (7) и ограничиться старшими членами. Неравенство для нормальной производной в (13) говорит о том, что жидкие частицы не могут входить внутрь твердого тела, хотя им разрешается отрываться от твердой границы. При выводе последнего условия используются рассуждения, аналогичные тем, которые проводились в

работах [3, 4]. Подставляя асимптотические разложения (8), (10) в кинематическое уравнение внутренней свободной границы жидкости (3), осуществляя процедуру сноса краевых условий на первоначально невозмущенный уровень и приравнивая величины при одинаковых степенях  $t$ , найдем выражения для коэффициентов разложения (10). Для определения функции  $\eta_0(\theta)$  приходим к равенству

$$\eta_0(\theta) = R_0^{-1}(\theta)\sqrt{R_0'(\theta)^2 + R_0(\theta)^2} \left[ \frac{\partial\Phi_0}{\partial n} + n_y \right].$$

В силу краевого условия на смоченной поверхности цилиндра, справедливого в задаче безотрывного удара [1], функция  $\eta_0(\theta)$  обращается в ноль:  $\eta_0(\theta) = 0$ . С учетом этого разложение (10) принимает вид

$$\eta(\theta, t) = t^2\eta_1(\theta) + o(t^2), \quad t \rightarrow 0, \quad (15)$$

где функция  $\eta_1(\theta)$  определяется по формуле

$$\eta_1(\theta) = 0,5R_0^{-1}(\theta)\sqrt{R_0'(\theta)^2 + R_0(\theta)^2} \left[ \frac{\partial\Phi_1}{\partial n} - \omega n_y \right].$$

Из представления (15) вытекает, что функция  $\eta_1(\theta)$  должна быть неотрицательной. Действительно, если бы эта функция принимала отрицательные значения, то при малых  $t$  часть внутренней свободной границы оказалась бы внутри цилиндра, что невозможно. Из неотрицательности функции  $\eta_1(\theta)$  следует выполнение граничного условия в виде неравенства в (13). По аналогии находятся формулы для коэффициентов разложения (9). Подставляя (8), (9) в кинематическое уравнение внешней свободной поверхности (5) и применяя указанные выше процедуры, приходим к равенствам

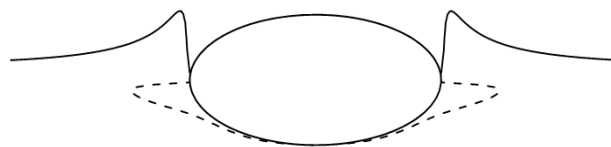
$$\xi_0(x) = \frac{\partial\Phi_0}{\partial y}; \quad 2\xi_1(x) = \frac{\partial\Phi_1}{\partial y}.$$

Существенно отметить, что задача (11)–(14) по своей структуре совпадает с классической задачей об ударе с отрывом (отличие состоит только в виде конкретных граничных функций, являющихся гладкими). На основании этого можно сделать вывод о регулярности ее решения в точках отрыва. Таким образом, построенное на малых временах решение задачи удовлетворяет условию Кутты – Жуковского. С учетом этого функция (15), описывающая возмущение внутренней свободной границы жидкости на малых временах, будет непрерывной в точках отрыва, а ее первая производная будет иметь в них особенности типа квадратного корня. Подчеркнем, что именно регулярность решения задачи (11)–(14) позволяет изобразить внутреннюю свободную границу жидкости на малых временах без построения специальных погранслоевых решений в точках отрыва.

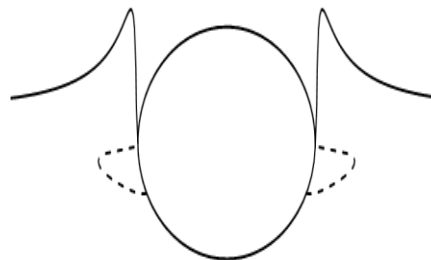
### Численная реализация и анализ результатов

Исследование нелинейной нестационарной задачи (1)–(6) на малых временах сводится к решению смешанной краевой задачи теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела. Численный метод решения последней задачи основывается на специальном итерационном процессе, в котором последовательно уточняются неизвестные заранее зоны отрыва и контакта частиц жидкости. Для начала итераций необходимо знать примерное расположение этих зон. С этой целью рассматривается соответствующая задача о безотрывном торможении и определяются участки поверхности тела, на которых давление (в главном приближении по времени) принимает отрицательные значения. В качестве начального приближения в итерационном методе выбирается решение смешанной краевой задачи (11)–(14) (без учета неравенств) с такой маленькой зоной  $S_{12}(0)$ , в окрестности которой главное приближение для давления принимает отрицательные значения. Точки на поверхности цилиндра (расположенные вблизи начальной зоны отрыва), в которых функция  $p$  принимает локальные отрицательные минимумы, выбираются за следующие приближения к точкам отрыва. Далее процесс повторяется. Каждый следующий шаг итерационного процесса приводит к некоторому увеличению зоны  $S_{12}(0)$  и уменьшению зоны отрицательных давлений. Процесс заканчивается, когда зона отрицательных давлений исчезает. Итерационный метод сходится достаточно быстро. Для определения угловых координат точек отрыва с двумя верными знаками после запятой требуется не более чем 20–30 итераций. После окончания итерационного процесса проверяется выполнение кинематического условия в виде неравенства в (13). Заметим, что условие положительности давления будет выполнено и для большей зоны  $S_{12}(0)$ . Однако при увеличении этой зоны нарушается указанное кинематическое условие. Таким образом, данный метод позволяет однозначно определить зону отрыва  $S_{12}(0)$ . Отметим также, что полученные на каждом шаге итерационного процесса линейные задачи (с фиксированными точками раздела краевых условий) решаются численно методом конечных элементов с использованием пакета FreeFem++ [8]. Ранее аналогичные итерационные процессы применялись для решения близких задач об отрывном ударе твердых тел в жидкости [9], контактных задач теории упругости с неизвестными заранее областями контакта [10], а также в работах [2–4], посвященных резко нестационарному взаимодействию твердых тел с жидкостью на малых временах.

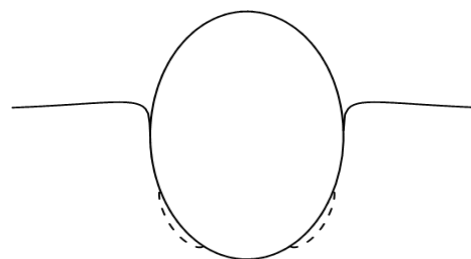
Теперь перейдем к рассмотрению конкретных примеров. Исследование задачи о кавитационном торможении эллиптического цилиндра проводится при следующих фиксированных значениях параметров:  $Fr = 3$ ,  $p_0 = 1$ . При этом рассматриваются случаи, соответствующие различным ускорениям цилиндра, а также различным геометрическим параметрам (рисунок).



a/a



б/б



в/в

Зависимость кавитационного торможения эллиптического цилиндра от его геометрических параметров и ускорения: а -  $\omega = 2$ ,  $\varepsilon = 0,5$ ,  $H_b = 1$ ,  $t = 0,2$ ; б -  $\omega = 4$ ,  $\varepsilon = 0,5$ ,  $H_b = 1$ ,  $t = 0,2$ ; в -  $\varepsilon = 1,5$ ,  $\omega = 2$ ,  $H_b = 2,5$ ,  $t = 0,4$  / Dependence of cavitation braking of an elliptical cylinder on its geometric parameters and acceleration: a -  $\omega = 2$ ,  $\varepsilon = 0,5$ ,  $H_b = 1$ ,  $t = 0,2$ ; б -  $\omega = 4$ ,  $\varepsilon = 0,5$ ,  $H_b = 1$ ,  $t = 0,2$ ; в -  $\varepsilon = 1,5$ ,  $\omega = 2$ ,  $H_b = 2,5$ ,  $t = 0,4$

Рассмотрены 3 картины течения жидкости вблизи тела. На начальном этапе торможения цилиндра существенное влияние на картину течения жидкости оказывает параметр  $\omega$ . При увеличении  $\omega$  промежуток времени, на котором происходит процесс торможения цилиндра, уменьшается ( $0 < t < \omega^{-1}$ ). Значениям параметров:  $\omega = 2$ ,  $\varepsilon = 0,5$ ,  $H_b = 1$ ,  $t = 0,2$  соответствуют две симметричные каверны. Угловые координаты точек отрыва первой кавитационной зоны имеют следующие приближенные значения:  $\theta_1 = -0,024$ ,  $\theta_2 = -0,23$ . При увеличении ускорения цилиндра кавитационные зоны увеличиваются и сливаются в одну большую зону отрыва. Картина течения (рис. б) соответствует ускорению цилиндра  $\omega = 4$  и неизменным остальным параметрам задачи ( $\theta_1 = -0,023$ ,  $\theta_2 = -1,10$ ). Следует отметить, что при уменьшении  $\omega$  зоны отрыва уменьшаются, но сразу не исчезают. Полное исчезновение зон отрыва происходит только при отрицательных значениях параметра  $\omega$ , которые соответствуют разгону цилиндра. Отметим также, что существенное влияние на расположение зон отрыва оказывает форма эллипса, характеризуемая параметром  $\varepsilon$ . Для эллипса, вытянутого в горизонтальном направлении, крайние точки отрыва расположены очень близко к внешней свободной границе жидкости (рис. а, б). При увеличении параметра  $\varepsilon$  зоны отрыва смещаются вниз (рис. в). Здесь параметры задачи выбраны следующим образом:  $\varepsilon = 1,5$ ,  $\omega = 2$ ,  $H_b = 2,5$ ,  $t = 0,4$ . Приближенные значения угловых координат точек отрыва равны  $\theta_1 = -0,65$ ,  $\theta_2 = -1,24$ .

Предыдущие рассуждения проводились при фиксированных значениях параметров  $Fr$  и  $p_0$ . Однако эти безразмерные величины также оказывают влияние на отрыв. Если, например, зафиксировать параметры задачи (кроме числа Фруда), соответствующие рис. а, то при уменьшении числа Фруда зоны отрыва будут исчезать.

### Заключение

В работе исследована задача об ударе и последующем кавитационном торможении эллиптического цилиндра, полупогруженного в жидкость конечной глубины. Центральным моментом работы является постановка задачи с односторонними ограничениями, на основе которой определяются первоначальные зоны отрыва и контакта частиц жидкости, а также возмущения внешней и внутренней свободных границ жидкости на малых временах. Рассмотрены конкретные численные примеры, демонстрирующие образование каверн около границы тела. Показано, что физические и геометрические параметры задачи оказывают существен-

ное влияние на расположение зоны отрыва и ее связность.

### Литература

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 448 с.
2. Норкин М.В. Образование каверны при наклонном отрывном ударе кругового цилиндра под свободной поверхностью тяжелой жидкости // Сиб. журн. индустриальной математики. 2016. Т. 19, № 4. С. 81–92.
3. Норкин М.В. Кавитационное торможение кругового цилиндра в жидкости после удара // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 1. С. 102–107.
4. Норкин М.В. Кавитационное торможение твердого тела в возмущенной жидкости // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 2. С. 181–193.
5. Korobkin A. Cavitation in liquid impact problems // Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003). November 1–4. Osaka, Japan, 2003.
6. Reinhard M., Korobkin A.A., Cooker M.J. Cavity formation on the surface of a body entering water with deceleration // J. Engng Math. 2016. Vol. 96 (1). P. 155–174.
7. Korobkin A.A., Wu G.X. Impact on a floating circular cylinder // Proc. R. Soc. Lond. A. 2000. Vol. 456. P. 2489–2514.
8. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Использование пакета конечных элементов FreeFem++ для задач гидродинамики, электрофореза и биологии. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2008. 256 с.
9. Дворак А.В., Теселкин Д.А. Численное исследование двумерных задач об импульсивном движении плавающих тел // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26, № 1. С. 144–150.
10. Рвачев В.Л., Проценко В.С. Контактные задачи теории упругости для неклассических областей. Киев: Наукова думка, 1977. 235 с.

### References

1. Sedov L.I. *Ploskie zadachi gidrodinamiki i aerodinamiki* [Flat problems of hydrodynamics and aerodynamics]. Moscow: Nauka, 1966, 448 p.
2. Norkin M.V. *Obrazovanie kaverny pri naklon-nom otrivnom udare tsilindra pod svobodnoi po-verkhnost'yu tyazheloi zhidkosti* [Formation of a cavity with an oblique tear-off impact of a circular cylinder under the free surface of a heavy fluid]. *Sib. zhurn. industrial'noi matematiki*. 2016, vol. 19, No. 4, pp. 81-92.
3. Norkin M.V. *Kavitatsionnoe tormozhenie krugovogo tsilindra v zhidkosti posle udara* [Cavitational inhibition of a circular cylinder in a fluid after impact]. *PMTF*. 2017, vol. 58, No. 1, pp. 102-107.
4. Norkin M.V. *Kavitatsionnoe tormozhenie tverdogo tela v vozmushchennoi zhidkosti* [Cavitation braking



of a rigid body in a perturbed fluid]. *Nelineinaya dinamika*. 2017, vol. 13, No. 2, pp. 181-193.

5. Korobkin A. Cavitation in liquid impact problems. *Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003)*. November 1-4. Osaka, Japan, 2003.

6. Reinhard M., Korobkin A.A., Cooker M.J. Cavity formation on the surface of a body entering water with deceleration. *J. Eng. Math.* 2016, vol. 96 (1), pp. 155–174.

7. Korobkin A.A., Wu G.X. Impact on a floating circular cylinder. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 2000, vol. 456, pp. 2489-2514.

8. Zhukov M.Yu., Shiryaeva E.V. *Ispol'zovanie paketa konechnykh elementov FreeFem++ dlya zadach gidro-*

*dinamiki, elektroforeza i biologii* [Use of the FreeFem ++ finite element package for hydrodynamics, electrophoresis and biology problems]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2008, 256 p.

9. Dvorak A.V., Teselkin D.A. Chislennoe issledovanie dvumernykh zadach ob impul'sivnom dvizhenii plavayushchikh tel [Numerical investigation of two-dimensional problems on the impulsive motion of floating bodies]. *Zhurn. vychisl. matematiki i mat. fiziki*. 1986, vol. 26, No. 1, pp. 144-150.

10. Rvachev V.L., Protsenko V.S. *Kontaktnye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastei* [Contact problems of the theory of elasticity for nonclassical domains]. Kiev: Naukova dumka, 1977, 235 p.

---

**Поступила в редакцию / Received**

**27 декабря 2017 г. / December 27, 2017**

---

УДК 539.3

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-40-42

## КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО СЛОЯ\*

© 2018 г. Д.А. Пожарский<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

## CONTACT PROBLEMS FOR AN INHOMOGENEOUS LAYER

D.A. Pozharskii<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

Пожарский Дмитрий Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: pozharda@rambler.ru

Dmitrii A. Pozharskii - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: pozharda@rambler.ru

Рассмотрены трехмерные контактные задачи теории упругости о взаимодействии жестких штампов с неоднородным слоем, материал которого характеризуется переменным по глубине коэффициентом Пуассона и постоянным модулем сдвига. Модуль продольной упругости также изменяется по глубине соответствующим образом. Другая грань слоя лежит без трения на недеформируемом основании или на основании Винклера (задачи А и В соответственно). Задачи сведены к интегральному уравнению (ИУ) относительно контактных давлений, для ядра которого построены точные выражения. При заранее неизвестной области контакта для решения применен метод нелинейных граничных интегральных уравнений (ГИУ), который позволяет одновременно определить область контакта и давления в этой области. Расчеты сделаны для пирамидального и конического штампов при изменении относительной толщины слоя и параметров закона неоднородности. Ранее для аналогичных задач с более сложными законами неоднородности использовалась аппроксимация символа ядра ИУ. Рассмотренный тип неоднородности можно считать простой моделью, на которой можно установить основные эффекты контактного взаимодействия.

**Ключевые слова:** контактная задача, неоднородный упругий слой.

Three-dimensional contact problems of the elasticity theory are investigated on the interaction between rigid punches and an inhomogeneous layer with variable Poisson's ratio in depth and constant shear modulus. In this case the longitudinal modulus of elasticity is also variable in depth. The other layer face lies without friction on a rigid or Winkler base (problems A and B, respectively). The problems are reduced to an integral equation with respect to the contact pressures, the kernels are constructed in exact forms. For a priori unknown contact domain, the method of nonlinear boundary integral equations is used which make it possible to determine the contact zone and the contact pressures simultaneously. Calculations have been made for pyramidal and conical punches for different values of relative layer thickness as well as for different parameters of the nonhomogeneity law. Earlier for similar problems for more complicated functionally graded materials, approximations have been used for symbol functions of integral equations. In this paper, the nonhomogeneity law can serve as the simplest model which helps to discover the principal effects of the contact interaction.

**Keywords:** contact problem, inhomogeneous elastic layer.

Исследованы трехмерные контактные задачи теории упругости о взаимодействии жестких штампов с неоднородным слоем. Рассмотрим упругий слой  $\{-\infty < x_1, x_2 < \infty, 0 \leq x_3 \leq h\}$  с параметрами упругости  $G$  (модуль сдвига) и  $\nu(x_3)$  (коэффициент Пуассона,  $-1 < \nu(x_3) < 0,5$ ). Тогда модуль продольной упругости  $E(x_3) = 2G(1 + \nu(x_3))$  также зависит от глубины. Пусть на одной грани слоя действует нормальная сосредоточенная сила  $P$ , а другая

грань лежит без трения на жестком основании или на основании Винклера (задачи А\* и В\* соответственно). Граничные условия имеют вид  $x_3 = 0$ :  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ,  $\sigma_{33} = -P\delta(x_1)\delta(x_2)$ ;  $x_3 = h$ :  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ , А\*)  $u_3 = 0$ ; В\*)  $u_3 = \alpha G^{-1}\sigma_{33}$  ( $\alpha = \text{const}$ ).

Решая задачи А\* и В\* при использовании известной техники [2], получим нормальные перемещения в форме

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-01-00017).

$$u_3(x_1, x_2, 0) = \frac{1}{4\pi G} \int_0^\infty Q(u) J_0(xu) du, \quad x = \sqrt{x_1^2 + x_2^2},$$

$$A^*) \quad Q(u) = \frac{4sh^2(hu)}{u(2L + E_2^2 L_1 + E_1^2 L_2)},$$

$$E_1 = \exp(-hu), \quad E_2 = \exp(hu),$$

$$L = \int_0^h \gamma(s) ds, \quad L_1 = \int_0^h \gamma(s) \exp(-2us) ds,$$

$$L_2 = \int_0^h \gamma(s) \exp(2us) ds, \quad \gamma(s) = \frac{1}{1 - \nu(s)}, \quad (1)$$

$$B^*) \quad Q(u) = \frac{Q_1}{uQ_2},$$

$$Q_1 = 4sh^2(hu) - (E_1 - E_2)(\alpha_1 + \alpha_2),$$

$$Q_2 = 2L + E_2^2 L_1 + E_1^2 L_2 + (LE_1 + L_1 E_2) \alpha_2 - (L_2 E_1 + LE_2) \alpha_1,$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя.

Рассмотрим контактные задачи А и В, в которых граничные условия при  $x_3 = h$  точно такие же, как в задачах А\* и В\*, а другая грань взаимодействует с жестким штампом при отсутствии трения и перекоса. Под действием силы  $P$  штамп испытывает осадку  $\delta$ , а форма его основания описывается функцией  $f(x_1, x_2)$  в области контакта  $\Omega$ . При заданных величинах  $G, h, \delta, \alpha$  и функциях  $\nu(x_3)$  и  $f(x_1, x_2)$  требуется определить область контакта  $\Omega$  и контактные давления  $\sigma_{33} = -q(x_1, x_2)$  ( $(x_1, x_2) \in \Omega$ ), которые должны обращаться в нуль на краю области контакта. Затем можно найти интегральную характеристику давлений  $P$ .

На основе фундаментальных решений (1) контактные задачи сводятся к следующему ИУ относительно функции  $q(x_1, x_2)$

$$\frac{1}{4\pi G} \iint_{\Omega} q(\xi, \eta) K(x_1, x_2, \xi, \eta) d\xi d\eta = \delta - f(x_1, x_2), \quad (2)$$

$$(x_1, x_2) \in \Omega,$$

$$K(x_1, x_2, \xi, \eta) = \int_0^\infty Q(u) J_0(Ru) du, \quad R = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (x_2 - \eta)^2}.$$

Допустим, что функция  $\gamma(x_3)$  разлагается в ряд Фурье на отрезке  $[0, h]$  и далее ограничимся двумя членами этого разложения [2]

$$\gamma(x_3) = a_1 + a_2 \cos(\pi n h^{-1} x_3), \quad (3)$$

где  $a_1, a_2$  – постоянные, которые будем выбирать из условия  $0 \leq \nu(x_3) \leq 1/2$ .

Для решения задач А и В применим метод нелинейных граничных интегральных уравнений (ГИУ), позволяющий одновременно определить область контакта и давления в этой области [3].

Для закона неоднородности (3) главная часть ядра ИУ (2) для обеих контактных задач будет вида  $R^{-1}$ , что связано со значением интеграла [3]

$$\int_0^\infty J_0(Ru) du = \frac{1}{R}.$$

Для задачи В в ядре ИУ (2) дополнительно возникает двумерная  $\delta$ -функция Дирака, связанная со значением интеграла [3]

$$\int_0^\infty u J_0(Ru) du = 2\pi \delta(x_1 - \xi) \delta(x_2 - \eta).$$

Поэтому для задачи В ИУ (2) становится ИУ второго рода. Метод нелинейных ГИУ здесь также применим. Предположим, что неизвестная область контакта содержится в прямоугольнике  $\{|x_1| \leq b, |x_2| \leq c\}$ ,  $b \geq c$ . Введем безразмерные обозначения (штрихи далее опускаем):

$$x'_1 = \frac{x_1}{b}, \quad x'_2 = \frac{x_2}{b}, \quad \xi' = \frac{\xi}{b}, \quad \eta' = \frac{\eta}{b}, \quad \delta' = \frac{\delta}{b},$$

$$R' = \frac{R}{b}, \quad \lambda = \frac{2h}{b}, \quad \varepsilon = \frac{c}{b},$$

$$q'(x'_1, x'_2) = \frac{1 - \nu(0)}{2\pi G} q(x_1, x_2),$$

$$P' = \frac{[1 - \nu(0)]P}{2\pi G b^2}, \quad f'(x'_1, x'_2) = \frac{f(x_1, x_2)}{b} \text{ и т.д.}$$

Безразмерный параметр  $\lambda$  характеризует относительную толщину слоя,  $n$  – частоту осцилляций закона неоднородности (3). В новых обозначениях ИУ (2), (3) для задачи А можно записать в форме (для задачи В это делается аналогично)

$$\iint_{\Omega} q(\xi, \eta) \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{\lambda} \psi\left(\frac{R}{\lambda}\right) \right] d\xi d\eta = \delta - f(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \Omega,$$

$$\psi(t) = \int_0^\infty [X(u) + aY(u)] J_0(tu) du, \quad X(u) = \frac{\text{ch}(u) - 1}{\text{sh}(u) + u} - 1,$$

$$Y(u) = \frac{[\text{ch}(u) - 1][u + (1 - \theta(u))\text{sh}(u)]}{[\text{sh}(u) + u][u + (1 + a\theta(u))\text{sh}(u)]}, \quad \theta(u) = \frac{u^2}{u^2 + \pi^2 n^2}.$$

В таблице приведены значения силы  $P$  при  $\delta = \varepsilon = 1$  и различных значениях  $\lambda, a, n$  для разных форм штампов. При этом  $f(x_1, x_2) = \max(|x_1|, |x_2|)$  для пирамидального штампа,  $f(x_1, x_2) = \text{ctg}(\beta_0) \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  – для кругового конического штампа с углом  $2\beta_0$  при вершине,  $f(x_1, x_2) = \sqrt{Ax_1^2 + Bx_2^2}$  – для некругового конического штампа ( $A \leq B$ ). Угловые точки штампов сглаживаются.

При уменьшении  $\lambda$  (уточнении слоя) значения давления и силы  $P$  возрастают (таблица), что объясняется жестким основанием на нижней грани

слоя. С уменьшением угла раствора кругового конического штампа область контакта и сила  $P$  уменьшаются, однако давление в точке первоначального контакта возрастает. Как видно из таблицы, при возрастании  $n$  (с ростом частоты осцилляции закона неоднородности) сила  $P$  уменьшается при  $a > 0$  и возрастает при  $a < 0$ .

**Значения силы  $P$  в контактной задаче А /  
 The values of the force  $P$  in the contact problem А**

$\lambda$	$n(a=1/4)$			$n(a=-1/4)$		
	1	2	3	1	2	3
Пирамидальный штамп						
1	0,722	0,707	0,703	1,138	1,166	1,178
2	0,417	0,404	0,393	0,582	0,614	0,627
Круговой конический штамп, $\beta_0=45^\circ$						
1	0,563	0,550	0,547	0,884	0,908	0,917
2	0,331	0,316	0,309	0,454	0,482	0,494
Круговой конический штамп, $\beta_0=60^\circ$						
1	1,360	1,334	1,325	2,119	2,169	2,194
2	0,772	0,745	0,736	1,109	1,159	1,177
Некруговой конический штамп, $A=0,5, B=1$						
1	0,770	0,755	0,750	1,215	1,244	1,255
2	0,441	0,422	0,415	0,621	0,654	0,667

Это объясняется тем, что в приповерхностном слое под штампом (при малых фиксированных  $x_3$ ) с ростом  $n$  значения коэффициента Пуассона  $\nu(x_3)$

и модуля упругости  $E(x_3)$  снижаются, если  $a > 0$ , и возрастают, если  $a < 0$ . Для задачи В значения давления и силы  $P$  меньше соответствующих значений для задачи А, что объясняется наличием основания Винклера.

**Литература**

1. Айзикович С.М., Александров В.М., Белоконов А.В., Крнев Л.И., Трубочик И.С. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред. М.: Физматлит, 2006. 240 с.
2. Borodachev A.N. Elastic equilibrium in a layer inhomogeneous with depth // International Applied Mechanics. 1988. Vol. 24, № 8. P. 753–758.
3. Alexandrov V.M., Pozharskii D.A. Three-dimensional contact problems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. 406 p.

**References**

1. Aizikovich S.M., Aleksandrov V.M., Belokon' A.V., Krnev L.I., Trubchik I.S. *Kontaktnye zadachi teorii uprugosti dlya neodnorodnykh sred* [Contact problems of the theory of elasticity for inhomogeneous media]. Moscow: Fizmatlit, 2006, 240 p.
2. Borodachev A.N. Elastic equilibrium in a layer inhomogeneous with depth. *International Applied Mechanics*. 1988, vol. 24, No. 8, pp. 753-758.
3. Alexandrov V.M., Pozharskii D.A. *Three-dimensional contact problems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001, 406 p.

УДК 532.5

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-43-48

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГЛОБАЛЬНОГО СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА ДЛЯ РАСЧЕТА ПОТОКА ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ

© 2018 г. М.А. Сумбатян<sup>1</sup>, А.С. Пискунов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

<sup>2</sup>Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, Ростов-на-Дону, Россия

## APPLICATION OF THE GLOBAL RANDOM SEARCH METHOD FOR CALCULATING THE FLOW OF A VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLUID IN A CHANNEL

M.A. Sumbatyan<sup>1</sup>, A.S. Piskunov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

<sup>2</sup>Azov Sea Research Fisheries Institute, Rostov-on-Don, Russia

Сумбатян Межлум Альбертович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: sumbat@math.sfedu.ru

Mezhlum A. Sumbatyan - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: sumbat@math.sfedu.ru

Пискунов Андрей Сергеевич – аспирант, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090; ведущий инженер, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21в, г. Ростов н/Д, 344002, Россия, e-mail: andrey91y@yandex.ru

Andrey S. Piskunov - Postgraduate, Department of Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Lead Engineer, Azov Sea Research Fisheries Institute, Beregovaya St., 21v, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: andrey91y@yandex.ru

Рассматривается плоская задача течения вязкой несжимаемой жидкости в канале на основе уравнений Навье – Стокса и уравнения неразрывности. Функция тока в данном случае может рассматриваться как для ламинарного, так и для турбулентного режимов. Главной целью является тестирование предлагаемого здесь алгоритма для проверки данного факта на примере ламинарного течения. Известно, что доминирующую роль в турбулентном потоке играют вихревые структуры с волновыми числами, определяемыми числом Рейнольдса. Изучается метод решения, основанный на достаточно общем подходе минимизации функционала невязки для операторных уравнений. Функционал невязки исследуется в квадратичной метрике. Описывается алгоритм глобального случайного поиска для минимизации функционала невязки. Данный алгоритм реализован на генерации последовательности случайных величин с последующим уменьшением интервалов поиска на следующих итерациях. Предполагается, что алгоритм глобального случайного поиска обеспечивает наивысшую эффективность и значительно превосходит другие численные методы. Приводятся примеры тестовых функций для апробирования алгоритма глобального случайного поиска. Доказано, что данный метод хорошо подходит к задаче минимизации функционала невязки для ламинарного режима.

**Ключевые слова:** уравнения Навье – Стокса, число Рейнольдса, течение Пуазейля, функция тока, ламинарное течение, случайный поиск, функция Растригина.

In this paper, the plane problem of viscous incompressible fluid in a channel based on the Navier-Stokes equations and the continuity equation is considered. The stream function in this case can be considered for both laminar and turbulent modes. The main purpose is to test the mentioned algorithm on the example of the laminar flow. It is known that vortex structures with wave numbers determined by the Reynolds number play a dominant role in the turbulent flow. It is investigated the method based on the sufficiently overall approach of the residual functional minimization for operator equations. The residual

functional is investigated in a quadratic metric. It is described by the global random search algorithm to minimize the residual functional. This algorithm is implemented by generating the sequence of random variables with consequent reduction of search ranges for the next iterations. It is assumed that the global random search algorithm provides high efficiency and significantly outperforms other numerical methods. Some examples of test functions for testing the global random search algorithm were demonstrated. It is proved that this method is well suited to the problem of residual functional minimization for the laminar flow.

**Keywords:** Navier-Stokes equations, Reynolds number, Hagen-Poiseuille flow, stream function, laminar flow, random search, Rastrigin function.

### Постановка задачи

Пусть в канале  $|y| \leq h$  шириной  $2h$  движется поток вязкой несжимаемой жидкости. Её течение описывается уравнениями Навье – Стокса и неразрывности [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - \nu \Delta v_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - \nu \Delta v_y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v_x, v_y$  – скорости частиц жидкости;  $\nu$  – кинематическая вязкость;  $p$  – гидродинамическое давление;  $\rho$  – плотность жидкости. Граничными условиями задачи являются условия прилипания частиц к стенкам:

$$v_x = 0, v_y = 0, y = \pm h. \quad (2)$$

Задача решается в плоской (двумерной) постановке.

Рассматриваемая задача исследовалась различными методами как в двумерном, так и в трехмерном случаях [3–7]. Несмотря на это, многие физические и математические аспекты еще не до конца изучены. Основную сложность представляет расчет потока в турбулентном режиме. Критическое число Рейнольдса  $Re_* = Uh/\nu$  в этой задаче равно 5772 [8], где  $U$  – максимальная скорость потока по сечению канала в его середине;  $h$  – полуширина канала. Значительные усилия были направлены на преодоление известных трудностей для турбулентного потока, когда  $Re > Re_*$ , однако и для ламинарных нестационарных во времени потоков решение подобной задачи требует значительных усилий. В данной работе развивается метод решения, основанный на достаточно общем подходе минимизации функционала невязки для операторных уравнений.

Вместо системы трёх уравнений (1) будем исследовать одно уравнение для функции тока. В самом деле, давление  $p(x, y, t)$  исключается из (1), если к первому из уравнений этой системы приме-

нить оператор  $\frac{\partial}{\partial y}$  и вычесть из него 2-е уравнение,

продифференцированное по  $x$ .

Введем функцию тока соотношениями

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3)$$

Тогда уравнение для функции тока принимает вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \Delta \psi - \nu \Delta \Delta \psi = 0. \quad (4)$$

Граничные условия (2) записываются следующим образом:

$$\psi|_{y=-h} = -\frac{Q}{2}, \psi|_{y=h} = \frac{Q}{2}, \frac{\partial \psi}{\partial y}|_{y=\pm h} = 0, \quad (5)$$

где  $\psi$  – расход жидкости в канале.

Для корректной постановки задачи как в ламинарном, так и в турбулентном режимах к нестационарному уравнению (4) с граничными условиями (5) следует добавить начальное условие, задающее значение функции  $\psi(x, y, t)$  при  $t = 0$ . Ниже будет отмечено, что решение рассматриваемой задачи разыскивается в классе периодических по времени функций. Очевидно, что в ламинарном случае такое решение может быть только стационарным и определяется параболой Пуазейля. В турбулентном течении известно [4, 6], что начальные условия могут быть заданы достаточно произвольно. Это связано с тем, что с течением времени в турбулентном потоке доминирующую роль играют вихревые структуры с волновыми числами, определяемыми числом Рейнольдса, при этом распределение скоростей в потоке имеет стохастический характер, не зависящий от начальных условий.

В связи с этим функцию тока будем разыскивать в виде

$$\begin{aligned} \psi(x, y, t) = & \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J b_{mkj} \cos\left(\frac{2\pi mt}{T} - \beta_m\right) \times \right. \\ & \left. \times \cos\left(\frac{\pi ky}{h} - \gamma_k\right) \cos\left(\frac{2\pi jx}{L} - \delta_j\right) \right\} \times \\ & \times \left[ 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \right]^2 + \frac{3}{4} Q \left( \frac{y}{h} - \frac{y^3}{3h^3} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что выражение (6) автоматически удовлетворяет граничным условиям (5). При этом  $Re = 0,75Q/v$ . Параметры функции тока определим в интервалах

$$-Q < b_{mkj} < Q, \quad 0 < \beta_m < 2\pi, \quad 0 < \gamma_k < \pi$$

$$\text{и } 0 < \delta_j < 2\pi, \quad (7)$$

где  $b_{mkj}$ ,  $\beta_m$ ,  $\gamma_k$  и  $\delta_j$  – некоторые неизвестные коэффициенты. Разыскивая функцию тока  $\psi(x, y, t)$  в виде (6), можно моделировать практически произвольное поведение этой функции по времени, так как произвольную периодическую функцию с периодом  $T$  можно сколь угодно точно приблизить отрезком ряда Фурье. Заметим также, что представление (6) справедливо как в турбулентном, так и в ламинарном режимах. В ламинарном случае выделенное в явном виде последнее слагаемое в (6) соответствует течению Пуазейля. В данной работе основной целью является тестирование предлагаемого здесь алгоритма для проверки указанного факта на примере ламинарного течения. В этом случае все весовые коэффициенты  $b_{mkj}$  в результате применения предложенного в данной работе алгоритма должны быть достаточно малыми величинами. В ближайших работах авторы планируют применить этот подход к турбулентному потоку в канале.

Подставим функцию тока (6) в уравнение (4) и обозначим выражение для левой части через функцию  $\Psi(x, y, t)$ . Введем сетку по трём переменным  $(x_i, y_\ell, t_q)$  с шагом  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_t)$ . При этом переменная  $x$  изменяется на некотором достаточно длинном горизонтальном интервале,  $y$  – вдоль толщины канала,  $t$  – на некотором временном интервале. Поскольку функция  $\Psi(x, y, t)$  должна быть тождественно равной нулю в выбранном параллелепипеде переменных  $(x, y, t)$ , то ее значения на выбранной сетке также все должны быть равны нулю. Этого можно добиться, минимизируя функционал невязки в квадратичной метрике:

$$\Phi = \sum_i \sum_\ell \sum_q |\Psi(x_i, y_\ell, t_q)|^2. \quad (8)$$

Таким образом, задача сводится к поиску неизвестных коэффициентов в разложении функции тока (6) и условия, что функционал (8) достигает своей нижней границы

$$\hat{\Phi} = \min \{ \Phi(x_i, y_\ell, t_q) \}.$$

Чем меньше положительное значение будет достигнуто, тем ближе построенная функция тока будет к истинной.

Поскольку задача минимизации для данного функционала требует больших вычислительных затрат, минимум будем находить методом глобального случайного поиска. Он обеспечивает наивысшую эффективность, значительно превосходя другие численные методы.

### Реализация метода

Для большей ясности опишем предлагаемый алгоритм на простейшем случае  $m=1, k=1, j=1$ . Тогда имеем 4 неизвестных коэффициента  $[b_{111}, \beta_1, \gamma_1, \delta_1] = [x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}]$ . На первом шаге каждый коэффициент представим в виде последовательности случайных чисел размера  $N$  на интервалах (7):

$$b_{mkj} = \{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_N^{(1)}\},$$

$$\beta_m = \{x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_N^{(2)}\},$$

$$\gamma_k = \{x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, \dots, x_N^{(3)}\},$$

$$\delta_j = \{x_1^{(4)}, x_2^{(4)}, \dots, x_N^{(4)}\}.$$

Подставим коэффициенты в функционал (8). Получим последовательность значений  $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N\}$  (табл. 1).

Таблица 1

Случайные величины / Random values

$\Phi$	$b_{mkj}$	$\beta_m$	$\gamma_k$	$\delta_j$
$\Phi_1$	$x_1^{(1)}$	$x_1^{(2)}$	$x_1^{(3)}$	$x_1^{(4)}$
$\Phi_2$	$x_2^{(1)}$	$x_2^{(2)}$	$x_2^{(3)}$	$x_2^{(4)}$
...	...	...	...	...
$\Phi_N$	$x_N^{(1)}$	$x_N^{(2)}$	$x_N^{(3)}$	$x_N^{(4)}$

Алгоритм, применяемый в данной работе, настроен на отыскание глобального максимума положительной функции. Очевидно, что минимизация положительной функции, возникающая в рамках описанного выше метода, легко сводится к поиску максимума для функции  $\Phi^{-1}$ . Поэтому для простоты будем считать, что решается задача поиска глобального максимума.

Выбираем два параметра:  $I$  – число итераций;  $N$  – количество наилучших значений функционала  $\Phi$  на каждой итерации. На первом шаге итерационного процесса бросания случайными точками в выбранной области изменения аргументов рассматриваемого функционала осуществляются простым генерированием случайных величин, равно-

мерно распределенных на соответствующем интервале. Подсчитаем вероятность того, что данное значение является подходящим для достижения максимума, и отсортируем последовательность следующим образом:

$$P_i = \frac{\Phi_i}{\sum_{i=1}^N \Phi_i}, \quad i=1..N, \quad \Phi_1 < \Phi_2 < \dots < \Phi_{N-1} < \Phi_N.$$

Далее по формуле  $n_i = P_i N$  вычисляем величину, определяющую, сколько раз мы выберем точку  $x_i$  со значением функционала  $\Phi_i$  в качестве подходящей для запуска следующего шага итерации. Очевидно, что число точек предыдущего шага, имеющих большие значения функционала, будет больше, чем число подобных точек с меньшими значениями функционала. При этом числа  $n_i = P_i N$  должны быть целыми, поэтому округляем их вверх до ближайшего целого. Тогда их сумма, т.е. полное количество подходящих для следующей итерации точек  $x_i$ , может оказаться большей, чем  $N$ . В этом случае оставляем из них  $N$  штук с наилучшими значениями  $\Phi_i$ . Например, если  $N=3$  и значения величин  $P_i$  для них равны  $P_1=1/2$ ,  $P_2=1/3$ ,  $P_3=1/6$ , то  $n_1=2$ ,  $n_2=1$ ,  $n_3=1$ . Тогда из четырех точек  $x_i$  выбираем два раза  $x_1$  и один раз  $x_2$ , получая таким образом 3 необходимые точки для следующего шага итерации.

Следующий шаг итерации состоит в том, что происходят случайные бросания в окрестностях  $N$  точек, отобранных на предыдущем шаге итераций. При этом окрестность отобранных точек постепенно сжимается с каждым шагом, что позволяет уточнять значения наиболее удачных пробных точек. Конкретные расчеты показывают, что целе-

сообразным законом уменьшения радиуса области для поиска подходящих точек является закон линейного убывания радиуса с увеличением номера итерации. Построенные таким образом новые  $N$  точек участвуют в очередном шаге итераций, описанном выше.

Примененный алгоритм родственен одному из методов, предложенных в [9]. Его характерные особенности: на каждом шаге итераций всегда выбираются  $N$  точек с наилучшими значениями функционала и окрестности, в которых отыскиваются наиболее подходящие точки, постепенно стягиваются к наиболее удачным точкам, полученным на предыдущих шагах итерационного процесса.

### Примеры тестовых функций и численные результаты

Перед реализацией глобального случайного поиска для гидродинамической задачи в канале апробируем примененный алгоритм на известных в литературе тестовых функциях. В 1974 г. Л. Растригиным была предложена двумерная невыпуклая функция [10], используемая для тестирования эффективности алгоритмов оптимизации. Она является типичным примером нелинейной мультимодальной функции [4] (рис. 1, 2). В 1991 г. функция Растригина была обобщена на высшие размерности. Нахождение минимума этой функции является достаточно сложной задачей из-за большого количества локальных минимумов. Эта функция описывается в явном виде

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)],$$

где  $A=10$ , а глобальный минимум  $f(x)=0$  и находится в точке  $x=0$  [11].

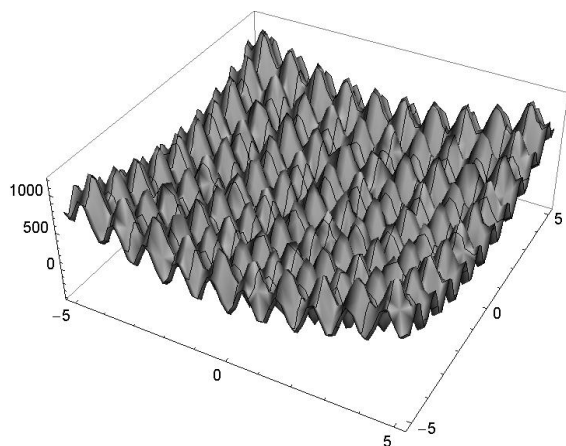


Рис. 1. Функция Растригина для  $n = 2$  /  
 Fig. 1. Rastrigin function for  $n = 2$

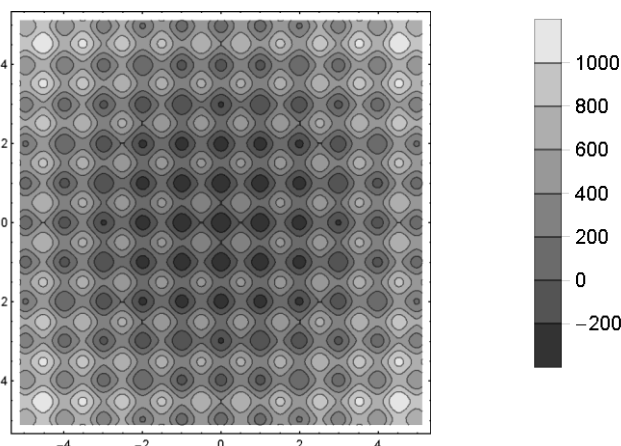


Рис. 2. Изолинии функции Растригина для  $n = 2$  /  
 Fig. 2. Contour of Rastrigin function for  $n = 2$



Другой подходящей функцией для тестирования алгоритма поиска глобального экстремума является выпуклая функция Бута [5] (рис. 3), которая обычно подходит для тестирования простейших алгоритмов случайного поиска

$$f(x) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2.$$

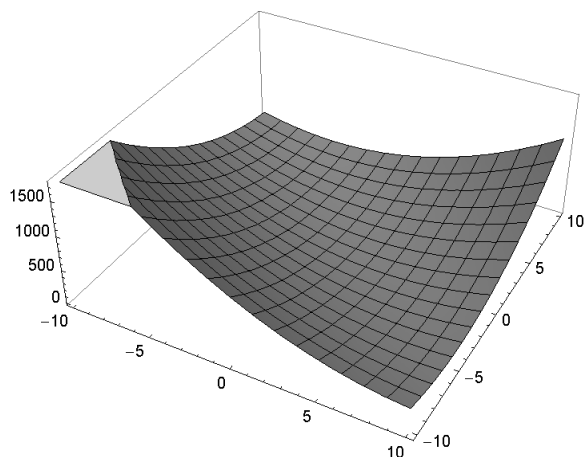


Рис. 3. Функция Бута / Fig. 3. Booth's function

Глобальный минимум функции Бута  $f(1,3) = 0$ .

### Результаты

На первом этапе проверим алгоритм глобального случайного поиска на тестовых функциях Бута и Растригина. Все расчеты будем проводить при  $I=1000, N=50$ .

**Функция Бута.** За 1000 итераций достигнуто значение функционала, равное  $6,9651 \cdot 10^{-7}$  в точке  $x_1 = 1,0005, x_2 = 2,99983$ .

**Функция Растригина.** Достигнуты значения:

$$n = 2. \quad 1,944 \cdot 10^{-8} \text{ в точке } x_1 = 1,956 \cdot 10^{-6},$$

$$x_2 = -9,704 \cdot 10^{-6};$$

$$n = 3. \quad 5,518 \cdot 10^{-6} \text{ в точке } x_1 = -1,228 \cdot 10^{-4},$$

$$x_2 = 1,111 \cdot 10^{-4}, \quad x_3 = -1,974 \cdot 10^{-5};$$

$$n = 4. \quad 6,818 \cdot 10^{-5} \text{ в точке } x_1 = 2,060 \cdot 10^{-4},$$

$$x_2 = -5,462 \cdot 10^{-5}, \quad x_3 = 4,889 \cdot 10^{-4}, \quad x_4 = 2,434 \cdot 10^{-4}.$$

Для ламинарного течения ( $Q/\nu = \frac{4}{3} \text{Re}$ ) метод глобального случайного поиска дает  $\Phi_{\min} = 1,185 \cdot 10^{-2}, b_{111} = -1,0836 \cdot 10^{-7}$ .

Таким образом, с высокой точностью достигается парабола Пуазейля. Дальнейший рост числа Рейнольдса ухудшает точность алгоритма, так как с

ростом параметра  $Q/\nu$  глобальный минимум функционала  $\Phi$  увеличивается (табл. 2).

Таблица 2

Функция  $\Phi$  и  $b_{111}$  при росте  $Q/\nu$   
 The values of  $\Phi$  and  $b_{111}$  versus parameter  $Q/\nu$

$Q/\nu$	$\Phi$	$b_{111}$
1	0,0118501	$-1,08356 \cdot 10^{-7}$
10	0,449648	$5,97278 \cdot 10^{-6}$
100	1,3093	$4,04933 \cdot 10^{-6}$
1000	5,88033	$-2,25321 \cdot 10^{-6}$

### Заключение

Исходя из полученных результатов, для ламинарного режима при разных числах Рейнольдса  $Q/\nu = 1, 10, 100, 1000, \hat{\Phi} = \min\{\Phi(x, y, t)\}$  можно сделать вывод о том, что данный метод глобального случайного поиска хорошо подходит к задаче минимизации функционала невязки. В ближайших работах авторы планируют адаптировать разработанный алгоритм для случая турбулентного потока.

### Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
4. Moin P., Kim J. Numerical investigation of turbulent channel flow // J. of Fluid Mechanics. 1982. Vol. 118. P. 341–377.
5. Rai M.M., Moin P. Direct simulations of turbulent flows using finite-difference schemes // J. of Computational Physics. 1991. Vol. 96. P. 15–53.
6. Никитин Н.В. Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34, № 6. С. 909–925.
7. Сумбатян М.А., Мацуга В.В. О структуре звукового поля высокоскоростного турбулентного потока вязкой жидкости в узком канале // Вестн. Донского гос. техн. ун-та. 2005. Т. 5, № 4 (26). С. 507–515.
8. Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости. М.: Физматлит, 2005. 288 с.
9. Жигляевский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991. 248 с.
10. Растринин Л.А. Системы экстремального управления. М.: Наука, 1974. 632 с.

11. Momin J., Xin-She Y. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems // *Int. J. of Mathematical Modelling and Numerical Optimization*. 2013. Vol. 4, № 2. P. 150–194.

#### References

1. Loitsyanskii L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of fluids and gas]. Moscow: Nauka, 1970, 904 p.
2. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [The theory of boundary layer]. Moscow: Nauka, 1974, 712 p.
3. Rouch P. *Vychislitel'naya gidrodinamika* [Computational fluid dynamics]. Moscow: Mir, 1980, 616 p.
4. Moin P., Kim J. Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. of Fluid Mechanics*. 1982, vol. 118, pp. 341-377.
5. Rai M.M., Moin P. Direct simulations of turbulent flows using finite-difference schemes. *J. of Computational Physics*. 1991, vol. 96, pp. 15-53.
6. Nikitin N.V. Spektral'no-konechno-raznostnyi metod rascheta turbulentnykh techenii neszhimaimoi zhidkosti v

trubakh i kanalakh [A spectral finite-difference method of calculating turbulent flows of an incompressible fluid in pipes and channels]. *Zhurn. vychisl. matematiki i mat. fiziki*. 1994, vol. 34, No. 6, pp. 909-925.

7. Sumbatyan M.A., Matsuga V.V. O strukture zvukovogo polya vysokoskorostnogo turbulentnogo potoka vyazkoi zhidkosti v uzkom kanale [On the sound field structure of a high-speed turbulent flow of viscous fluid in the narrow channel]. *Vestn. Donskogo gos. tekhn. un-ta*. 2005, vol. 5, No. 4 (26), pp. 507-515.

8. Drazin F. *Vvedenie v teoriyu gidrodinamicheskoi ustoichivosti* [Introduction to hydrodynamic stability]. Moscow: Fizmatlit, 2005, 288 p.

9. Zhiglyavskii A.A., Zhilinskas A.G. *Metody poiska global'nogo ekstremuma* [Methods of finding the global extremum]. Moscow: Nauka, 1991, 248 p.

10. Rastrigin L.A. *Sistemy ekstremal'nogo upravleniya* [Systems of extremal control]. Moscow: Nauka, 1974, 632 p.

11. Momin J., Xin-She Y. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems. *Int. J. of Mathematical Modelling and Numerical Optimization*. 2013, vol. 4, No. 2, pp. 150-194.

УДК 514.822

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-49-54

## ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА МЕМБРАННОЙ ТЕОРИИ ВЫПУКЛЫХ ОБОЛОЧЕК ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА СИММЕТРИЧЕСКИХ КУПОЛОВ

© 2018 г. Е.В. Тюриков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## BOUNDARY PROBLEM OF THE MEMBRANE THEORY CONVENTIONAL SHELLS FOR ONE CLASS OF SYMMETRIC DOME

E.V. Tyurikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Тюриков Евгений Владимирович – профессор, кафедра математики, Донской государственной технической университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: etyurikov@hotmail.com

Evgenii V. Tyurikov - Professor, Department of Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: etyurikov@hotmail.com

Получен ряд результатов, относящихся к мембранной теории выпуклых оболочек с кусочно-гладкой границей её серединной поверхности. В рамках этой теории изучается задача о реализации безмоментного напряжённого состояния равновесия тонкой упругой оболочки, серединная поверхность  $S$  которой есть внутренняя часть овалоида строго положительной гауссовой кривизны класса регулярности  $W^{3,p}$ ,  $p > 2$ , с кусочно-гладким краем, состоящим из конечного числа дуг класса регулярности  $C^{1,\varepsilon}$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ . Развитие этой теории с помощью аппарата обобщённых аналитических функций требует расширенной постановки основной граничной задачи. Такая постановка даётся для оболочки с односвязной серединной поверхностью с использованием специального граничного условия Римана – Гильберта. Найдены классы поверхностей (симметрические купола), для которых получены достаточные условия квазикорректности основной граничной задачи в геометрической форме.

**Ключевые слова:** выпуклая оболочка, задача Римана – Гильберта.

The some results related to the membrane theory of protuberant shells with the piece-smooth border of the it's middle surface is got. Within the framework of this theory the task of the realization of the momentless tense state of equilibrium of thin resilient shell is studied. The middle surface of  $S$  is interior of the ovaloid strictly positive gaussian curvature with the class of the regularity of  $W^{3,p}$ ,  $p > 2$ , and a the piece-smooth edge consisting of the finite number of arcs with the class of the regularity  $C^{1,\varepsilon}$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ . The development of this theory with generalized analytical functions approach requires the extended raising of the basic border task. Such raising is given for a shell with an onecoherent middle surface with the Riemann-Gilbert special border condition. The sufficient conditions of the quasicorrectnesses of the basic border task in the geometrical form are proved for the classes of surfaces (symmetric domes).

**Keywords:** convex shell, Riemann-Hilbert boundary value problem.

### Введение

Начало систематическому применению методов комплексного анализа для исследования основных задач общей теории тонких упругих оболочек с гладким краем (т.е. с гладкой границей её серединной поверхности) было положено в работах И.Н. Векуа [1, 2]. Определяющим здесь является то обстоятельство, что безмоментное состояние напряжённого равновесия выпуклой оболочки вполне определяется решением задачи Римана – Гильберта с гёльдеровым коэффициентом граничного условия для обобщённой аналитической функции. В работе

А.Л. Гольденвейзера [3] впервые установлена связь между граничными задачами для сферических оболочек с кусочно-гладким краем (сферических куполов) и задачей Римана – Гильберта для аналитических функций с разрывным коэффициентом граничного условия, а также введён термин «концентрация напряжений» для статической интерпретации её решений, не ограниченных в точках разрыва. Однако указанные задачи для односвязной выпуклой оболочки общего вида с кусочно-гладким краем не укладываются в рамки математической части теории И.Н. Векуа. Дальнейшее её развитие автором [4, 5] позволило получить полную картину

разрешимости основной граничной задачи для сферических куполов и сформулировать критерий безусловной разрешимости в геометрической форме [6]. Для куполов общего вида [7] установлена связь между геометрией границы и картиной разрешимости, а также найдены достаточные условия разрешимости основной граничной задачи при условии концентрации напряжений в угловых точках. Приведённый в [7] алгоритм нахождения индекса граничного условия приводит к решению труднообозримых тригонометрических уравнений, что не позволяет сформулировать критерий безусловной разрешимости в геометрической форме. Цель настоящей работы – отыскать семейства куполов общего вида, для которых условия квазикорректности основной граничной задачи допускают геометрическую формулировку.

### Основные определения

Пусть  $V$  – тонкая упругая оболочка, срединная поверхность которой  $S$  – односвязная с кусочно-гладким краем  $L = \bigcup_{j=1}^n L_j$  и угловыми точками  $M_j$ . Предполагается, что  $S$  есть внутренняя часть поверхности  $S_0$  строго положительной гауссовой кривизны класса регулярности  $W^{3,p}$ ,  $p > 2$ , а каждая из дуг  $L_j$  принадлежит классу  $C^{1,\varepsilon}$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ . Обозначим через  $v_j^{(k)}$ ,  $k=1, 2$ , векторы на поверхности  $S$  с началом в точке  $M_j$ , задающие внутренний угол величины  $v_j \pi$  ( $0 < v_j < 2$ ) в этой точке. Точку  $M_j$  границы  $L$  называют выходящей, или выступом, если  $0 < v_j < 1$ .

**Определение 1.** Оболочку  $V$  назовём симметрическим куполом ( $S^*$ -куполом), если все угловые точки  $M_j$  границы срединной поверхности выходящие, а векторы  $v_j^{(k)}$  ( $k=1, 2, j=1, \dots, n$ ) образуют равные углы с одним из главных направлений на поверхности в точке  $M_j$ .

Следуя [7], рассмотрим задачу  $T$  о реализации состояния безмоментного напряжённого равновесия оболочки при условии, что в каждой точке гладкости  $c$  границы проекция  $\Pi_{\mathbf{r}} \mathbf{U}(c)$  вектора усилий  $\mathbf{U}(c)$  на направление вектора  $\mathbf{r}(c)$  задана равенством

$$\Pi_{\mathbf{r}} \mathbf{U}(c) = \sigma(c), \quad (1)$$

а в каждой угловой точке  $M$  из числа  $M_i$  равенствами

$$\lim_{c \rightarrow M \pm 0} \Pi_{\mathbf{r}_k} \mathbf{U}(c) = \sigma_k, \quad k=1,2, \quad (2)$$

$$\lim_{c \rightarrow M} |\mathbf{U}(c)| = \infty, \quad (3)$$

где  $\sigma(c)$  и  $\mathbf{r}(c)$  – заданные на  $L$  кусочно-непрерывные скалярная функция точки  $c$  контура  $L$  и поле принадлежащего поверхности  $S$  вектора соответственно;  $\mathbf{r}_k$ ,  $\sigma_k$  – односторонние пределы функций  $\mathbf{r}(c)$ ,  $\sigma(c)$  в точке  $M$  при обходе границы  $L$  в заданном направлении.

Говорят [7], что равенства (2), (3) задают в точке  $M$  бесконечный символический  $V_{\mathbf{r},\sigma}$ -вектор, введение которого уточняет условие (3) или условие концентрации напряжений по терминологии А.Л. Гольденвейзера.

Уточним теперь постановку задачи (1)–(3), приспособив её к условию концентрации напряжений (3) за счёт подходящего выбора векторного поля  $\mathbf{r}$ .

Будем полагать, что в каждой точке гладкости вектор  $\mathbf{r}(c)$  направлен вне поверхности  $S$ , называя при этом векторное поле  $\mathbf{r}$  на  $L$  допустимым. Пусть  $\mathbf{r}(c)$  – допустимое векторное поле  $\mathbf{r}$  единичного вектора на  $L$ , задающее непрерывное поле направлений  $\ell(c)$ . Очевидно, в этом случае в любой точке  $M$  из числа  $M_i$  соответствующие векторы  $\mathbf{r}_k$  ( $k=1, 2$ ) коллинеарны.

Обозначим через  $\mathcal{L}$  множество непрерывных векторных полей на  $L$ , заданных допустимым векторным полем  $\mathbf{r}(c)$ .

**Определение 2.** Направление поля  $\ell \in \mathcal{L}$  в угловой точке  $M$  называют направлением обобщённой касательной (обобщённой нормали), если соответствующие векторы  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  сонаправлены (разнаправлены).

**Определение 3.** Будем говорить, что поле направлений  $\ell \in \mathcal{L}$  принадлежит классу  $K(M)$  (классу  $N(M)$ ), если  $\ell(M)$  есть направление обобщённой касательной (обобщённой нормали) в угловой точке  $M$ .

### Математическая постановка задачи

Будем полагать, что проекция  $\sigma = \sigma(s)$  вектора усилий на направление вектора  $\mathbf{r} = \{\alpha(s), \beta(s)\}$  – гёльдера на каждой из дуг  $L_j$  функция натурального параметра  $s$  вместе с касательной и нормальной составляющими  $\alpha(s)$ ,  $\beta(s)$  ( $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ ;  $\beta \geq 0$ ). Введём обозначения:  $J$  – отображение поверхности  $S_0$  на комплексную плоскость

$z = x + iy$ , заданное выбором сопряжённо изометрической параметризации  $(x, y)$  на  $S_0$ ;  $D = J(S)$  – ограниченная в комплексной плоскости  $z$  область с границей  $\Gamma = \bigcup_{j=1}^n J(L_j)$  и угловыми точками  $\zeta_j = J(M_j)$ . Согласно [7], эллиптическая система уравнений безмоментного напряжённого равновесия оболочки  $V$  для комплексной функции напряжений  $w(z)$  имеет вид

$$w_{\bar{z}}(z) - B(z)\bar{w}(z) = F(z), \quad z \in D, \quad (4)$$

где  $w_{\bar{z}} \equiv \frac{1}{2}(w_x + iw_y)$ ;  $B(z)$ ,  $F(z)$  – заданные на поверхности  $S$  функции класса  $L_p(D)$ ,  $p > 2$ ; (2) есть граничное условие Римана – Гильберта

$$\operatorname{Re}\{\lambda(\zeta)w(\zeta)\} = f(\sigma, K), \quad \zeta \in \Gamma, \quad (5)$$

в котором

$$\lambda(\zeta) = \frac{d\zeta}{ds} \left( \beta \frac{d\zeta}{dt} - \alpha \frac{d\bar{\zeta}}{ds} \right), \quad (6)$$

$\frac{d\zeta}{ds} = s_1 + is_2$ ,  $s_i$  ( $i = 1, 2$ ) – координаты касательного к  $\Gamma$  орта в точке  $\zeta$ ;  $\frac{d\zeta}{dt} = t_1 + it_2$ ,  $t_i$  ( $i = 1, 2$ ) – координаты орта направления на плоскости, являющегося  $J$ -образом тангенциального направления на поверхности в точке  $J^{-1}(\zeta)$ ;  $K$  – гауссова кривизна поверхности; суперпозиция  $f$  определена [2] задачей  $T$  и как функция аргумента  $\zeta$  гёльдера на каждой из дуг  $L_j$ . Задачу (4)–(6) назовём задачей  $R$ , соответствующей задаче  $T$ .

Рассмотрим на  $\Gamma$  вектор-функции  $\mathbf{s}(\zeta) = \{s_1(\zeta), s_2(\zeta)\}$ ,  $\mathbf{t}(\zeta) = \{t_1(\zeta), t_2(\zeta)\}$ , обозначив через  $s_j^{(1)}$  и  $t_j^{(1)}$  ( $s_j^{(2)}$  и  $t_j^{(2)}$ ) левые (правые) пределы функций  $\mathbf{s}(\zeta)$  и  $\mathbf{t}(\zeta)$  в точке  $\zeta_j = J(M_j)$  при обходе области  $D$  в положительном направлении. Зададим вектор-функцию  $\rho(\zeta) = \{\rho_1(\zeta), \rho_2(\zeta)\}$ , где  $\rho_1(\zeta) + i\rho_2(\zeta) = \beta \frac{d\zeta}{dt} - \alpha \frac{d\bar{\zeta}}{ds}$ , обозначив через  $\rho_k^{(j)}$  ( $k = 1, 2$ ) левый и правый пределы в точке  $\zeta_j$ . Имеет место

**Лемма 1.** Если векторное поле  $\mathbf{r}(c)$  задачи  $T$  задаёт непрерывное поле направлений  $\mathfrak{l}(c) \in \mathcal{L}$ , то индекс к соответствующей задаче  $R$  в классе ограниченных решений вычисляется по формуле

$$\kappa = -4 + \sum_{j=1}^n \left[ \frac{1}{\pi} (\varphi_j + \psi_j) \right], \quad (7)$$

где  $[a]$  – целая часть числа  $a$ ;  $\varphi_j$  ( $\psi_j$ ) – величина угла между векторами  $\mathbf{s}_j^{(1)}$  и  $\mathbf{s}_j^{(2)}$  ( $\rho_j^{(1)}$  и  $\rho_j^{(2)}$ ), заданного вращением первого из них в положительном направлении до совмещения со вторым.

Утверждение леммы есть прямое следствие работы [8, лемма 1].

Следует отметить, что формула (4) инвариантна относительно выбора направления обхода границы  $\Gamma$ , а для выходящей угловой точки  $c_i$  выполняются неравенства  $0 < \varphi_i < \pi$ ,  $0 < \psi_i < 2\pi$ .

### Разрешимость задачи $R$ в классах Н.И. Мусхелишвили

Согласно [5], условие концентрации напряжений (3) в угловой точке  $M_i$  при переходе к задаче  $R$  принимает вид

$$|w(z)| \leq K |z - \zeta_j|^{-\alpha_j}, \quad 0 < \alpha_j < 1, \quad (8)$$

где  $\alpha_j$  вполне определены функцией  $\lambda(\zeta)$ . Решения  $w(\zeta)$  задачи  $R$ , удовлетворяющие условиям (8), назовём решениями класса  $H^*$  (класса Н.И. Мусхелишвили [9]). Для отыскания решения указанного класса потребуется описание особенных узлов (в смысле Н.И. Мусхелишвили) коэффициента  $\lambda(\zeta)$  граничного условия (5).

**Замечание 1.** Указанное требование определяется тем обстоятельством, что любое решение задачи  $R$  необходимо ограничено [9] в окрестности особенного узла. В общем случае такое описание труднообозримо [10], однако переход от куполов общего вида к  $S^*$ -куполам в сочетании с понятием направления обобщённой касательной позволяет сформулировать результаты в геометрической форме.

Пусть  $M$  – какая-либо из угловых точек  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) границы  $S^*$ -купола. Введём обозначения:  $\sigma^{(k)}$  ( $k = 1, 2$ ) – предельные значения в точке  $M$  касательного к  $L$  вектора  $\sigma(c)$ ;  $\tau^{(k)}$  – соответствующие им предельные значения единичного вектора нормали  $\tau(c)$ , направленного вне  $S^*$ ;  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  – главные направления на поверхности  $S$  в точке  $M$ ;  $k_1, k_2$  – соответствующие им главные кривизны,  $k_1 > k_2$ ;  $\gamma(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  – величина угла между векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  на поверхности с началом в точке  $M$  ( $0 \leq \gamma(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \leq \pi$ ). Отметим, что векторы  $(-1)\sigma^{(1)}$ ,  $\sigma^{(2)}$  задают внутренний угол в точке  $M$ , причём

в этой точке выполняется одно из равенств

$$\gamma(\sigma^{(1)}, \mathbf{k}_m) = \gamma(\sigma^{(2)}, \mathbf{k}_m), (m=1, 2),$$

$$(0 \leq \gamma(\sigma^{(k)}, \mathbf{k}_m) \leq \pi/2).$$

Для определённости будем считать, что

$$\gamma(\sigma^{(1)}, \mathbf{k}_1) = \gamma(\sigma^{(2)}, \mathbf{k}_2) = \nu, \quad (9)$$

$0 < \nu \leq \arctg \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$ ;  $2\nu$  – величина внутреннего угла

в угловой точке  $M$ . Обозначим такую точку через  $M^{(2\nu)}$ , а соответствующее множество (сектор) направлений обобщённой касательной в этой точке – через  $S^{(2\nu)}$ .

**Замечание 2.** Если  $\ell \in S^{(2\nu)}$  и  $\nu < \nu'$ , то  $\ell \in S^{(2\nu')}$ ;  $\mathbf{k}_2 \in S^{(2\nu')} \quad \forall \nu \in (0; \pi)$ .

**Определение 4.** Направление  $\ell \in S^{(2\nu)}$  назовём особенным в точке  $M^{(2\nu)}$ , если соответствующая точка  $\zeta = J(M)$  из числа угловых точек  $\zeta_j = J(M_j)$  ( $j=1, \dots, n$ ) есть особенный узел задачи  $R$ .

Для описания особенных узлов задачи  $R$  введём обозначения:  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  – пара ортогональных единичных векторов плоскости  $z$ , заданных в точке  $J(M)$  направлениями  $J(\mathbf{k}_1), J(\mathbf{k}_2)$ , причём вектор  $\mathbf{i}$  направлен внутрь области  $D$ ; единичные векторы  $\mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)}$  ( $\mathbf{t}^{(1)}, \mathbf{t}^{(2)}$ ) – левые и правые пределы векторного поля  $J(\sigma(c))$  (поля  $J(\tau(c))$ ) в точке  $\zeta = J(M)$  при положительном обходе кривой  $\Gamma$ .

Обозначив  $\nu_s = \gamma(\mathbf{i}, \mathbf{s}^{(2)})$ ,  $\nu_t = \gamma(\mathbf{j}, \mathbf{t}^{(1)})$ , получаем

$$\mathbf{s}^{(k)} = (-1)^k \cdot \mathbf{i} \cos \nu_s - \mathbf{j} \sin \nu_s,$$

$$\mathbf{t}^{(k)} = -\mathbf{i} \sin \nu_t + (-1)^{k-1} \cdot \mathbf{j} \cos \nu_t, (k=1,2).$$

Рассмотрим теперь точку  $M^{(2\nu)}$  и фиксируем какое-либо направление  $\ell \in S^{(2\nu)}$  обобщённой касательной. Это направление на  $S$  в точке  $M$  можно задать вектором  $\mathbf{r}(\theta) = \mathbf{r}_1(\theta) = \mathbf{r}_2(\theta)$ :

$$\mathbf{r}_1 = \sigma^{(1)} \cos(\theta + \nu) + \tau^{(1)} \sin(\theta + \nu),$$

$$\mathbf{r}_2 = -\sigma^{(2)} \cos(\nu - \theta) + \tau^{(2)} \sin(\nu - \theta),$$

где  $\theta = \gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{k}_2)$ ,  $-\nu \leq \theta \leq \nu$ . Тогда выражения для векторов  $\rho_1(\theta), \rho_2(\theta)$  в точке  $M^{(2\nu)}$  ( $|\theta| \leq \nu$ ), заданных граничным условием (5), (6), принимают вид

$$\rho_1(\theta, \nu) = \mathbf{t}^{(1)} \sin(\theta + \nu) - \mathbf{s}^{(1)} \cos(\theta + \nu), \quad (10)$$

$$\rho_2(\theta, \nu) = \mathbf{t}^{(2)} \sin(\nu - \theta) + \mathbf{s}^{(2)} \cos(\nu - \theta),$$

причём  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{s}^{(2)} < 0$ ,  $\mathbf{t}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(2)} < 0$ ,  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(2)} < 0$ ,  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(2)} = -\mathbf{s}^{(2)} \cdot \mathbf{t}^{(1)}$ .

**Лемма 2.** Существует единственное значение  $\xi \in \left(0, \arctg \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\right)$  такое, что направление  $\mathbf{k}_2$  обобщённой касательной в точке  $M$  есть особенное направление в точке  $M^{(2\xi)}$ .

**Доказательство.** Согласно определению особенного узла [9] задачи  $R$ , в нашем случае  $\varphi + \psi = 2\pi$ , где  $\varphi, \psi$  определены леммой 1. Если вектор  $\mathbf{r}(\theta)$  задаёт направление  $\ell$  класса  $S^{(2\nu)}$ , то последнее равенство равносильно равенству  $\gamma(\mathbf{s}_1, \rho_2) = \gamma(\mathbf{s}_2, \rho_1)$ . Так как направлению  $\mathbf{k}_2$  соответствует вектор  $\mathbf{r}(0)$  и  $|\rho_1(0, \nu)| = |\rho_2(0, \nu)|$ , то  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \rho_2(0, \nu) = \mathbf{s}^{(1)} \cdot \rho_1(0, \nu)$ , откуда с учётом (9), (10) после громоздких тригонометрических преобразований получим

$$\sin \nu \cdot \sin(\nu_s + \nu_t) = \cos \nu \cdot \cos 2\nu_s. \quad (11)$$

Так как в силу известного свойства сопряжённо-изометрической параметризации [2, гл. 2]

$$\sin \nu_t = \left(1 + \frac{1}{\alpha} \operatorname{ctg}^2 \nu\right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\sin \nu_s = (1 + \alpha \operatorname{ctg}^2 \nu)^{-\frac{1}{2}}, \text{ где } \alpha = \frac{k_2}{k_1} < 1,$$

то из (11) после ряда очевидных преобразований с последующей заменой  $\operatorname{ctg}^2 \nu = t$  получаем уравнение

$$\left(\alpha^{\frac{1}{2}} + \alpha^{-\frac{1}{2}}\right) (\alpha t - 1)^{-1} = \left(1 + \alpha^{-1} t\right)^{\frac{1}{2}} (1 + \alpha t)^{-\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

На основании очевидных графических соображений заключаем, что уравнение (12) имеет единственный корень  $t = t_0 < \alpha^{-1}$ , откуда и следует утверждение леммы.

Справедлива также

**Лемма 3.** Существует единственное значение  $\eta \in \left(\arctg \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}, \frac{\pi}{2}\right)$  такое, что направление  $\mathbf{k}_2$  обобщённой касательной в точке  $M$  есть особенное в точке  $M^{(2\eta)}$ .

**Доказательство.** Если  $\eta > \arctg \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$ , то направление вектора  $\mathbf{k}_2$  в точке  $M^{(2\eta)}$  является особенным при условии  $\varphi + \psi = \pi$ , что возможно лишь в случае коллинеарности векторов  $\rho_2(0, \nu)$  и  $\mathbf{s}^{(1)}$ . С учётом равенств (10), в которых  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{s}^{(2)} > 0$ ,

$\mathbf{t}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(2)} > 0$ ,  $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(2)} > 0$ , приходим к уравнению  $\sin v \cdot \cos(v_s + v_t) = -\cos v \cdot \sin 2v_s$ . После соответствующих преобразований с последующей заменой  $t = \operatorname{tg}^2 v$  приходим к уравнению  $t - 1 = 2\alpha(\alpha t + 1)^{\frac{1}{2}}(t + 1)^{\frac{1}{2}}$ , имеющему единственный корень  $t = t_0 > 1$ .

Рассмотрим симметрическую точку  $M^{(2v)}$  из числа угловых точек  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) и соответствующую ей функцию

$$\chi(\theta, v) \equiv \varphi(v) + \psi(\theta, v), \quad (13)$$

где  $|\theta| \leq v$ ,  $0 < v \leq \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$ ,  $\varphi \equiv \varphi(v)$ ,  $\psi \equiv \psi(\theta, v)$

совпадают с величинами  $\varphi_i$ ,  $\psi_i$  соответственно, заданными в точке  $M_i$  равенством (7). Заметим, что функция  $\psi(\theta, v)$  – чётная по аргументу  $\theta$ . Прямым следствием леммы 2 является

**Утверждение 1.**  $2\pi < \chi(0, v) < 3\pi$ , если  $0 < v < \xi$ ;  $\pi < \chi(0, v) < 2\pi$ , если  $\xi < v < \eta$ , где  $\xi$ ,  $\eta$  – числа, определённые в леммах 2 и 3;  $0 < \chi(0, v) < \pi$ , если  $\eta < v < \frac{\pi}{2}$ .

Имеет место также

**Утверждение 2.** Функция  $\psi(\theta, v)$  для любого  $v \in \left(0, \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\right)$  как функция аргумента  $\theta$  монотонно убывает на  $[0, v]$ , причём  $\psi(v, v) > 2\pi \forall v \in (0, \xi)$ , где  $\xi$  определено леммой 2.

*Доказательство.* Введём в рассмотрение вектор  $\mathbf{p}^*(\theta, v) = -\mathbf{s}^{(1)} \cos(v - \theta) + \mathbf{t}^{(1)} \sin(v - \theta)$  и зададим функции  $\gamma(\mathbf{p}_1(0, v), \mathbf{p}_1(0, v)) \equiv \gamma_1(\theta, v)$ ,  $\gamma(\mathbf{p}_1(0, v), \mathbf{p}^*(0, v)) \equiv \gamma^*(\theta, v)$ . Далее заметим, что  $\psi(\theta, v) \equiv 2\pi - [\gamma(\mathbf{p}_1(0, v), \mathbf{p}_2(0, v)) + \gamma_1(\theta, v) - \gamma^*(\theta, v)]$ .

Осталось показать, что  $\cos \gamma_1(\theta, v) < \cos \gamma^*(\theta, v)$  или

$$[\cos \theta - \delta \sin(2v + \theta)][1 - \delta \sin 2(\theta + v)]^{\frac{1}{2}} < < [\cos \theta - \delta \sin(2v - \theta)] \times [1 - \delta \sin 2(v - \theta)]^{\frac{1}{2}}, \quad \text{где}$$

$\delta = \mathbf{s}^{(1)} \cdot \mathbf{t}^{(1)} < 0$ . После несложных по существу, но утомительных тригонометрических выкладок приходим к легкопроверяемому неравенству  $\sin 2\theta \cdot \sin 4v - \delta \cos 2v(\sin 2\theta + \cos 4\theta) > 0$  при условии  $0 \leq \theta \leq v$ ,  $0 < v < \frac{\pi}{4}$ . В справедливости второй час-

ти утверждения можно убедиться, используя тот же приём, что и при доказательстве леммы 2.

**Замечание 3.** Монотонное убывание функции  $\psi(\theta, v)$  как функции аргумента  $\theta$  для любого  $v \in \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}, \frac{\pi}{2}\right)$  устанавливается аналогично.

Рассмотрим  $S^*$ -купол с угловыми точками  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) границы и введём обозначения:  $\mathbf{k}_1^{(i)}$ ,  $\mathbf{k}_2^{(i)}$  – главные направления на поверхности  $S_0$  в точке  $M_i$ ;  $k_1^{(i)}$ ,  $k_2^{(i)}$  – соответствующие им главные кривизны ( $k_2^{(i)} < k_1^{(i)}$ );  $\xi_i$ ,  $\eta_i$  – числа, определённые в точках  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) леммами 2 и 3 соответственно. Выступ  $M_j$  отнесём к 1-типу (2-типу, 3-типу), если для величины  $v_j \pi$  внутреннего угла выполнено условие  $0 < \pi v_j < 2\xi_j$  ( $2\xi_j < \pi v_j < 2\eta_j$ ,  $2\eta_j < \pi v_j < \pi$ ). Будем рассматривать векторное поле  $\mathbf{l}$ , принадлежащее классу  $K(M_i)$  (классу  $N(M_i)$ ) в каждой точке  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Классы таких полей обозначим через  $K^*(S)$  ( $N^*(S)$ ).

**Лемма 4.** Если  $n^{(k)}$  – число выступов  $k$ -типа ( $k = 1, 2, 3$ ) границы  $L$ ,  $n^{(1)} + n^{(2)} + n^{(3)} = n$ , то индекс  $\kappa$  граничного условия задачи  $R$  в классе  $H^*$  вычисляется по формуле

$$\kappa = 3n^{(1)} + 2n^{(2)} + n^{(3)} - 4, \quad (14)$$

$$\forall \mathbf{l} \in K(S^*).$$

Утверждение леммы следует из (7) и утверждений 1, 2.

**Замечание 4.** Легко видеть, что  $\forall \mathbf{l} \in N(S^*)$  в каждой угловой точке  $M$  1-типа имеет место неравенство  $\pi < \chi(\theta, v) < 2\pi$ , т.е. в случае  $n^{(2)} = n^{(3)} = 0$  имеем формулу  $\kappa = 2n - 4$  для  $\forall \mathbf{l} \in N(S^*)$ .

### Формулировка результатов

**Определение 5.** Задачу  $T$  назовём безусловно разрешимой для заданного поля направлений  $\mathbf{l} \in \mathcal{L}$ , или  $B_\ell^*$ -разрешимой, если задача  $R(T)$  безусловно разрешима в классе  $H^*$  как задача Римана – Гильберта с неоднородным граничным условием. Будем также говорить, что для купола  $S^*$  реализуется  $B_\ell^*(m)$ -состояние равновесия, если решение задачи

$R(T)$  зависит от  $m$  произвольных вещественных параметров.

**Теорема 1.** Если  $s = 3n^{(1)} + 2n^{(2)} + n^{(3)} \geq 3$ , то для  $S^*$ -купола реализуется  $B_\ell^*(s)$ -состояние для любого  $\ell \in K(S^*)$ .

**Теорема 2.** Если  $\pi v_{i_k}$  совпадает с одним из чисел  $2\xi_{i_k}$ ,  $2\eta_{i_k}$  в точке  $M_{i_k}$  ( $k=1, \dots, m$ ), то реализуется  $B_\ell^*(s)$ -состояние для любого  $\ell \in K(S^*) \setminus \bigcup_{k=1}^m \{\mathbf{k}_2^{(i_k)}\}$ .

Справедливость теорем 1, 2 следует из лемм 2, 3 и результатов [5].

Следствием замечания 4 является

**Теорема 3.** Если  $n \geq 2$  и  $n^{(2)} = n^{(3)} = 0$ , то реализуется  $B_\ell^*(2n)$ -состояние для любого  $\ell \in N(S^*)$ .

Отметим [6], что в омбилической точке  $M_i$   $\xi_i = \frac{\pi}{6}$ ,  $\eta_i = \frac{\pi}{3}$ , а каждое направление любого из классов  $K(M_i)$ ,  $N(M_i)$  – особенное.

#### Литература

1. Веква И.Н. Обобщённые аналитические функции. М.: Физматлит, 1959. 512 с.
2. Веква И.Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. М.: Физматлит, 1982. 288 с.
3. Гольденвейзер А.Л. О применении решений задачи Римана – Гильберта к расчёту безмоментных оболочек // Прикладная математика и механика. 1951. Т. XV, № 2. С. 149–160.
4. Тюриков Е.В. Краевые задачи теории бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с кусочно-гладким краем // Мат. сб. 1977. Т. 103 (145), № 3 (7). С. 445–462.
5. Тюриков Е.В. Геометрический аналог задачи Веква – Гольденвейзера // Докл. РАН. 2009. Т. 424, № 4. С. 445–458.
6. Тюриков Е.В. Обобщённая граничная задача Гольденвейзера для безмоментных сферических куполов // Современные проблемы механики сплошной среды: тр. XIV Междунар. конф. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2010. Т. II. С. 290–293.
7. Тюриков Е.В. Об одной специальной задаче Римана – Гильберта и её приложении // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 4. С. 31–35.
8. Тюриков Е.В. Об одной граничной задаче теории бесконечно малых изгибаний поверхностей // Владикавк. мат. журн. 2007. Т. 9, № 1. С. 62–68.

9. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Физматлит, 1968. 511 с.

10. Тюриков Е.В. Общий случай смешанной граничной задачи мембранной теории выпуклых оболочек // Исследования по современному анализу и математическому моделированию. Владикавказ, 2011. Т. 5. С. 225–229.

#### References

1. Vekua I.N. *Obobshchennye analiticheskie funktsii* [Generalized analytic functions]. Moscow: Fizmatlit, 1959, 512 p.
2. Vekua I.N. *Nekotorye obshchie metody postroeniya razlichnykh variantov teorii obolochek* [Some general methods for constructing various variants of shell theory]. Moscow: Fizmatlit, 1982, 288 p.
3. Gol'denveizer A.L. O primeneniі reshenii zadachi Rimana - Gil'berta k raschetu bezmomentnykh obolochek [On the application of solutions of the Riemann-Hilbert problem to the calculation of moment-free shells]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 1951, vol. XV, No. 2, pp. 149-160.
4. Tyurikov E.V. Kraevye zadachi teorii beskonechno malykh izgibaniy poverkhnostei polozhitel'noi krivizny s kusochno-gladkim kraem [Boundary value problems in the theory of infinitesimal bendings of surfaces of positive curvature with piecewise smooth boundary]. *Mat. sb.* 1977, vol. 103 (145), No. 3 (7), pp. 445-462.
5. Tyurikov E.V. Geometricheskii analog zadachi Vekua - Gol'denveizera [A geometric analogue of the Vekua - Goldenweiser problem]. *Dokl. RAN*. 2009, vol. 424, No. 4, pp. 445-458.
6. Tyurikov E.V. [Generalized boundary value problem of the Goldenweiser for membraneless spherical domes]. *Sovremennyye problemy mekhaniki sploshnoi sredy* [Contemporary problems in continuum mechanics]. Proceedings of the XIV International Conference. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2010, vol. II, pp. 290-293.
7. Tyurikov E.V. Ob odnoi spetsial'noi zadache Rimana - Gil'berta i ee prilozhenii [On a special Riemann-Hilbert problem and its application]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2016, No. 4, pp. 31-35.
8. Tyurikov E.V. Ob odnoi granichnoi zadache teorii beskonechno malykh izgibaniy poverkhnostei [On a boundary problem of the theory of infinitesimal bending of surfaces]. *Vladikavk. mat. zhurn.* 2007, vol. 9, No. 1, pp. 62-68.
9. Muskhelishvili N.I. *Singulyarnye integral'nye uravneniya* [Singular integral equations]. Moscow: Fizmatlit, 1968, 511 p.
10. Tyurikov E.V. [General case of a mixed boundary value problem of the membrane theory of convex hulls]. *Issledovaniya po sovremennomu analizu i matematicheskomu modelirovaniyu* [Studies in modern analysis and mathematical modeling]. Vladikavkaz, 2011, vol. 5, pp. 225-229.



**НАУКИ О ЗЕМЛЕ**  
**SCIENCE OF EARTH**

УДК 528.88

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-55-60

**К ВОПРОСУ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ УЩЕРБА  
ПРИ НЕСАНКЦИОНИРОВАННЫХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПАЛАХ  
В СТАВРОПОЛЬСКОМ КРАЕ**

© 2018 г. А.С. Блужина<sup>1</sup>, И.В. Бегдай<sup>1</sup>, А.В. Скрипчинский<sup>1</sup>, Р.Ю. Седых<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, Россия

**TO THE QUESTION OF ECOLOGICAL AND ECONOMIC EVALUATION OF DAMAGE  
IN UNAUTHORIZED AGRICULTURAL FIRE IN THE STAVROPOL REGION**

**A.S. Bluzhina<sup>1</sup>, I.V. Begday<sup>1</sup>, A.V. Skripchinsky<sup>1</sup>, R.Yu. Sedykh<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>North Caucasian Federal University, Stavropol, Russia

*Блужина Анастасия Сергеевна – научный сотрудник, эко-аналитическая лаборатория, Северо-Кавказский федеральный университет, ул. Пушкина, 1, корп. 2, г. Ставрополь, 355009, Россия, e-mail: institutka-aska@mail.ru*

*Anastasiya S. Bluzhina - Researcher, Ecoanalytical Laboratory, North Caucasian Federal University, Pushkina St., 1, Bldg. 2, Stavropol, 355009, Russia, e-mail: institutka-aska@mail.ru*

*Бегдай Инна Владимировна – кандидат технических наук, доцент, кафедра экологии и природопользования, Северо-Кавказский федеральный университет, ул. Пушкина, 1, корп. 2, г. Ставрополь, 355009, Россия, e-mail: algae@mail.ru*

*Inna V. Begday - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Ecology and Nature Management, North Caucasian Federal University, Pushkina St., 1, Bldg. 2, Stavropol, 355009, Russia, e-mail: algae@mail.ru*

*Скрипчинский Андрей Владимирович – кандидат географических наук, доцент, кафедра социально-экономической географии, геоинформатики и туризма, Северо-Кавказский федеральный университет, ул. Пушкина, 1, корп. 2, г. Ставрополь, 355009, Россия, e-mail: ron1975@list.ru*

*Andrey V. Skripchinsky - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Social and Economic Geography, Geoinformatics and Tourism, North Caucasian Federal University, Pushkina St., 1, Bldg. 2, Stavropol, 355009, Russia, e-mail: ron1975@list.ru*

*Седых Роман Юрьевич – магистрант, кафедра экологии и природопользования, Северо-Кавказский федеральный университет, ул. Пушкина, 1, корп. 2, г. Ставрополь, 355009, Россия, e-mail: romasedykh@mail.ru*

*Roman Yu. Sedykh - Master Student, Department of Ecology and Nature Management, North Caucasian Federal University, Pushkina St., 1, Bldg. 2, Stavropol, 355009, Russia, e-mail: romasedykh@mail.ru*

*Вопрос борьбы с пожарами на сельскохозяйственных угодьях для Ставропольского края возникает ежегодно при проведении сезонных полевых работ. С каждым годом ущерб от пожаров существенно возрастает. На территории России в рамках постановления Правительства РФ от 10 ноября 2015 г. № 1213 введен однозначный запрет на бесконтрольное выжигание сухой травы на всех категориях земель, в том числе на землях сельскохозяйственного назначения, который регулярно не соблюдается в Ставропольском крае. Обосновывается внесение дополнений в Закон Ставропольского края от 8 декабря 2010 г. № 106-КЗ «О некоторых вопросах охраны атмосферного воздуха» (с изменениями на 07.11.2014) о запрете несанкционированных палов сухой растительности на землях сельскохозяйственного назначения и землях иных категорий, что позволит урегулировать незаконные действия сельхозтоваропроизводителей и снизить риск возникновения неблагоприятных экологических последствий. Предложено дополнение – ввести в формулу расчета эколого-экономического ущерба выбросов загрязняющих веществ от лесных пожаров ежегодный коэффициент инфляции в соответ-*

ствии с данными Минэкономразвития РФ по отношению к 1999 г. для актуализации стоимости ущерба на момент предъявления. Приведенные расчеты ущерба на примере трех хозяйств Александровского района Ставропольского края, на основании снимков Landsat-8 по 18 фактам правонарушений в результате несанкционированных палов сельхозугодий, в ценах 1999 г. составили 5 923 644,4 рубля, в ценах 2015-го с учетом коэффициента инфляции – 34 357 137,52 рубля.

**Ключевые слова:** эколого-экономический ущерб, загрязнение атмосферного воздуха, несанкционированные палы, метод дистанционного зондирования, термоточки.

*The issue of fighting fires for the Stavropol Region occurs in the region every year during the seasonal field work in agricultural fields. And every year natural damage from unwise actions of the increases in arithmetic progression. The proposed amendments to the law of Stavropol Region from December 08, 2010 N 106-KZ "On some issues of protection of atmospheric air (as amended on 07.11.2014) prohibiting unauthorized fires dry vegetation on the territory of Stavropol Region on agricultural lands and lands of other categories that will regulate the illegal actions of farmers and to reduce the risk of adverse environmental effects.*

*The method of determination and the calculation of costs of pollutant emissions from forest fires, approved by the order of state ecological Committee of Russia from 05.03.97 N 90, can be used to assess the economic damage to the national economy of air pollution emissions. The resulted damage calculation on an example of three farms of Aleksandrovsky District of Stavropol Region on the basis of pictures Spot-7 from August 31, 2015 on 18 facts of offenses as a result of not authorized fires of agricultural fields, in the prices of 1999 has made 5 923 644,4 rubles and in the prices 2015 taking into account the inflation factor amounted to 34 357 137,52 rubles.*

**Keywords:** ecological and economic damage, air pollution, unauthorized fires, remote sensing, thermal point.

На территории Ставропольского края – 26 районов, 100 % из которых специализируются на сельском хозяйстве. Растениеводство на Ставрополье развивалось исторически, как и практика выжигания стерни и пожнивных остатков на полях в послеуборочный период. С внедрением законодательной базы в различные сферы хозяйства в нашей стране появилась действующая система разрешений и запретов. Так, сегодня пожары на землях сельхозназначения являются нарушением действующего экологического законодательства на международном уровне, уровне отдельных стран и их регионов. С экологической точки зрения пожары представляют собой антропогенный экологический фактор, который оказывает влияние на физические, механические, химические свойства почв, на жизнь почвенной мезофауны, фауны в целом и на состояние атмосферного воздуха. В связи с возникновением неблагоприятной экологической ситуации в результате горения стерни назрела необходимость взимания платы за эколого-экономический ущерб от загрязнения атмосферного воздуха и животного мира как объектов охраны окружающей среды. Ввиду трансграничного переноса загрязняющих веществ, проблему загрязнения атмосферного воздуха от сельскохозяйственных палов можно отнести к еще одному частному примеру глобальных экологических проблем. Глобальные же проблемы охраны природы невозможно решить в рамках одного государства, для решения таковых требуются согласованные действия не одного, а нескольких государств, а иногда и всего мирового сообщества. Осознание необходимости согласованных действий всего мирового сообщества в области

охраны окружающей природной среды – характерная черта современности. Одним из главных источников международного права в области охраны природы являются международные конвенции. Принципы и стратегические действия по борьбе с природными пожарами обосновываются в Рамочной конвенции ООН по изменению климата, Конвенции ООН по борьбе с опустыниванием, Конвенции по биологическому разнообразию и Декларации ООН по тысячелетию [1].

Прежде чем говорить о месте несанкционированных степных пожаров в экологической политике нашего государства, необходимо остановиться на правовом контексте существования и сохранения степных экосистем как таковых в Российской Федерации. Понятие «степь» в российском законодательстве используется только в контексте лесов в степных регионах, отнесенных Лесным кодексом к категории ценных. Соответственно:

- степи не выделяются в законодательстве как отдельный предмет правового регулирования;
- со степными экосистемами не связано определение каких-то особых условий применения правовых норм;
- отсутствуют федеральные программы или стратегии, специально рассматривающие степи (или вообще травяные экосистемы) как особый объект управления и охраны [1].

Однако степь можно и необходимо рассматривать как один из объектов конституционного права на благоприятную окружающую среду, закрепленного в ст. 42 Конституции Российской Федерации. Степь можно характеризовать как незаменимый, исчерпаемый, частично возобновляемый источник природных ресурсов [2].

Степной пожар носит мгновенный характер: сгорание проходит в очень короткое время и вследствие этого охватывает огромные территории. Причиной возгорания является чаще всего человеческий фактор. Горят пастбища, заброшенные поля, стерня. Однако в законодательстве России существуют пробелы относительно создания эффективного механизма пожарной безопасности в степи. Кодекс об административных правонарушениях Российской Федерации содержит норму, предусматривающую наложение административного штрафа за нарушение правил пожарной безопасности в лесах (ст. 8.32) [3]. О пожарной безопасности вне лесного фонда кодекс умалчивает. Статья 28 Федерального закона «О животном мире» говорит о том, что «запрещается выжигание растительности, без осуществления мер, гарантирующих предотвращение заболеваний и гибели объектов животного мира, а также ухудшения среды их обитания».

Необходимо также отметить, что при воздействии огня на сельскохозяйственном поле происходит не только уничтожение стерни и пожнивных остатков, но и частичная или полная деградация почвенного покрова (плодородного слоя), погибают животные и, кроме того, выбрасываются загрязняющие вещества в атмосферный воздух. И если сжигание стерни и гибель животных урегулированы законом, то атмосферный воздух остается без внимания экологического законодательства, а следовательно, воздействие на него при горении стерни бесконтрольно.

Вопрос борьбы с пожарами для Ставропольского края возникает ежегодно при проведении сезонных полевых работ на сельхозугодьях. К примеру, на склонах Сенгилеевской котловины, где на 100 м<sup>2</sup> приходится по 10–15 видов редких растений, после выжигания стерни степень биоразнообразия сокращается на 30–40 %. С каждым годом природный ущерб от неразумных действий человека увеличивается в арифметической прогрессии [4]. Также, обращаясь к статистической информации с 1998 по 2010 г., максимум эмиссий черного углерода для рассмотренного периода приходится на несколько регионов России, среди которых Ростовская область, Краснодарский и Ставропольский края. За рассматриваемый период в Ставропольском крае выжжено 20–26 % соломы на 408–524 тыс. га, что в 2 раза больше, чем в Краснодарском крае и Ростовской области [5].

### Материал и методы исследования

Расчёты по данным космических снимков могут быть более объективными, если провести оценку

сжигания биомассы и эмиссии по площади горения, установленной в соответствии с границами полей, а также выборочную наземную проверку источников горения в контрастных по сельскохозяйственному использованию регионах. Подобный подход может значительно повысить точность мониторинга сельскохозяйственных сжиганий [5].

Одной из особенностей пожаров, вызванных антропогенной деятельностью (сжиганием стерни), является их невысокая температура горения. На основании космических снимков нами были проведены исследования, подтверждающие данное утверждение. Для работы было использовано следующее программное обеспечение: для обработки данных дистанционного зондирования – ScanEx IMAGE Processor v. 4.2 и для геоинформационного моделирования – ArcGIS 10. Для выявления особенностей сжигания стерни был использован космический снимок, полученный со спутника Landsat-8, ID снимка LC81720282015241LGN01, дата съемки 29.08.2015. На данном космическом снимке отчетливо выделяются горящая стерня и лесополоса, что позволяет выявить температурные особенности.

В программе ScanEx IMAGE Processor v. 4.2 были созданы изображения в комбинации каналов 7–6–4, отображающих очаги открытого горения. В программе ArcGIS 10 рассчитаны показатели температуры с применением растрового калькулятора. Показатели температуры земной поверхности оценены по 10-дальному инфракрасному каналу космического снимка Landsat-8. С использованием метаданных космического снимка было получено растровое изображение, на основе которого построены изолинии показателей температуры земной поверхности в градусах Цельсия.

Методику определения и расчета ущерба выбросов загрязняющих веществ от лесных пожаров, утвержденную приказом Госкомэкологии России от 05.03.97 № 90, можно использовать для открытых пространств (Методические указания по определению экономической эффективности воздухоохраных мероприятий и оценке экономического ущерба, причиняемого народному хозяйству загрязнением атмосферного воздуха выбросами предприятий отрасли, 1999) [6].

На основании методики общий ущерб равен сумме ущербов от выбросов отдельных продуктов горения, для которых установлены значения удельного экономического ущерба: оксид углерода, оксиды азота, сажа, дым, метан, другие углеводороды, озон. Формула расчета приведена ниже.

$$Ущ_i = S \times \sum K_i \times m_i \quad (1)$$

где  $S = 1$  га;  $K_i$  – коэффициент эмиссии продукта горения;  $m$  – масса горючего материала, для сухой

травы принимается в среднем 3 т/га. Коэффициент полноты сгорания для сухой травы равен 1.

Так как в методике приведен удельный ущерб компонентов по состоянию на 1999 г., предлагаем ввести в формулу расчета эколого-экономического ущерба выбросов загрязняющих веществ от лесных пожаров ежегодный коэффициент инфляции в соответствии с данными Минэкономразвития РФ по отношению к 1999 г. для актуализации стоимости предьявляемого ущерба на момент нарушения.

Имеющиеся данные по несанкционированным палам в Александровском районе Ставропольского края представлены за 2015 г., соответственно, необходимо

актуализировать стоимость ущерба и применить коэффициент инфляции ( $K_i$ ) 5,8 в расчетной формуле (2) в соответствии с данными Минэкономразвития РФ.

$$Ущ_i = S \times \sum K_i \times K_u \times m_i \quad (2)$$

где  $S = 1$  га;  $K_i$  – коэффициент эмиссии продукта горения;  $K_u$  – коэффициент инфляции;  $m$  – масса горючего материала, для сухой травы принимается в среднем 3 т/га. Коэффициент полноты сгорания для сухой травы равен 1.

Значения коэффициента эмиссии с учетом коэффициента инфляции на 2015 г., массы загрязняющих веществ и показателей удельного ущерба приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Значения коэффициента эмиссии, массы загрязняющих веществ и показателей удельного ущерба для каждого загрязняющего вещества, образующегося в результате горения стерни / Values of the emission factor, the mass of pollutants and the specific damage for each pollutant formed as a result of burning stubble**

Загрязняющие вещества	$K_i$	Масса, т	Удельный ущерб, р. (1999)	Коэффициент инфляции на 2015 г.	Удельный ущерб, р. (2015)
Оксид углерода	0,135	0,405	27,48	5,8	159,384
Оксиды азота	0,000405	0,001215	1133,55		6574,59
Сажа, горение	0,0014	0,0042	185,49		1075,842
Сажа, тление	0,011	0,033	185,49		1075,842
Дым, горение	0,014	0,042	2301,45		13348,41
Дым, тление	0,055	0,165	2301,45		13348,41
Метан	0,075	0,225	48,09		278,922
Другие углеводороды	0,011	0,033	48,09		293,349

### Результаты и обсуждение

Для расчета ущерба атмосферному воздуху как объекту охраны окружающей среды необходимо знать выгоревшую площадь. Данные для определения площадей выжженных полей в пределах Александровского района Ставропольского края получены со спутника Landsat-8 за июль-август 2015 г., поскольку они находятся в свободном доступе. Для выявления уточненных значений площадей сгоревших земель потребовалась несколько космических снимков. Также стоит отметить, что данные космической съемки в случае судебных разбирательств являются неоспоримым доказательством, поскольку объективно и с высокой точностью отображают происходящие процессы на землях. Анализ полученных данных на модельной территории в одном из восточных районов Ставропольского края позволяет заключить, что температура активного горения или тления стерни (сухой травы) составляет порядка 40–50 °С. В очаге горения температура составляет более 60 °С (за счет горячей лесополосы), а на поле температура несколько ни-

же, что не всегда учитывается автоматическим алгоритмом термоточек (рисунок).

Проведенные исследования территории Александровского района Ставропольского края по данным дистанционного зондирования в летний период 2015 г. показали, что температурные показатели над территорией трех хозяйств района – более 55 °С, что является свидетельством несанкционированных сельскохозяйственных палов.

Расчет эколого-экономического ущерба атмосферному воздуху рассмотрим на примере трех хозяйств Александровского района Ставропольского края, где данные о пожарах на землях сельскохозяйственного назначения получены на основании космических снимков (табл. 2).

В границах землепользования Александровского района в хозяйстве 1 обнаружено 6 фактов сжигания стерни, где сгорело 80 сельскохозяйственных полей общей площадью 4079 га. Кроме того, зафиксировано 8 фактов сжигания стерни в хозяйстве 2, где сгорело 44 сельскохозяйственных поля общей площадью 3459,109 га. Обнаружено 4 факта сжигания стерни в границах землепользования

хозяйства 3, где сгорело 18 сельскохозяйственных полей общей площадью 2661 га. Итого в результате горения стерни в границах землепользования Александровского района по 18 фактам ущерб

атмосферному воздуху в ценах 1999 г. на основании расчета по формуле (1) составил 5 923 644,4 р., по формуле (2) с учетом коэффициента инфляции – 34 357 137,52 р.



Фрагмент космического снимка Landsat-8, комбинация каналов 7–6–4, с наложенными контурами показателей температуры, °C / Satellite image Landsat-8, a combination of channels 7-6-4, with superimposed circuits of temperature indicators, °C

Таблица 2

**Значения фактического ущерба атмосферному воздуху в границах землепользования Александровского района / Values of actual damage to atmospheric air within the boundaries of land use in the Aleksandrovsky District**

№ хозяйства	Площадь несанкционированных палов, га	Ущерб, р.	
		1999	2015
1	4079	2 350 442,17	13 632 564,586
2	3459,109	2 039 854,2	11 831 154,36
3	2661	1 533 348,03	8 893 418,574
Итого	10199,109	5 923 644,4	34 357 137,52

Как показывает приведенный пример, сумма вреда, причиненного атмосферному воздуху как объекту охраны окружающей среды, в случае совершенствования законодательства в этой области может быть взыскана в бюджеты разных уровней и стать источником финансирования назревших при-

родоохранных мероприятий. Кроме того, огромные суммы ущерба являются стимулирующим фактором соблюдения всех требований экологического законодательства, а следовательно, и требований ст. 42 Конституции РФ, гласящей о том, что «каждый имеет право на благоприятную окружающую среду, до-

стоверную информацию о ее состоянии и на возмещение ущерба, причиненного его здоровью или имуществу экологическим правонарушением» [2].

Также необходимо внести дополнение в Закон Ставропольского края от 08 декабря 2010 г. № 106-КЗ «О некоторых вопросах охраны атмосферного воздуха» (с изменениями на 07.11.2014) [7] о запрете несанкционированных палов сухой растительности на территории Ставропольского края на землях сельскохозяйственного назначения и землях иных категорий, что позволит урегулировать незаконные действия сельхозтоваропроизводителей и снизить риск возникновения неблагоприятных экологических последствий. В случае выявления нарушений будут применяться административно-предупредительные меры, что позволит вменить нарушителю обязанность по возмещению ущерба не только по статье 8.6 КоАП РФ [3], но и за загрязнение атмосферного воздуха.

#### Литература

1. Буйволов Ю.А., Быкова Е.П., Гавриленко В.С., Грибков А.В., Баженов Ю.А., Бородин А.П., Горошко О.А., Кирилюк В.Е., Корсун О.В., Крейндин М.Л., Куксин Г.В., Рябинина З.Н. Анализ отечественного и зарубежного опыта управления пожарами в степях и связанных с ними экосистемах, в частности, в условиях ООПТ. М.: 2012. 170 с.
2. Конституция Российской Федерации (принята всенародным голосованием 12.12.1993) (с учетом поправок, внесенных ФЗ о поправках к Конституции РФ от 30.12.2008 № 6-ФЗ, от 30.12.2008 № 7-ФЗ) // Российская газета. 2009. № 7. 21 янв.
3. Кодекс Российской Федерации об административных правонарушениях от 30.12.2001 (ред. от 29.07.2017) № 195-ФЗ (с изм. и доп., вступ. в силу с 10.08.2017) // Справочная правовая система «консультант плюс».
4. Экологические правонарушения в регионах Российской Федерации : материалы практической части Всероссийского конкурса «ЭКО-ЮРИСТ 2016». URL: <http://bellona.ru/publication/eco-jur-2016/> (дата обращения: 05.09.2017).
5. Сельскохозяйственные сжигания в России: регулирование, мониторинг и подходы к их сокращению / под ред. Е.Н. Кобеца. СПб.: Беллона, 2017. 48 с.
6. Приказ ГУ природных ресурсов и охраны окружающей среды МПР России по МО от 13.05.2003 № 55-П «О расчете ущерба окружающей среде от травяных палов на 1 га» // Справочная правовая система «Консультант плюс».
7. Закон Ставропольского края от 8 декабря 2010 г. № 106-КЗ «О некоторых вопросах охраны атмосферного воздуха» (с изменениями на 07.11.2014) // Справочная правовая система «Консультант плюс».

#### References

1. Buivolov Yu.A., Bykova E.P., Gavrilenko V.S., Gribkov A.V., Bazhenov Yu.A., Borodin A.P., Goroshko O.A., Kirilyuk V.E., Korsun O.V., Kreindlin M.L., Kuksin G.V., Ryabinina Z.N. *Analiz otechestvennogo i zarubezhnogo opyta upravleniya pozharami v stepyakh i svyazannykh s nimi ekosistemakh, v chastnosti, v usloviyakh OOPT* [Analysis of domestic and foreign experience of fire management in steppes and associated ecosystems, in particular, in protected areas]. Moscow, 2012, 170 p.
2. Konstitutsiya Rossiiskoi Federatsii (prinyata vsenarodnym golosovaniem 12.12.1993) (s uchetom popravok, vnesennykh FKZ o popravkakh k Konstitutsii RF ot 30.12.2008 № 6-FKZ, ot 30.12.2008 № 7-FKZ) [The Constitution of the Russian Federation (adopted by popular vote on 12.12.1993) (taking into account the amendments made by FKZ on amendments to the Constitution of the Russian Federation No. 6-FKZ dated 30.12.2008, No. 7-FKZ dated 30.12.2008)]. *Rossiiskaya gazeta*. 2009, No. 7, Jan. 21.
3. Kodeks Rossiiskoi Federatsii ob administrativnykh pravonarusheniyyakh ot 30.12.2001 (red. ot 29.07.2017) № 195-FZ (s izm. i dop., vstup. v silu s 10.08.2017) [The Code of the Russian Federation on Administrative Offenses of December 30, 2001 (as amended on July 29, 2017) No. 195-FZ (as amended and supplemented, entered into force on August 10, 2017)]. *Spravochnaya pravovaya sistema "Konsul'tant plyus"*.
4. *Ekologicheskie pravonarusheniya v regionakh Rossiiskoi Federatsii* [Ecological offenses in the regions of the Russian Federation]. Materials of the practical part of the All-Russian competition "ECO-LAWYER 2016". Available at: <http://bellona.ru/publication/eco-jur-2016/> (accessed 05.09.2017).
5. *Sel'skokhozyaystvennyye szhiganiya v Rossii: regulirovaniye, monitoring i podkhody k ikh sokrashcheniyu* [Agricultural incineration in Russia: regulation, monitoring and approaches to their reduction]. Ed. E.N. Kobets. Saint Petersburg: Bellona, 2017, 48 p.
6. Prikaz GU prirodnnykh resursov i okhrany okruzhayushchei sredy MPR Rossii po MO ot 13.05.2003 № 55-P «O raschete ushcherba okruzhayushchei srede ot travyanykh palov na 1 ga» [Order of the Ministry of Natural Resources and Environmental Protection for the MO of 13.05.2003 No. 55-P "On the calculation of damage to the environment from herbal pams per 1 hectare"]. *Spravochnaya pravovaya sistema "Konsul'tant plyus"*.
7. Zakon Stavropol'skogo kraya ot 8 dekabrya 2010 g. № 106-KZ «O nekotorykh voprosakh okhrany atmosfernogo vozdukha» (s izmeneniyami na 07.11.2014) [Law of the Stavropol Region of December 8, 2010 No. 106-KZ "On some issues of protection of atmospheric air" (as amended on 07.11.2014)]. *Spravochnaya pravovaya sistema "Konsul'tant plyus"*.

УДК 553.69

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-61-67

## МИНЕРАЛОГО-ПЕТРОГРАФИЧЕСКИЕ И ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПАЛЕОЦЕНОВО-ЭОЦЕНОВЫХ ЦЕОЛИТСОДЕРЖАЩИХ ПОРОД СИНАЙСКОГО ПОЛУОСТРОВА (ЕГИПЕТ)

© 2018 г. О.С. Бондарева<sup>1</sup>, Р. Эльшахат<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

<sup>2</sup>Университет аль-Азхар, Каир, Египет

## MINERALOGICAL AND PETROGRAPHIC AND GEOCHEMICAL FEATURES OF PALEOCENE AND EOCENE ZEOLITES OF SINAY PENINSULA (EGYPT)

O.S. Bondareva<sup>1</sup>, R. Elshahat<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

<sup>2</sup>Al-Azhar University, Cairo, Egypt

Бондарева Оксана Сергеевна – кандидат географических наук, доцент, кафедра общей и инженерной геологии, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: oksana\_bondareva1@mail.ru

Oksana S. Bondareva - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of General and Engineering Geology, Institute for Earth Science, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: oksana\_bondareva1@mail.ru

Осама Рамзи Эльшахат Абусеммана – кандидат геолого-минералогических наук, доцент, Университет аль-Азхар, Аль Мохаим Аль Даем, 1, г. Каир, 11511, Египет.

Osama Ramzi Elshahat Abuseemmana - Candidate of Geology and Mineralogy, Associate Professor, Al-Azhar University, Al Mokhaym Al Daem, 1, Cairo, 11511, Egypt.

Цеолиты палеоценово-эоценовых комплексов Синайского полуострова (Египет) относятся к осадочному генетическому типу. Цеолитсодержащие породы здесь локализируются в мелководно-морских отложениях, распространенных на обширной территории альпийской складчатой системы Тетис. Главнейшими породообразующими компонентами являются карбонатное вещество, терригенный материал, пирокластический материал, аллотигенное и аутигенное глинистое вещество и аутигенный кремнезем.

Цеолиты имеют равномерное распределение, образуют микроагрегаты и ассоциируют с опал-кристобалитовыми каркасными сферами. Цеолиты в породах представлены клиноптилолитом, реже стильбитом и гейландитом. Клиноптилолит цеолитсодержащих комплексов синтезирован в иловых растворах преимущественно за счет кристаллитов глинистых материалов, алюмосиликатов и биогенного аморфного кремнезема. Цеолиты формировались на стадии диагенеза.

**Ключевые слова:** цеолиты, палеоцен, эоцен, клиноптилолит, спектрограмма, диффрактограмма, диагенез, геохимические исследования, Синайский полуостров, Египет.

Paleocene and Eocene zeolites of Sinay Peninsula belong to the sedimentary type. Zeolite containing rock is localized in shoal marine deposits of Alpine folding belt called Tethys. Zeolites formed by carbon-bearing matter, terrigenous, pyroclastic, allothigenic and authigenic clayed matter and authigenic cristobalite.

Zeolites are shared evenly in the rock, they generate microaggregates and associate with opal-cristobalite framed spheres. Zeolites are posed as clinoptilolite (less often as stilbite and geylandite). Clinoptilolite of zeolite-containing association in lime dissolution is synthesized by clayed matter crystallite, aluminosilicates and biogenic amorphous cristobalite. Zeolites was generated at the diagenesis period.

**Keywords:** zeolites, Paleocene, Eocene, clinoptilolite, spectrogram, diffractogram, diagenesis, geochemical surveys, Sinay Peninsula, Egypt.

Цеолитоносные формации альпийских складчатых областей (Альпы, Карпаты, Крым, Малый Кавказ, Копетдаг, Памир и др.) имеют среднеюрский, поздне меловой и палеоценово-эоценовый возраст. Для них характерны богатые и средние клиноптилолитовые, морденитовые и морденитово-клиноптилолитовые руды. По генетическому типу это преимущественно вулканогенно-осадочные цеолитовые залежи.

В результате изучения структурно-тектонических, магматических и фациальных условий образования палеоценово-эоценовых цеолитсодержащих отложений Синайского полуострова (Египет), всестороннего исследования их вещественного состава и характера эпигенетических преобразований установлено, что они относятся к осадочно-генетическому типу. В них цеолиты распределены равномерно, образуют микроагрегаты и во многих случаях ассоциируют с опал-кристобалитовыми каркасными сферами (леписферами), которые являются продуктом вторичного перераспределения и раскристаллизации кремнезема биогенного происхождения. Петротипы имеют характерный минеральный парагенезис: цеолиты (клиноптилолит, стильбит и гейландит) – опал-кристобалит – монтмориллонит – гидрослюда – глауконит – кальцит, иногда калиевый полевой шпат, плагиоклазы и обломки вулканического стекла [1]. Постоянно присутствует терригенный кварц. Образование цеолитсодержащих пород связано со стабильной цикличностью размещения этих отложений и тектоно-магматической историей геологического развития регионов их распространения [2].

### Материалы и методы

В палеоценовых и эоценовых отложениях Синайского полуострова (Египет) выделены цеолитсодержащие карбонатно-терригенно-кремнистые хлидолиты, кремнистые глины и кремнистые аргиллиты, пространственно и генетически связанные с терригенно-кремнистыми отложениями свиты Эсна сланцев палеоцена, а также свит Фив и Самалут эоцена [3]. Они образуют пластовые залежи мощностью несколько десятков метров и протяженностью от нескольких километров до десятков километров. Хлидолиты – это светло-зеленые, неясно-слоистые, некрепкие породы с алевро-пелитовой, а местами с реликтово-органогенной структурой. Органические остатки имеют плохую сохранность. Среди них распознаются створки диатомей, панцири радиолярий, спикулы губок, состоящие из опала. Размеры панцирей радиолярий и створок диатомей не превышают 0,09 мм. Диаметр поперечных срезов спикул достигает 0,08 мм, про-

дольных – 0,1–0,2 мм. Встречаются скелеты глобигерин, текстулярид и лентикюлид, стенки которых сложены тонковолокнистым кальцитом, а внутренние камеры выполнены опалом. Алевролитовый материал (25–30 % объема породы) представлен угловатыми и полуокатанными зернами кварца, округлыми частицами глауконита, игольчатыми и таблитчатыми кристаллами слюды. Встречаются округлые агрегаты халцедона диаметром 0,06–0,2 мм. Изредка наблюдаются скопления удлиненной формы тонкозернистого гематита, а также рассеянное органическое вещество. Кремнистые глины и аргиллиты имеют зеленую и зеленовато-серую окраску, неясно-слоистую текстуру и фукоидные пятна. Структура алевро-биоморфно-пелитовая. Матрикс (75–80 % объема породы) сложен на 55–60 % микроагрегатами гидрослуд и монтмориллонита, тонкошешуйчатыми частицами цеолитов (35–40 %) и криптокристаллическим опалом (10–15 %). Из органических остатков (10–15 % объема породы) присутствуют спикулы губок, округлые скелеты радиолярий и редкие раковины фораминифер. Алевролитовый материал (менее 10 % объема породы) выражен неокатанными зернами кварца, пластинчатыми кристаллами слюды и округлыми зернами глауконита. Размер обломочных частиц не превышает 0,03 мм.

Для изучения фазового состава цеолитсодержащих пород использовались рентгенометрический и инфракрасно-спектроскопический методы. Рентгенометрические исследования выполнялись на приборе ДРОН-5.0 на медном излучении с медным фильтром в режиме 30 кВ – 14 мА. Скорость движения ленты 720 мм/ч. Скорость вращения препарата составляла 2° в минуту. Для контроля стабильности режима работы прибора периодически фиксировалась дифрактограмма эталонного образца. Инфракрасные спектры поглощения записывались на инфракрасном спектрометре UR-20 в диапазоне 1800–400 см<sup>-1</sup>. Порошковые препараты наносились на подложку из КВг методом осажденных пленок.

Рентгенограммы карбонатно-терригенно-кремнистых хлидолитов, кремнистых глин и аргиллитов содержат рефлексы 890, 395 и 296 пм, соответствующие клиноптилолиту (рис. 1). Присутствуют монтмориллонит (1260, 442, 317, 247 пм), гидрослюда (998, 447, 257 пм), опал-кристобалит (406–405, 249 пм), кальцит (303, 227, 189 пм). Когда цеолитсодержащие породы содержат более 25 % кальцита, клиноптилолит частично замещается стильбитом (905, 403, 344, 300 пм) и гейландитом (980, 850, 620, 398 пм).

Инфракрасные спектрограммы цеолитсодержащих хлидолитов, кремнистых глин и аргиллитов имеют три основных поглощения, характерных для минералов группы кремнезема (1050–1220, 796–860



и  $460\text{--}480\text{ см}^{-1}$ ). Кроме перечисленных полос, выделяются поглощения  $1205$  и  $625\text{ см}^{-1}$ , проявленные в виде перегибов основных пиков. Эти полосы соответствуют цеолитам (рис. 2). Инфракрасные

спектрограммы содержат поглощения в области  $1640$ ,  $1435\text{--}1438$  и  $886\text{--}890\text{ см}^{-1}$ . Первое указывает на присутствие в структуре минералов молекулярной воды, последние относятся к кальциту.

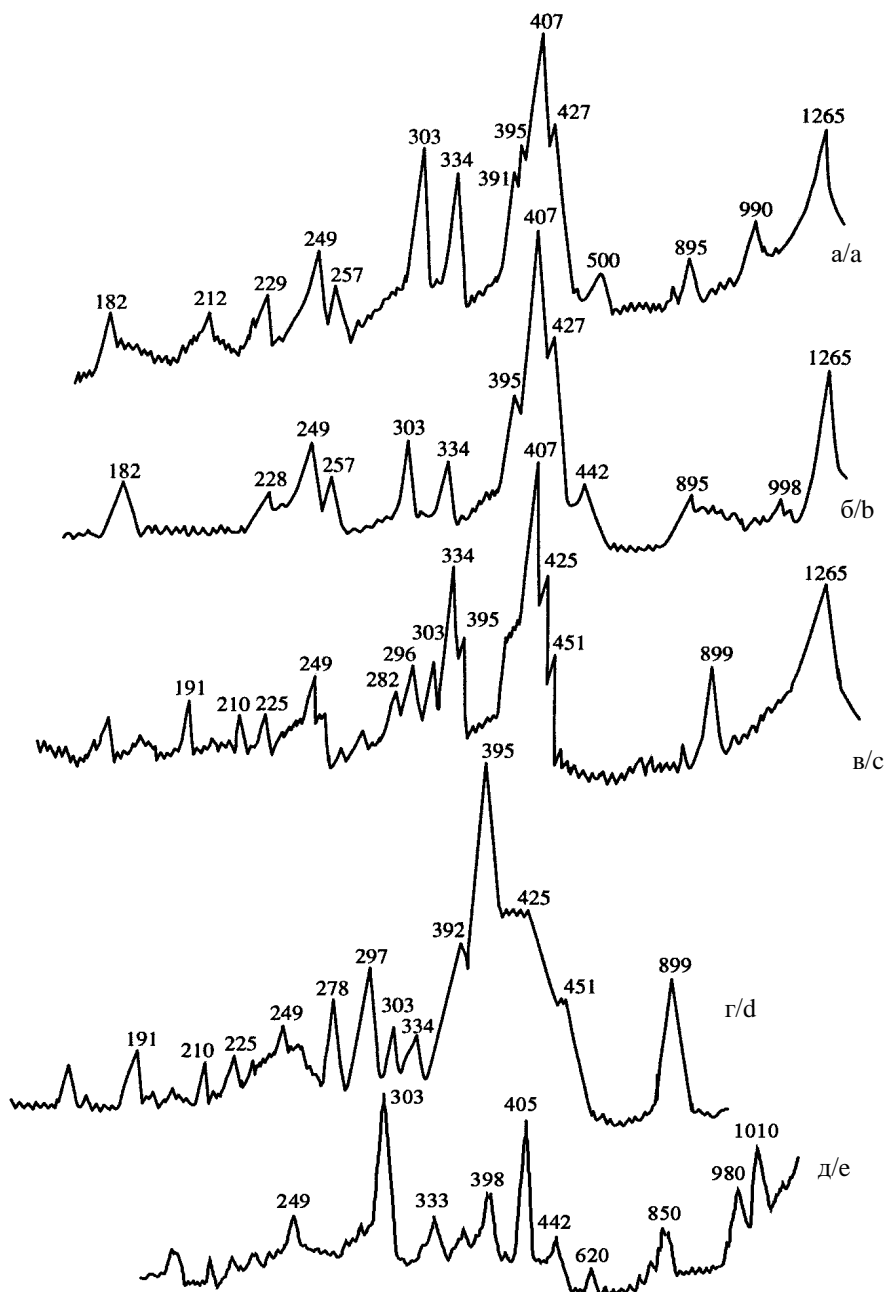


Рис. 1. Типовые дифрактограммы цеолитсодержащих пород: а – палеоценовые карбонатно-терригенно-кремнистые хлидолиты; б – эоценовые карбонатно-терригенно-кремнистые хлидолиты; в, г – кремнистые глины; д – кремнистые аргиллиты /  
Fig. 1. Typical diffractograms of zeolite-bearing rocks: a - Paleocene carbonate-terrigenous-siliceous chelidolites; b - Eocene carbonate-terrigenous-siliceous chelidolites; c, d - siliceous clays; e - siliceous argillites.

Определение содержания цеолитов, выполненное с помощью количественного рентгеновского и термохимического анализа [4], показало, что в

хлидолитах присутствует клиноптилолит в количестве  $18\text{--}22\%$ , а в кремнистых глинах и аргиллитах –  $20\text{--}26\%$ .

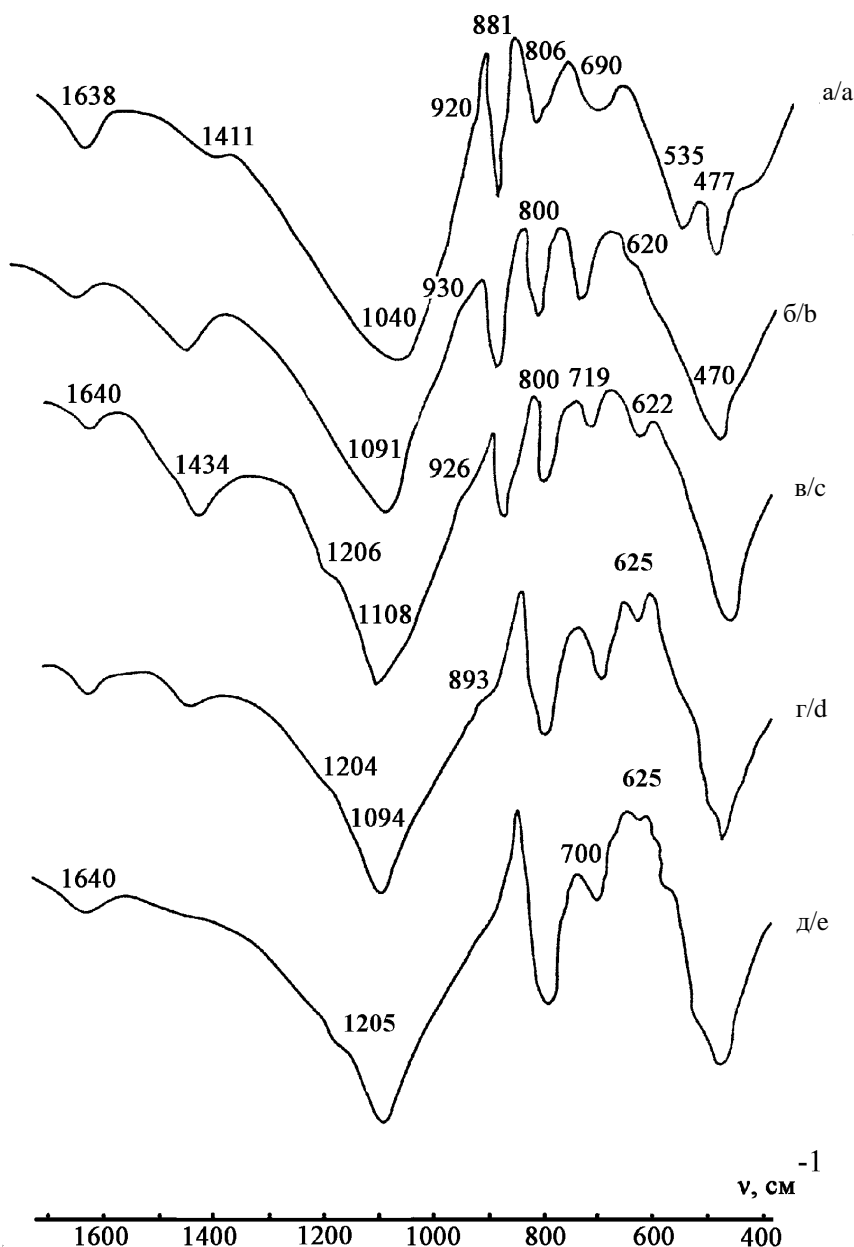


Рис. 2. Типовые инфракрасные спектрограммы цеолитсодержащих пород: а – палеоценовые карбонатно-терригенно-кремнистые хлидолиты; б – эоценовые карбонатно-терригенно-кремнистые хлидолиты; в, г – кремнистые глины; д – кремнистые аргиллиты / Fig. 2. Typical infrared spectrograms of zeolite-containing rocks: a - Paleocene carbonate-terrigenous-siliceous chelidolites; b - Eocene carbonate-terrigenous-siliceous chelidolites; c, d - siliceous clays; e - siliceous argillites.

В палеоценовых и эоценовых цеолитсодержащих комплексах кремнезем и цеолиты генетически связаны и, вероятно, имеют один источник. При решении вопроса об источнике вещества имеет значение характер распределения малых элементов в цеолитсодержащих и вмещающих породах. Используя опыт предыдущих исследований [5, 6], произведено сравнение содержания 17 малых элементов в кремнистых цеолитсодержащих и вмещающих породах с кларками для различных осадочных и магматических пород.

Нами использованы данные количественного спектрального анализа (таблица). В цеолитсодержащих карбонатно-терригенно-кремнистых хлидолитах, кремнистых глинах и аргиллитах содержание большинства из исследованных химических элементов сопоставимо и соответствует кларкам для глинистых и карбонатных пород (по А.П. Виноградову). Отношение содержа-

ния бария и бора для всех типов исследуемых пород колеблется в пределах 0,25–5, характеризуя их как нормально осадочные породы. Содержание марганца, меди, свинца, иттрия и цинка в цеолит-

содержащих породах в 1,5–5 раз, а концентрация рубидия, цезия, бария в 5–13 раз меньше, чем у гранитоидов. Содержание стронция в 8,5 раза выше кларков гранитоидов.

**Содержание малых химических элементов в палеогеновых цеолитсодержащих породах, минимальное и максимальное / среднее,  $\times 10^{-4}$  / Content of small chemical elements in paleogene zeolite-containing rocks, min and max/average,  $\times 10^{-4}$**

Химический элемент	Породы (возраст)			
	Хлидолиты (палеоцен)	Хлидолиты (эоцен)	Кремнистые аргиллиты (палеоцен)	Кремнистые глины (эоцен)
Литий (Li)	2–60/17,7	6–40/18,3	6–40/19,6	6–12/8,2
Бор (B)	5–150/32,8	10–30/12,5	10–50/29,4	50–80/70,0
Ванадий (V)	2–30/8,7	8–20/11,5	10–40/21,25	40–60/50,0
Хром (Cr)	5–10/9,7	10–20/14,6	3–40/21,6	20–50/40,0
Марганец (Mn)	150–300/178,3	200–1500/900,0	200–1500/612,5	100–400/200,0
Кобальт (Co)	0–10/2,6	3–10/4,3	2–10/6,5	2–10/5,0
Никель (Ni)	2–20/9,8	10–60/23,6	8–60/36,5	20–30/23,3
Медь (Cu)	5–30/11,7	8–30/16,7	6–60/25,1	8–10/8,7
Цинк (Zn)	0–300/68,9	0–100/21,0	0–200/46,25	50–80/63,3
Рубидий (Rb)	1–25/9,5	2–40/5,8	6–100/53,3	10–15/11,7
Стронций (Sr)	200–800/547,2	200–2000/689,5	300–1500/600,0	200–300/266,7
Иттрий (Y)	0–10/7,3	0–10/7,5	0–10/8,8	0–6/3,7
Цирконий (Zr)	0–60/22,2	20–50/30,0	20–50/37,5	40–90/80,0
Цезий (Cs)	0–2/–0,8	0–2/1,0	1–6/2,9	0,5–1,5/1,0
Барий (Ba)	30–650/179,5	50–1000/530,0	200–2000/737,5	60–150/96,7
Иттербий (Yb)	–	–	0–1/0,1	–
Свинец (Pb)	1–10/3,7	2–5/3,6	2–20/8,25	3–8/5,0

Для определения связи цеолитообразования с вулканизмом нами использован расчет коэффициента относительной фемафильности [7]. Этот коэффициент (Kfm) представляет собой соотношение Rfm и Rfl, где Rfm – сумма коэффициентов накопления фемафильных элементов: хрома, никеля, меди, ванадия, кобальта; Rfl – сумма коэффициентов накопления лития, рубидия, цезия, бора (кларки по А.П. Виноградову). С помощью коэффициента относительной фемафильности удается фиксировать наличие в породе тонкообломочного вулканогенного материала. Kfm магматических пород основного и среднего состава в среднем в 18,4 раза превышает этот показатель для глин, и его значение всегда больше трех. Изучаемые породы имеют малые коэффициенты относительной фемафильности (0,3–1,8), что соответствует нормально осадочным породам. При этом максимальные значения Kfm имеют цеолитсодержащие кремнистые глины, т.е. те образования, в составе которых присутствует вулканогенный материал [8].

В результате изучения особенностей распределения малых химических элементов в палеоценовых и эоценовых цеолитсодержащих породах сделаны следующие выводы. Близкие содержания большинства исследуемых элементов в цеолитсодержащих

породах свидетельствуют об однотипности осадков, из которых происходило их формирование. Концентрация микроэлементов в карбонатно-терригенно-кремнистых хлидолитах, кремнистых глинах и кремнистых аргиллитах характеризует эти породы как нормально осадочные образования, содержащие примесь пирокластиков в скрытой форме. При этом в некоторых разностях присутствует довольно значительное количество вулканогенного материала. Клиноптилолит цеолитсодержащих комплексов синтезирован в иловых растворах преимущественно за счет биогенного аморфного кремнезема. Однако при его формировании значительную роль сыграл процесс цеолитизации пирокластиков. Интерпретировать всякое цеолитопроявление как признак участия вулканогенного материала неправильно, поскольку это приводит к ошибкам в определении генезиса осадочных пород и связанных с ними полезных ископаемых.

Проведенные минералого-петрографические и геохимические исследования палеоценовых и эоценовых цеолитсодержащих пород Синайского полуострова позволили установить, что, кроме цеолитов, главнейшими пороодообразующими компонентами являются карбонатное вещество, терригенный материал, пирокластический материал, аллотиген-

ное и аутигенное глинистое вещество и аутигенный кремнезем [9]. Карбонатное вещество в количестве 5–15 % представлено бесструктурным органическим детритом и скелетами глобигерин, текстурярид и лентикюлид. Терригенная примесь псаммитовой, алевритовой и пелитовой размерности в количестве 5–20 % выражена полуокатанными зернами кварца, окатанными зернами глауконита, частицами слюды, хлорита, амфиболов, плагиоклазов и калиевых полевых шпатов. Пирокластический материал присутствует в количестве 8–15 % и более. Он представлен обломками вулканического стекла алевритовой и мелкопсаммитовой размерности. Кроме того, по геохимической специализации палеоценовых и эоценовых цеолитсодержащих пород фиксируется «скрытая» пирокластика. Глинистое вещество представлено аутигенным монтмориллонитом и аллотигенной гидрослюдой. Аутигенный кремнезем в виде скелетных остатков губок, диатомей и радиолярий, хлопьевидного опала-А, криптокристаллического и глобулярного опала-СТ составляет 30–60 % пород.

Палеоценово-эоценовые цеолитсодержащие породы Синайского полуострова пространственно и генетически связаны с терригенно-кремнистыми отложениями. Формирование их происходило в мелководном морском бассейне (на глубинах 50–150 м) открытого типа с нормальной океанической соленостью в эпохи трансгрессий и погружения дна бассейна седиментации в условиях гумидного климата. Извлечение кремнезема из динамического резервуара бассейна седиментации осуществлялось биогенным путем (радиоляриями, диатомовыми водорослями и кремнистыми губками). Терригенный материал, поступавший с суши, разбавлял кремнистый осадок, изменяя соотношение кремнистых и терригенных пород. Осадконакопление в течение палеоцена и эоцена времени происходило синхронно с эксплозивной вулканической деятельностью в смежных районах [10]. Однако вулканизм нельзя считать основным источником исходного для образования цеолитов материала.

Таким образом, цеолиты палеоценово-эоценовых комплексов Синайского полуострова (Египет) следует относить к осадочному генетическому типу. Цеолитсодержащие породы здесь локализуются в карбонатно-терригенно-кремнистых мелководно-морских отложениях, распространенных на обширной территории альпийской складчатой системы Тетис. Цеолиты в породах распределены равномерно и представлены клиноптилолитом (реже стильбитом и гейландитом), составляющим первые десятки процентов объема породы. Характерный минеральный парагенезис: цеолиты (клиноптилолит, стиль-

бит, гейландит) – опал-кристобалит – монтмориллонит – гидрослюда – глауконит – кальцит. Исходными материалами для образования цеолитов служили биогенный кремнезем, гели алюмосиликатов и кристаллиты глинистых минералов. Источником биогенного кремнезема являлись организмы с опаловым скелетом. Алюмосиликатные гели и кристаллиты глинистых минералов поступали с суши. Катионы при образовании цеолитов извлекались из морской воды, заполняющей поровое пространство осадка и имеющей диффузионную связь с наддонными водами. Цеолиты формировались на стадии диагенеза в результате: а) прямой кристаллизации из щелочных иловых растворов; б) преобразования и замещения биогенного аморфного кремнезема; в) твердофазного превращения реакционно-способного глинистого компонента осадка (главным образом монтмориллонита) в цеолиты.

#### Литература

1. *Наседкин В.В., Наседкина В.Х.* Генетические и морфологические типы клиноптилолит-морденитовой минерализации вулканических областей // Природные цеолиты. М.: Наука, 1980. С. 122–134.
2. *Сендеров Э.Э., Хитаров Н.И.* Цеолиты, их синтез и условия образования в природе. М.: Наука, 1970. 283 с.
3. *Супрычев В.А., Кирикилица С.И.* Генетическая типизация цеолитов стратифицированных формаций. М.: ВИЭМС, 1989. 50 с.
4. Опыт экспрессного определения содержания цеолитов в горных породах с использованием портативных цеолитных лабораторий ПЦЛ-1 и ПЦЛ-2 : метод. руководство / И.А. Белицкий, И.В. Дробот, Г.П. Валуева, Т.В. Батияшвили, В.Б. Василенко. Новосибирск, 1979. 59 с.
5. *Хардигов А.Э., Агарков Ю.В.* Геохимические особенности цеолитсодержащих пород Предкавказья // Геохимия. 2000. № 12. С. 1350–1355.
6. *Хардигов А.Э.* Цеолиты Северного Кавказа. Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2005. 224 с.
7. *Закруткин В.Е.* Высокоуглеродистые формации раннего докембрия европейской части СССР. Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 1982. 296 с.
8. *Михайлов А.С.* Цеолиты стратифицированных вулканоогенно-осадочных отложений // Природные цеолиты. М.: Наука, 1980. С. 53–58.
9. Геология, генезис и использование природных цеолитов: тез. докл. Всесоюз. семинара. Ч. I, II. Звенигород, 1978. 100 с.
10. *Хардигов А.Э.* Литолого-фациальные особенности и условия образования палеогеновых цеолитсодержащих комплексов Восточного Предкавказья // Литология и полезные ископаемые. 2001. № 2. С. 155–163.

## References

1. Nasedkin V.V., Nasedkina V.Kh. [Genetic and morphological types of the clinoptilolite-mordenite mineralization in volcanic regions]. *Prirodnye tseolity* [Natural zeolites]. Moscow: Nauka, 1980, pp. 122-134.
2. Senderov E.E., Khitarov N.I. *Tseolity, ikh sintez i usloviya obrazovaniya v prirode* [Zeolites, its synthesis, the genesis features in nature]. Moscow: Nauka, 1970, 283 p.
3. Suprychev V.A., Kirikilitsa S.I. *Geneticheskaya tipizatsiya tseolitov stratifitsirovannykh formatsii* [Genetic typification of the laminated rock formation zeolites]. Moscow: VIEMS, 1989, 50 p.
4. *Opyt ekspressnogo opredeleniya sodержaniya tseolitov v gornykh porodakh s ispol'zovaniem portativnykh tseolitnykh laboratorii PTsL-1 i PTsL-2* [Experience in the rapid determination of zeolite content in rocks using the portable zeolite laboratories PCL-1 and PCL-2]. Methodological guidance / I.A. Belitskii, I.V. Drobot, G.P. Valueva, T.V. Batiashvili, V.B. Vasilenko. Novosibirsk, 1979, 59 p.
5. Khardikov A.E., Agarkov U.V. Geokhimicheskie osobennosti tseolitsoderzhashchikh porod Predkavkaz'ya [Geochemical aspects of the Pre-Caucasian region zeolite-containing rock]. *Geokhimiya*. 2000, No. 12, pp. 1350-1355.
6. Khardikov A.E. *Tseolity Severnogo Kavkaza* [North Caucasus region zeolites]. Rostov-on-Don: Izd-vo Rost. un-ta, 2005, 224 p.
7. Zakrutkin V.E. *Vysokouglerodistye formatsii rannego dokembriya evropeiskoi chasti SSSR* [High-carbon formations of the early cryptozoic period in European part of USSR]. Rostov-on-Don: Izd-vo Rost. un-ta, 1982, 296 p.
8. Mikhailov A.S. [Zeolites of laminated volcanogenic sediment]. *Prirodnye tseolity* [Natural zeolites]. Moscow: Nauka, 1980, pp. 53-58.
9. *Geologiya, genesis i ispol'zovanie prirodnnykh tseolitov* [Geology, genesis and natural zeolites application]. All-Soviet Union thesis report. Ch. I, II. Zvenigorod, 1978, 100 p.
10. Khardikov A.E. Litologo-fatsial'nye osobennosti i usloviya obrazovaniya paleogenovykh tseolito-soderzhashchikh kompleksov Vostochnogo Predkavkaz'ya [Lithic-facies special aspects and genesis features of paleogenous zeolite-containing rock complex in East Pre-Caucasian region]. *Litologiya i poleznye iskopaemye*. 2001, No. 2, pp. 155-163.

УДК 551.579

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-68-74

## О РОСТЕ ОПАСНЫХ И СТИХИЙНЫХ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ НА КРЫМСКОМ ПОЛУОСТРОВЕ\*

© 2018 г. Е.И. Ергина<sup>1</sup>, В.О. Жук<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Крымский Федеральный Университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Россия

### TO THE GROWTH OF DANGEROUS AND SPONTANEOUS HYDROMETEOROLOGICAL PHENOMENA ON THE CRIMEAN PENINSULA

E.I. Ergina<sup>1</sup>, V.O. Zhuk<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia

Ергина Елена Ивановна – доктор географических наук, профессор, Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, пр. Академика Вернадского, 4, г. Симферополь, Республика Крым, 295007, Россия, e-mail: ergina65@mail.ru

Elena I. Ergina - Doctor of Geography, Professor, Vernadsky Crimean Federal University, Akademika Vernadskogo Ave 4, Simferopol, Republic of Crimea, 295007, Russia, e-mail: ergina65@mail.ru

Жук Владимир Олегович – аспирант, географический факультет, Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, пр. Академика Вернадского, 4, г. Симферополь, Республика Крым, 295007, Россия, e-mail: zhuk\_vladimir2015@mail.ru

Vladimir O. Zhuk - Postgraduate, Geographical Faculty, Vernadsky Crimean Federal University, Akademika Vernadskogo Ave 4, Simferopol, Republic of Crimea, 295007, Russia, e-mail: zhuk\_vladimir2015@mail.ru

Анализируется частота проявления наиболее опасных природных процессов и явлений на Крымском полуострове, причиной возникновения которых стали опасные и стихийные гидрометеорологические явления, интенсификация проявления которых отмечается в современных условиях изменения климатической системы.

Наиболее интенсивное потепление в Крыму наблюдается в последние 30 лет, что приводит к росту проявлений засушливых метеоявлений, таких как засухи и суховеи, кроме того, отмечаются активизация сильных ветров и, как следствие, возникновение пыльных бурь, что создаёт угрозу экологической и гидрометеорологической безопасности территорий.

Среди стихийных гидрометеорологических явлений наибольшую угрозу сельскому хозяйству, как и экономике в целом, несут ливневые осадки значительной интенсивности и сильные ветры со шквалом.

Для выявления пространственных закономерностей проявления стихийных и опасных гидрометеорологических явлений составлена карта потенциальной гидрометеорологической опасности Крыма (ПГМО), анализ которой предоставляет возможности выделить наиболее опасные регионы с учетом местных микроклиматических и, что немаловажно, социально-экономических условий. С учетом зонального подхода рекомендуется комплекс мер по борьбе с последствиями проявлений опасных и стихийных гидрометеорологических явлений в горном Крыму и на территории Керченского полуострова.

**Ключевые слова:** Крымский полуостров, опасные и стихийные гидрометеорологические явления, климатическая система, ландшафт.

The frequency of occurrence of the most dangerous natural processes and phenomena on the Crimean Peninsula is analyzed in the article, the origin of which was dangerous and spontaneous hydrometeorological phenomena, the intensification of occurrence of which is noted in the current climate change conditions.

The most intensive warming in the Crimea has been observed in the last 30 years, which leads to an increase in the occurrence of dry meteorological phenomena such as droughts and dry winds, in addition, there is an intensification of strong winds and, as a result, the occurrence of dust storms, which threatens the ecological and hydrometeorological safety of the territories.

\* Исследование выполнено при поддержке программы развития ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» на 2015-2024 гг. по проекту «Сеть академической мобильности “ГИС-Ландшафт – Технологии и методики формирования геопорталов современных ландшафтов регионов” в 2017 году» в Балтийском федеральном университете имени Иммануила Канта» (г. Калининград, Институт природопользования, территориального развития и градостроительства), а также при финансовой поддержке РФФИ и Совета министров Республики Крым в рамках научного проекта № 17-45-92015.

*Among the natural hydrometeorological phenomena, heavy rainfall of considerable intensity and strong winds with a squall are the greatest threat to agriculture, as well as the economy as a whole.*

*To reveal the spatial patterns of natural and dangerous hydrometeorological phenomena, a map of the potential hydrometeorological hazard of the Crimea (PHMH) has been compiled, the analysis of which provides an opportunity to identify the most dangerous regions, taking into account local microclimatic and, not unimportant, socio-economic conditions. Taking into account the zonal approach, a set of measures is recommended to combat the consequences of manifestations of dangerous and spontaneous hydrometeorological phenomena in the Mountainous Crimea and in the territory of the Kerch Peninsula.*

**Keywords:** *Crimean Peninsula, dangerous and spontaneous hydrometeorological phenomena, climatic system, landscape.*

В литературе достаточно широко проанализированы современные тенденции динамики климата в Крыму, в частности, отмечается, что в последние годы тренд на повышение температуры сохраняется, но с некоторыми сезонными и территориальными особенностями [1–3]. Так, в годовом ходе температур наблюдается значительное повышение зимних температур и снижение летних, за исключением прибрежных районов и особенно Южного берега Крыма (ЮБК) [2, 4]. Количество выпавших осадков за последние 30 лет в предгорье имеет тенденцию к повышению. Незначительное увеличение количества осадков наблюдается на побережьях морей, кроме территории ЮБК, в зоне субсредиземноморского климата. Здесь сохраняется устойчивый тренд уменьшения количества осадков в последние десятилетия [2]. Современными исследованиями доказано, что в связи с наблюдающимися тенденциями изменения климата число неблагоприятных и опасных гидрометеорологических явлений возрастает. Таким же тенденциям подвержен и Крымский полуостров [2, 5].

По оценкам экспертов, 80–90 % ущерба в России, наносимого экономике стихийными бедствиями, приходится на стихийные гидрометеорологические явления [6, 7]. По оценке Всемирного банка, ежегодный ущерб от воздействия опасных гидрометеорологических явлений на территории России составляет 30–60 млрд р. [7].

Среди опасных (ОЯ) и стихийных гидрометеорологических явлений (СГЯ) в последнее время участились сильные ветры и, как следствие их проявления, пыльные бури и суховеи, нередко сильные ливни, поздние весенние и ранние осенние заморозки, что создаёт угрозу экологической и гидрометеорологической безопасности территорий [2, 8]. Крым становится зоной интенсивного проявления таких явлений, и поэтому вопрос о разработке стратегии по гидрометеорологической и экологической безопасности сегодня весьма актуален. Нередко СГЯ наблюдаются в форме узких зон и не фиксируются рассредоточенной сетью метеостанций, что особенно характерно для таких явлений, как заморозки, град, шквалистый ветер, смерч. Именно поэтому вопрос о расширении сети наблюдений и создании прогнозов по стихий-

ным явлениям погоды в Крыму является очень важным [7].

Цель работы состоит в выявлении пространственных и временных закономерностей проявления ОЯ и СГЯ в Крыму для разработки стратегии по экологической и гидрометеорологической безопасности региона. Для решения данной цели необходимо решение нескольких задач: выявить динамику распространения ОЯ и СГЯ по территории Крыма; дать оценку потенциальной гидрометеорологической опасности (ПГМО) территории Крымского полуострова; представить рекомендации по применению защитных мероприятий от воздействия ОЯ и СГЯ с учетом зональных особенностей.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы: статистический и метод анализа данных проявления ОЯ и СГЯ за последние 15 лет. Сравнительно-географический и картографический методы для районирования территории Крымского полуострова и построения картографических моделей.

Для расчёта степени проявления СГЯ на полуострове мы произвели ранжирование данных показателей (таблица) [9]. С использованием статистических данных ФГБУ «Крымское УГМС» были подсчитаны случаи проявления следующих метеоявлений: град, ливневые дожди, сильные ветры со шквалом, гололёдные образования, изморозь, снегопады.

#### **Ранжирование степени показателей проявления СГЯ / Ranking of the degree of indicators of the manifestation of spontaneous hydrometeorological phenomena**

Ранг	Степень благоприятности	Количество ОЯ и СГЯ
5	Наиболее высокая	Свыше 35
4	Высокая	26–34
3	Относительно невысокая	18–25
2	Средняя	9–17
1	Низкая	0–8

Степень проявления относим к определенному рангу, показывающему, к какой категории относится та или иная область. За ранг 1 принимается минимальное значение, следовательно, чем выше ранг,

тем степень проявления будет увеличиваться. И максимального своего значения она достигнет в ранге 5. Согласно ранжированию, количество явлений <9 отнесено к низкой степени, менее 18 – к средней степени, менее 26 – к относительно невысокой степени, менее 35 – к высокой и 35 явлений и свыше – к наиболее высокой степени проявления.

По сумме данных показателей была рассчитана степень проявления ОЯ и СГЯ для каждой из взятых станций методом экспертных оценок [9].

На основании полученных материалов составлена карта ПГМО Крыма (рис. 1) с учетом местных особенностей всего региона, в том числе се- леопасности [10, 11], оползней и т.д. [12, 13].

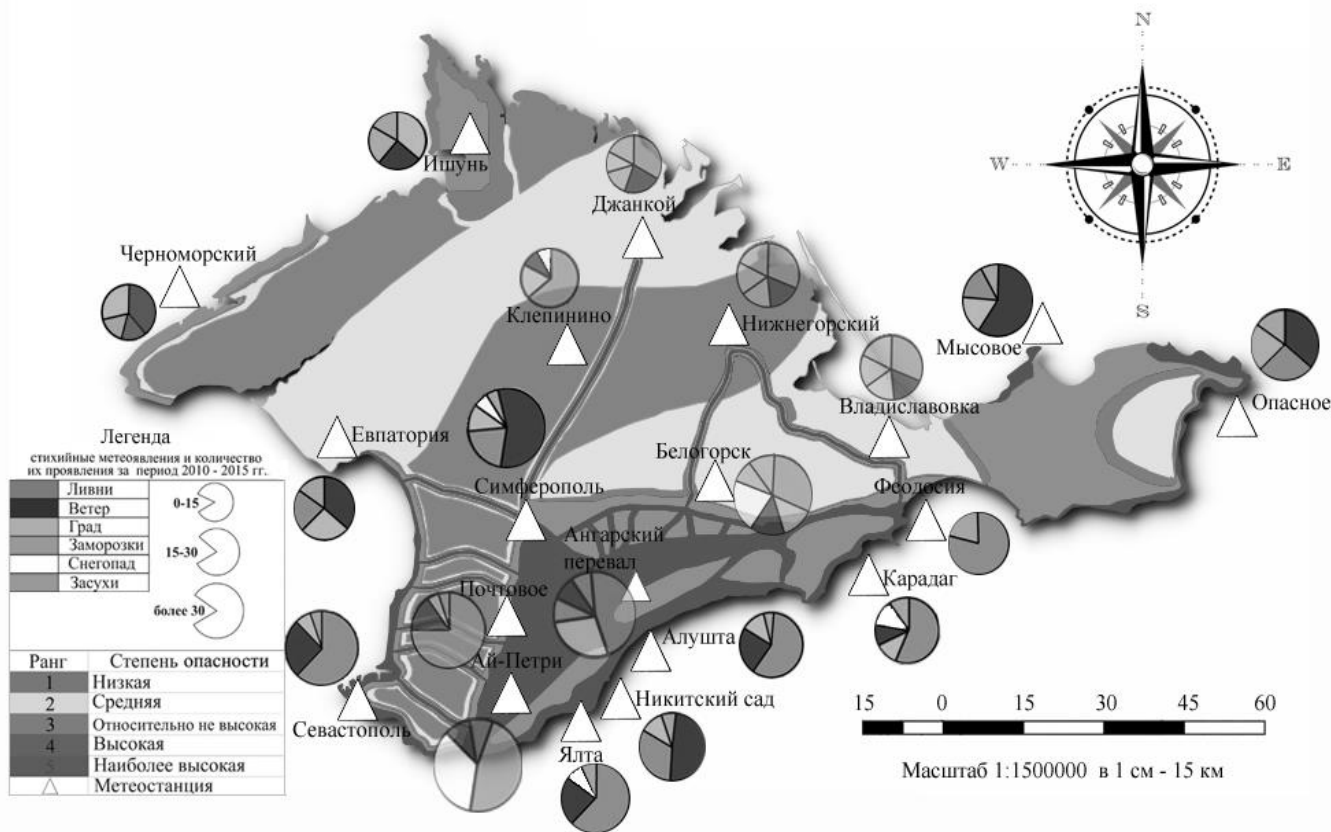


Рис. 1. Потенциальная гидрометеорологическая опасность Республики Крым /  
 Fig. 1. Potential hydrometeorological hazard of the Republic of Crimea

Анализ полученной информации показал, что для некоторых территорий, где число проявления СГЯ весьма незначительное, но отмечается критическое геологическое, гидрологическое или антропогенное воздействие, степень ПГМО может достигать очень высокого уровня.

Анализируя составленную карту (рис. 1), можно отметить, что наивысшая опасность наблюдается в предгорном и горном Крыму, в частности в городах Симферополь, Керчь, Белогорск, на Ангарском перевале. Высокая ПГМО зафиксирована практически на всех набережных ЮБК, на западном побережье – от мыса Лукулл до мыса Евпаторийский. Высокая ПГМО проявляется в районах с концентрацией техногенных ландшафтов: на автомобильных трассах, строительных площадках, и в частности в зоне строительства Керченского моста (рис. 1). Автомобиль-

ные трассы часто попадают в зону чрезвычайных ситуаций при заморозках, туманах, метелях, пыльных бурях и других ОЯ и СГЯ [8]. По статистике, около 40 % всех ДТП в зимнее время на территории Крыма вызваны гололедом и снегопадом [14, 15].

За период 2010–2015 гг. возросло количество очень сильных ветров со шквалом, смерчей, сильных ливней, очень сильного снега, крупного града, сильной метели, гололёдно-изморозевых отложений (рис. 2). Максимальное число СГЯ наблюдалось в предгорном и горном Крыму, например, на метеостанции Симферополя – 42 случая, что больше примерно на 13 % по сравнению с предыдущим пятилетием, и в 6 раз больше усредненных данных за период с 2001 по 2009 г. включительно [16].



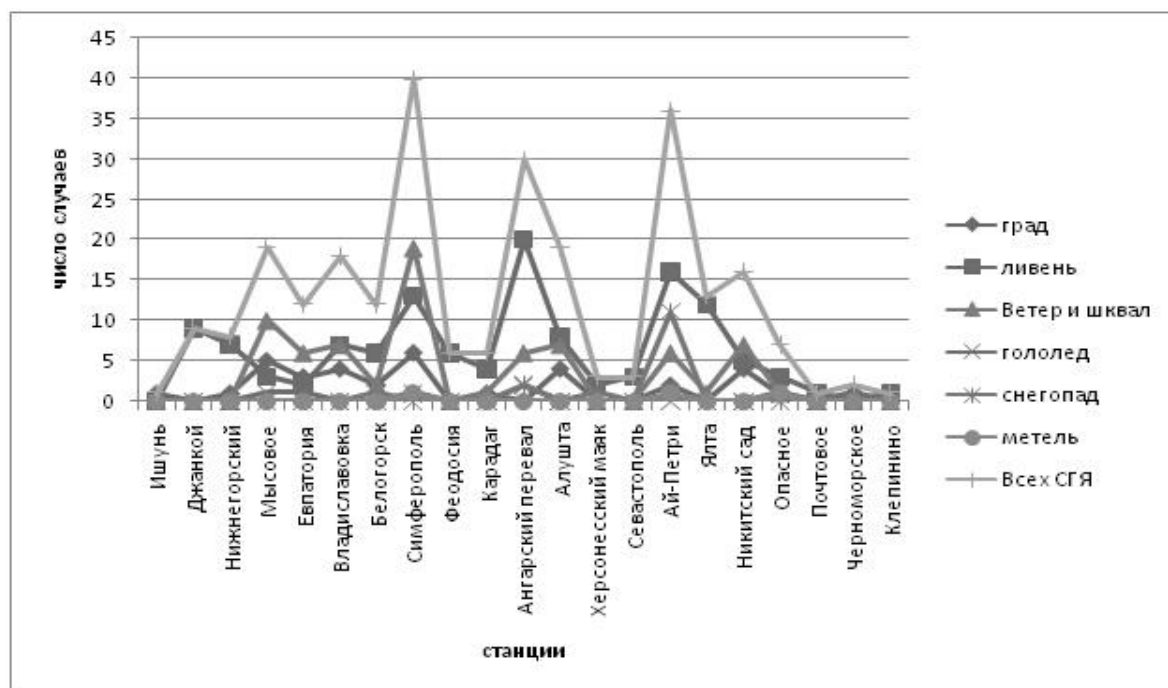


Рис. 2. Число случаев проявления СГЯ в Крыму в период 2010–2015 гг. /

Fig. 2. The number of cases of manifestation of spontaneous hydrometeorological phenomena in the Crimea in the period 2010-2015

ОЯ и СГЯ разрушительно воздействуют на ландшафты. Взяв за основу карту ПГМО территории Крыма и проанализировав современную динамику проявления СГЯ, нами предложен комплекс мероприятий, рекомендуемых для борьбы со СГЯ, пространственная локализация которых представлена в виде картографических проектов для территорий предгорного и горного Крыма (рис. 3) и Керченского полуострова (рис. 4). Для построения картографических проектов использовался способ локализованных значков по пунктам.

Наиболее значимыми рекомендуемыми мероприятиями для горного и предгорного Крыма по защите от воздействия СГЯ, которые, в свою очередь, активизируют сели, оползни, камнепады в данной зоне, являются создание защитных насаждений и лесополос, прокладка сетевых дренажных каналов. Для ЮБК – строительство противооползневых сооружений по укреплению береговой линии, а также прокладка сетевых дренажных каналов. Всего в данном регионе отмечено 123 пункта с критической ситуацией, где следует провести характерные защитные мероприятия.

На рис. 4 были выделены зоны с высокой концентрацией требуемых защитных мероприятий ре-

комендуемых для борьбы с ОЯ и СГЯ на территории Керченского полуострова. К таким зонам относятся практически весь восточный берег полуострова, г. Керчь (в том числе и зона строительства Керченского моста), район городов Щелкино и Феодосия.

Среди рекомендуемых нами мероприятий по защите Керченского полуострова от СГЯ (пыльных бурь, ливневых дождей, сильных ветров, смерчей) наиболее актуальными являются создание защитных насаждений и лесополос, укрепление дорог, проведение противогололёдных обработок дорожного полотна в зоне строительства и в дальнейшем функционирования Крымского моста. Такие защитные мероприятия, как укрепление береговой линии и создание волнорезов, уменьшают процессы абразии и штормовой нагон. Установка автоматических береговых метеостанций улучшит детализированный локальный прогноз погоды, включая прогноз опасных природных явлений, организацию мониторинга ОЯ и СГЯ вдоль береговой зоны и в Керченском проливе. Всего в данном регионе выделено 277 пунктов со сложившейся критической ситуацией, где следует провести характерные защитные мероприятия.

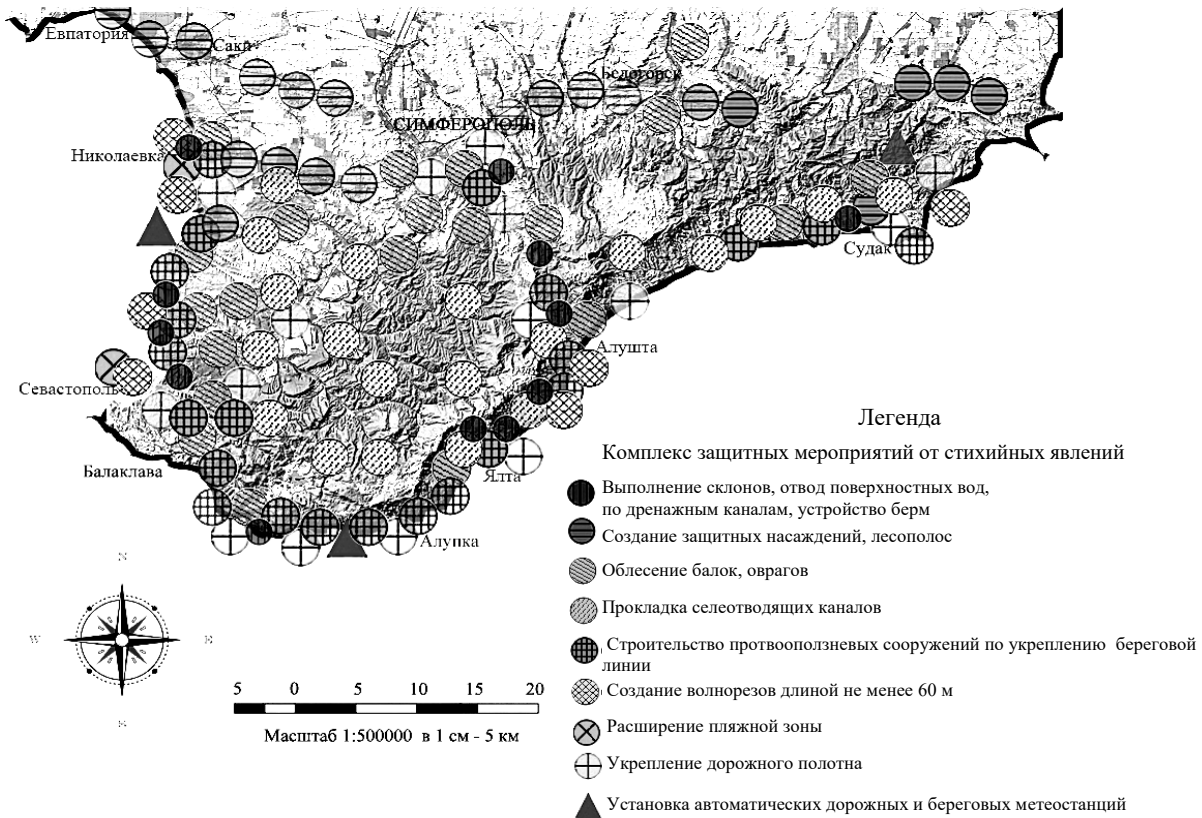


Рис. 3. Комплекс мероприятий, рекомендуемых для борьбы со СГЯ для горного и предгорного Крыма и ЮБК / Fig. 3. A set of measures recommended for combating spontaneous hydrometeorological phenomena for the mountainous and foothill Crimea and the southern coast of the Crimea

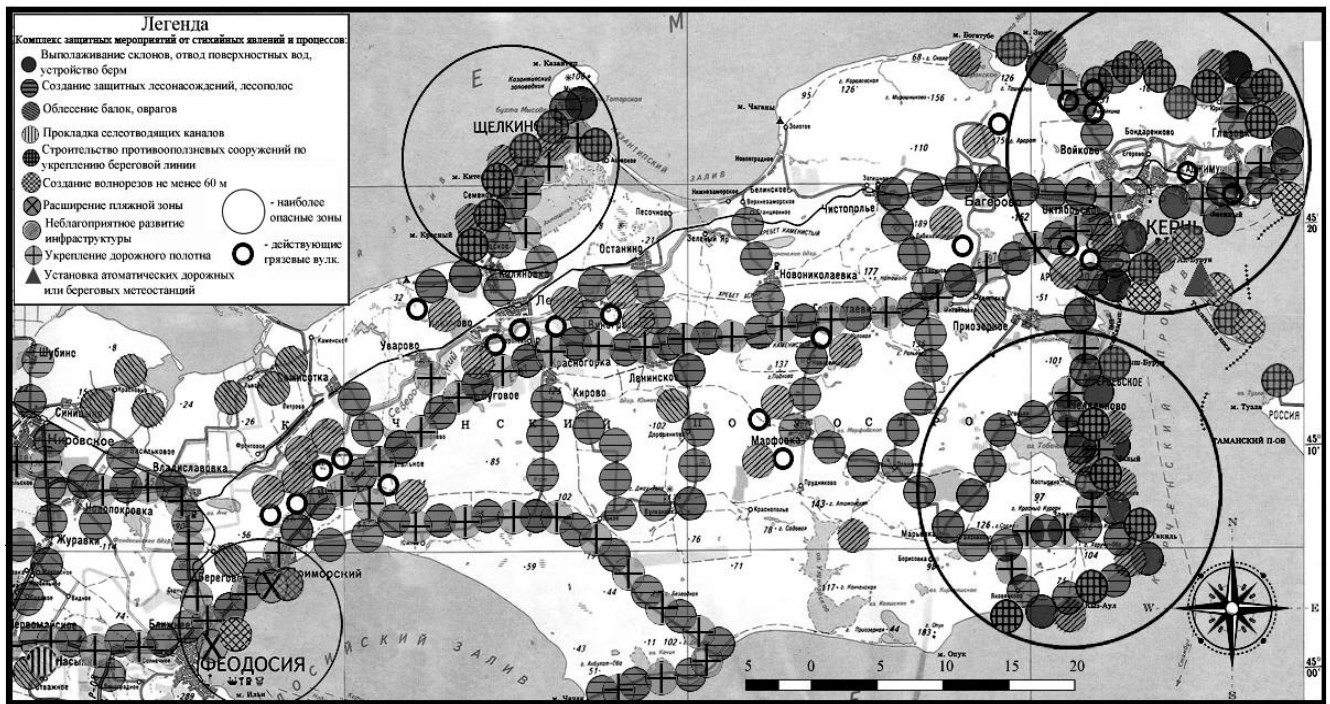


Рис. 4. Комплекс мероприятий, рекомендуемых для борьбы СГЯ на Керченском полуострове и в зоне строительства Крымского моста / Fig. 4. A set of measures recommended for combating spontaneous hydrometeorological phenomena in the Kerch Peninsula and in the construction zone of the Crimean bridge.

## Выводы

В последние десятилетия зафиксировано увеличение количества ОЯ и СГЯ, что, вероятно, обусловлено современными тенденциями изменения климата.

В результате районирования территории Крымского полуострова по показателю ПГМО, выделены зоны с высокой опасностью: Симферопольский район, г. Керчь, г. Белогорск, Ангарский перевал. Высокая степень зафиксирована практически на всем побережье ЮБК, на западном побережье – от мыса Лукулл до мыса Евпаторийский, в районах с концентрацией техногенных ландшафтов: на автомобильных трассах и в зоне строительства Керченского моста. Всего в данных регионах отмечено 400 пунктов со сложившейся критической ситуацией, где следует провести характерные защитные мероприятия от воздействия стихийных метеоявлений. В горном и предгорном Крыму наиболее востребованы создание защитных насаждений и лесополос, прокладка сепарационных каналов. Для ЮБК – строительство противооползневых сооружений по укреплению береговой линии, а также прокладка сепарационных каналов. На Керченском полуострове – создание защитных насаждений и лесополос, укрепление дорожного полотна. Построенные карты позволят с учетом физико-географических особенностей территории подойти к разработке системы гидрометеорологической безопасности региона.

Представленный методический подход способен усовершенствовать оценку и прогноз проявления опасных природных явлений в целях обеспечения безопасности строительства и функционирования Керченского моста, а также паромной переправы. Проведение системы мероприятий, направленных на создание системы мониторинга СГЯ и ОЯ, сыграло бы значительную роль в предотвращении экономического ущерба для региона.

## Литература

1. Борисов А.А. Изученность Крыма в климатическом отношении // Труды УкрНИГМИ. 1955. Вып. 3. С. 86–92.
2. Ергина Е.И. Современный почвообразующий потенциал климата Крымского полуострова // Геополитика и экогеодинамика регионов. 2015. Т. 1 (11), вып. 2. С. 35–44.
3. Мун Д. Изменяется ли климат в степной зоне России в XIX – начале XX в.: дискуссия современников // Вестн. СПбГУ. Сер. 2. 2013. Вып. 1. С. 22.
4. Горбунов Р.В., Горбунова Т.Ю., Патусова Е.С. Изменение температуры воздуха в Крыму за период

инструментальных измерений // Человек – природа – общество: теория и практика безопасности жизнедеятельности, экологии и валеологии. 2015. № 1. С. 26–28.

5. Парубец О.В. Изменение климата в Крыму // Уч. зап. Крымского фед. ун-та имени В.И. Вернадского. География. Геология. 2009. Т. 22 (61), № 2. С. 88–96.

6. Агроклиматический справочник по АР Крым / под ред. О.И. Прудко, Т.И. Адаменко. Симферополь: Таврида, 2011. 342 с.

7. Бебрицкий А.И., Кориунов А.А., Шаймарданов М.З. Опасные гидрометеорологические явления и их влияние на экономику России. Обнинск, 2001. С. 7–12.

8. Ергина Е.И., Жук В.О. Анализ проявления опасных и стихийных гидрометеорологических явлений в Крыму // Окружающая среда и человек. Ростов н/Д., 2016. С. 85–88.

9. Кропьянко Л.В., Беспалова Л.А. Геоэкологическая оценка и районирование Азово-Черноморского побережья России (Ростовская область и Краснодарский край). Ростов н/Д.: ЮФУ, 2016. 212 с.

10. Мальнева И.В., Кононова Н.К. Оценка опасности проявления селей на территории Крыма при современных климатических изменениях // Разведка и охрана недр. 2015. № 8. С. 40–43.

11. Олиферов А.Н., Тимченко З.В. Реки и озера Крыма. Симферополь: Доля, 2005. 216 с.

12. Ведь И.П. Климатический атлас Крыма. Симферополь: Таврия-Плюс, 2000. 120 с.

13. Ергина Е.И., Жук В.О. Влияние современных тенденций климата на состояние эрозионно опасных агроландшафтов и оценка почвообразующего потенциала природных факторов Крыма // Изв. Оренбургского гос. аграр. ун-та. 2017. № 3 (65). С. 175–178.

14. Загородников А.А., Сирота Н.В. Мониторинг опасных погодных явлений // Культура народов Причерноморья. Экология Крыма. 1998. С. 22–25.

15. Логвинова К.Т., Барабаш М.Б. Климат и опасные гидрометеорологические явления Крыма. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 317 с.

16. Жук В.О., Ергина Е.И. Тенденции и динамика опасных и стихийных гидрометеорологических явлений в Крыму // Ученые зап. КФУ. 2016. Т. 2, № 2. С. 73–86.

## References

1. Borisov A.A. Izuchennost' Kryma v klimaticheskom otnoshenii [The study of the Crimea in the climatic relation]. *Trudy UkrNIGMI*. 1955, Iss. 3, pp. 86-92.
2. Ergina E.I. Sovremenniy pochvoobrazuyushchii potentsial klimata Krymskogo poluostrova [Modern soil-forming potential of the climate of the Crimean peninsula]. *Geopolitika i ekogeodinamika regionov*. 2015, vol. 1 (11), Iss. 2, pp. 35-44.

3. Mun D. Izmenyaetsya li klimat v stepnoi zone Rossii v XIX – nachale XX v.: diskussiya sovremennikov [Does the climate change in the steppe zone of Russia in the XIX - early XX century: a discussion of contemporaries]. *Vestn. SPbGU. Ser. 2.* 2013, Iss. 1, p. 22.

4. Gorbunov R.V., Gorbunova T.Yu., Patlusova E.S. Izmenenie temperatury vozdukh v Krymu za period instrumental'nykh izmerenii [Change in air temperature in the Crimea during the period of instrumental measurements]. *Chelovek – priroda – obshchestvo: teoriya i praktika bezopasnosti zhiznedeyatel'nosti, ekologii i valeologii.* 2015, No. 1, pp. 26-28.

5. Parubets O.V. Izmenenie klimata v Krymu [Climate change in Crimea]. *Uch. zap. Krymskogo fed. un-ta imeni V.I. Vernadskogo. Geografiya. Geologiya.* 2009, vol. 22 (61), No. 2, pp. 88-96.

6. *Agroklimaticheskii spravochnik po AR Krym* [Agroclimatic reference book on AR Crimea]. Ed. O.I. Prudko, T.I. Adamenko. Simferopol: Tavrida, 2011, 342 p.

7. Bedritskii A.I., Korshunov A.A., Shaimardanov M.Z. *Opasnye gidrometeorologicheskie yavleniya i ikh vliyanie na ekonomiku Rossii* [Dangerous hydrometeorological phenomena and their impact on the Russian economy.]. Obninsk, 2001, pp. 7-12.

8. Ergina E.I., Zhuk V.O. [Analysis of manifestations of dangerous and spontaneous hydrometeorological phenomena in the Crimea]. *Okruzhayushchaya sreda i chelovek* [Environment and people]. Rostov-on-Don, 2016, pp. 85-88.

9. Kropyanko L.V., Bespalova L.A. *Geoekologicheskaya otsenka i raionirovanie Azovo-Chernomorskogo poberezh'ya Rossii (Rostovskaya oblast' i Krasnodarskii krai)* [Geoecological assessment and regionalization of the Azov-Black Sea coast of Russia (Ros-

tov Region and Krasnodar Territory)]. Rostov-on-Don: YuFU, 2016, 212 p.

10. Mal'neva I.V., Kononova N.K. Otsenka opasnosti proyavleniya selei na territorii Kryma pri sovremennykh klimaticheskikh izmeneniyakh [Assessment of the danger of mudflows in the territory of the Crimea under modern climatic changes]. *Razvedka i okhrana nedr.* 2015, No. 8, pp. 40-43.

11. Oliferov A.N., Timchenko Z.V. *Reki i ozera Kryma* [The rivers and lakes of the Crimea]. Simferopol: Dolya, 2005, 216 p.

12. Ved' I.P. *Klimaticheskii atlas Kryma* [Climatic atlas of the Crimea]. Simferopol: Tavriya-Plyus, 2000, 120 p.

13. Ergina E.I., Zhuk V.O. Vliyanie sovremennykh tendentsii klimata na sostoyanie erozionno opasnykh agrolandshtov i otsenka pochvoobrazuyushchego potentsiala prirodnykh faktorov Kryma [Influence of modern climate trends on the state of erosionally hazardous agrolandscapes and assessment of the soil-forming potential of natural factors in the Crimea]. *Izv. Orenburgskogo gos. agrar. un-ta.* 2017, No. 3 (65), pp. 175-178.

14. Zagorodnikov A.A., Sirota N.V. Monitoring opasnykh pogodnykh yavlenii [Monitoring of dangerous weather phenomena]. *Kul'tura narodov Prichernomor'ya. Ekologiya Kryma.* 1998, No. 2, pp. 22-25.

15. Logvinova K.T., Barabash M.B. *Klimat i opasnye gidrometeorologicheskie yavleniya Kryma* [Climate and dangerous hydrometeorological phenomena of the Crimea]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1982, 317 p.

16. Zhuk V.O., Ergina E.I. Tendentsii i dinamika opasnykh i stikhiinykh gidrometeorologicheskikh yavlenii v Krymu [Trends and dynamics of dangerous and spontaneous hydrometeorological phenomena in the Crimea]. *Uchenye zap. KFU.* 2016, vol. 2, No. 2, pp. 73-86.

УДК 502.52

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-75-87

## РОССИЙСКАЯ ЧАСТЬ ТРАНСГРАНИЧНОГО АЛТАЯ В РАЗРЕЗЕ ГИДРОЭКОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ И РЕКРЕАЦИОННОЙ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ\*

© 2018 г. *О.В. Журавлева*<sup>1</sup>, *М.Г. Сухова*<sup>1</sup>, *Е.О. Чернова*<sup>2</sup>, *В.Г. Бабин*<sup>1</sup>, *А.В. Каранин*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Горно-Алтайский государственный университет, Горно-Алтайск, Россия,

<sup>2</sup>Институт водных и экологических проблем СО РАН, Барнаул, Россия

## RUSSIAN PART OF TRANSBOUNDARY ALTAI IN THE SECTION OF HYDROECOLOGICAL SECURITY AND RECREATIONAL ATTRACTIVENESS

*O.V. Zhuravleva*<sup>1</sup>, *M.G. Sukhova*<sup>1</sup>, *E.O. Chernova*<sup>2</sup>, *V.G. Babin*<sup>1</sup>, *A.V. Karanin*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Gorno-Altai State University, Gorno-Altai, Russia,

<sup>2</sup>Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Barnaul, Russia

*Журавлева Ольга Валерьевна* – кандидат географических наук, доцент, преподаватель, Горно-Алтайский государственный университет, ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, 649000, Россия, e-mail: gs@ngs.ru

*Olga V. Zhuravleva* - Candidate of Geography, Associate Professor, Lecturer, Gorno-Altai State University, Lenkina St., 1, Gorno-Altai, 649000, Russia, e-mail: gs@ngs.ru

*Сухова Мария Геннадьевна* – доктор географических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности, Горно-Алтайский государственный университет, ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, 649000, Россия, e-mail: Mar\_gs@ngs.ru

*Marina G. Sukhova* - Doctor of Geography, Associate Professor, Vice-Rector on Scientific and Innovative Activity, Gorno-Altai State University, Lenkina St., 1, Gorno-Altai, 649000, Russia, e-mail: Mar\_gs@ngs.ru

*Чернова Евгения Олеговна* – кандидат географических наук, младший научный сотрудник, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656063, Россия, e-mail: garms@ngs.ru

*Evgeniya O. Chernova* - Candidate of Geography, Junior Researcher, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656063, Russia, e-mail: garms@ngs.ru

*Бабин Валерий Геннадьевич* – кандидат исторических наук, доцент, ректор, Горно-Алтайский государственный университет, ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, 649000, Россия, e-mail: babin@gasu.ru

*Valeriy G. Babin* - Candidate of History, Associate Professor, Rector, Gorno-Altai State University, Lenkina St., 1, Gorno-Altai, 649000, Russia, e-mail: babin@gasu.ru

*Каранин Андрей Владимирович* – кандидат географических наук, доцент, преподаватель, Горно-Алтайский государственный университет, ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, 649000, Россия, e-mail: office@gasu.ru

*Andrey V. Karanin* - Candidate of Geography, Associate Professor, Lecturer, Gorno-Altai State University, Lenkina St., 1, Gorno-Altai, 649000, Russia, e-mail: office@gasu.ru

Гидроклиматические условия территории относятся к тем природным предпосылкам, которые влияют на рекреационную привлекательность региона. Они играют решающую роль наряду с геоморфологическими, ландшафтными и биологическими особенностями местности.

Анализ литературных и фондовых данных о климате и гидрологии района дополнен авторами результатами собственных полевых исследований. Гидроклиматические особенности российской части трансграничного Алтая изучены в разрезе их влияния на перспективы рекреационного использования региона. В качестве территориальной единицы оценки были выбраны природно-рекреационные районы – территориальные образования с однородной степенью благоприятности биоклимата для рекреации и находящиеся в границах природно-территориальных комплексов. В регионе исследования выделено 14 природно-рекреационных районов: Тигирекский, Бацелацкий, Коксуйско-Коргонский, Теректинский, Семинский, Тонгошский, Уймонский, Катунский, Северо-Южно-Чуйский, Улаганский, Чулышманский, Укокский, Чуйско-Курайский, Джудукульский. Для каждого природно-рекреационного района установлен уровень гидроэкологической безопасности. Параллельно проведена оценка рекреационной привлекательности водных ресурсов. Сопоставление результатов показало, что большая часть территории, к сожалению, характеризуется напряженной гидроэкологической ситуацией. К наиболее привлекательным природно-рекреационным райо-

\* Работа выполнена в рамках госзадания Министерства образования и науки РФ 5.5702.2017/8.9, а также при поддержке гранта РФФИ 16-45-040266, 16-45-040158.

нам относятся Катунский, Северо-Южно-Чуйский и Джулукульский, расположенные соответственно в Катунско-Теректинской и Чулышманской физико-географических провинциях.

Результаты исследования могут быть использованы на этапе создания туристско-рекреационных проектов, при разработке и проведении мероприятий по экскурсионному, экологическому и спортивно-оздоровительному туризму.

**Ключевые слова:** Алтай, водные ресурсы, гидроэкологическая безопасность, рекреация, привлекательность, типология, климат.

*The hydro-climatic conditions of the territory refer to those natural prerequisites that affect the recreational appeal of the region. They play a decisive role along with geomorphological, landscape and biological features of the terrain.*

*The analysis of literature and stock data on the climate and hydrology of the region was supplemented by the authors with the results of their own field research. The hydro-climatic features of the Russian part of the transboundary Altai are studied in terms of their influence on the prospects of recreational use of the region. As a territorial unit of assessment, natural and recreational areas were chosen – territorial formations with a homogeneous degree of bio-climate for recreation and located within the boundaries of natural and territorial complexes. In the region of the study, 14 natural-recreational areas have been identified: Tigirek, Bashchelak, Koksuk-Korgon, Terekinsky, Seminsky, Tongosha, Uimon, Katun, North-SouthChuy, Ulagan, Chulyshman, Ukok, Chui-Kurai, and Djulukul. For each natural and recreational area, the level of hydroecological safety is established. In parallel, the recreational attractiveness of the region's water resources was assessed. A comparison of the results showed that most of the territory, unfortunately, is characterized by a tense hydroecological situation. The most attractive natural and recreational areas are Katun, North-South Chui and Djulukul, located respectively in the Katun-Terek and Chulyshman physical-geographical provinces.*

*The results of the research can be used at the stage of creation of tourist and recreational projects, when developing and carrying out activities on excursion, ecological and sports and health tourism.*

**Keywords:** Altai, water resources, hydroecological safety, recreation, attractiveness, typology, climate.

## Актуальность

Рекреационная привлекательность любого региона, в том числе и трансграничного Алтая, складывается из множества факторов. Многие реки, озера и ледники своей живописностью привлекают туристов и являются конечным объектом туров. При организации таких экстремальных видов развлечений и спорта, как сплавы по горным рекам, походы на байдарках, и простого отдыха у воды и рыбной ловли необходимо обеспечить как безопасность рекреантов, так и экологическую сохранность водных объектов. Гидроэкологическая безопасность рассматривается как состояние отношений между населением, хозяйством, экосистемами и водными объектами, при которых обеспечивается экономически эффективное и экологически безопасное водопользование, определяется особенностями пространственно-временной изменчивости речного стока, его естественной зарегулированностью, отсутствием дефицита водных ресурсов [1]. Последние годы демонстрируют нам рост проявлений опасных гидрологических процессов и явлений. В связи с этим оценка гидроэкологической безопасности территории весьма актуальна [2–5].

Основной целью данного исследования являются выявление и оценка гидроэкологических опасностей для рекреационного природопользования.

## Методы

Объект исследования – российская часть трансграничного Алтая в границах четырех физико-геогра-

фических провинций: Чарышско-Бащелакской, Катунско-Теректинской, Чулышманской, Укокско-Чуйской. Это наиболее перспективная для рекреационного освоения часть Алтайской горной области [6–8]. Предмет – водные ресурсы и опасные гидрологические процессы территории исследования.

В качестве территориальной единицы оценки были выбраны природно-рекреационные районы (ПРР) – территориальные образования с однородной степенью благоприятности биоклимата для рекреации, находящиеся в границах природно-территориальных комплексов [9]. По принципу орочиматической общности в регионе исследования выделено 14 природно-рекреационных районов: Тигирекский, Бащелакский, Коксуиско-Коргонский, Теректинский, Семинский, Тонгошский, Уймонский, Катунский, Северо-Южно-Чуйский, Улаганский, Чулышманский, Укокский, Чуйско-Курайский, Джулукульский (рис. 1).

Методика проведения работ включает несколько этапов. На первом этапе оценивалась степень привлекательности водных ресурсов для рекреационной деятельности. Оценка проводилась по таким показателям, как густота речной сети (км/км<sup>2</sup>), разнообразие объектов, годовой сток, наличие ледников (табл. 1). На основе полученных данных построена типология природно-рекреационных районов по степени благоприятности водных объектов.

Затем был проведен сбор и анализ сведений об опасных гидрологических процессах и явлениях изучаемой территории.



Рис. 1. Природно-рекреационное районирование территории исследования [9] /  
 Fig. 1. Natural and recreational zoning of the study area

Таблица 1

**Показатели оценки рекреационной привлекательности водных объектов /  
 Indicators for assessing the recreational attractiveness of water bodies**

Природные компоненты	Показатели	Оценка степени рекреационной привлекательности			
		Наименее привлекательные	Относительно привлекательные	Привлекательные	Наиболее привлекательные
Водные объекты	Густота речной сети, км/км <sup>2</sup>	Менее 0,2	0,2–0,4	0,4–1,0	Более 1,0
	Модуль годового стока, л/с с км <sup>2</sup>	Менее 5	5–10	10–20	Более 20
	Разнообразие водных объектов	Отсутствуют, либо временные водотоки	Мелкие пруды, либо озера, либо водопады (один компонент)	Присутствуют два и более однотипных компонента	Реки, озера, водопады, водохранилища (три компонента и более)
	Наличие ледников	Отсутствуют	Небольшие леднички и фирновые поля	Ледники, не образующие сплошного ледового покрова вершин	Крупные ледники

Исходной информацией послужили карты, справочники, литературные и фондовые данные, материалы многолетних полевых наблюдений авторов, данные МЧС [10–20].

Следующие этапы исследования предполагали балльную оценку степени опасности выявленных процессов, определение показателя напряженности гидроэкологической ситуации. Оценка угроз рекреационному природопользованию в результате проявления неблагоприятных гидрологических явлений требует учета особенностей формирования экстремально больших уровней воды во время половодий и паводков, когда появляется опасность затопления туристических объектов,

разрушения сооружений инфраструктуры и небезопасных деструкций русла и берегов. В условиях экстремального маловодья в период летне-осенней и зимней межени возможны дефицит водных ресурсов, ухудшение качества воды и состояния водных и прибрежных экосистем, неблагоприятное развитие русловых процессов. Кроме этого, анализировалась информация о заторах и зажорах, способных вызывать опасные повышения уровня воды, лавины и сели. Повторяемость опасных явлений более 50 % на большинстве участков рек территории соответствует степени опасности, равной 4 баллам, при отсутствии таковых – 0 баллов.

Показатель напряженности по гидроэкологической безопасности выражается в процентах от максимально возможной напряженности и рассчитывается следующим образом:

$$NG = \sum_{i=1}^7 b_i \times 100 \div b_{\max},$$

где  $NG$  – напряженность гидроэкологической ситуации, %;  $b_i$  – балльная оценка степени опасности того или иного гидрологического явления или процесса;  $b_{\max}$  – максимально возможная сумма баллов степени опасности гидрологических процессов и явлений на оцениваемой территории.

Итогом работы стало сопоставление степени привлекательности природно-рекреационных районов (ППР) с напряженностью гидроэкологической ситуации, с целью выявления территорий повышенного риска водной и околородной рекреации.

### Обсуждение результатов

Алтайская горная область имеет развитую гидрологическую сеть. Около 95 % составляют реки длиной менее 10 км. Густота речной сети нередко достигает величин 1,5–2,0 км/км<sup>2</sup>. Наиболее густая речная сеть в Тигирекском и Башцелакском районах. Реки в большинстве своем носят горный характер. Высокогорные речные потоки порожисты, местами образуют водопады. Уклоны достигают наивысших значений в верховьях (20–130 м/км). В среднем течении сохраняются значительные уклоны, однако участки ущелеобразных долин чередуются с межгорными котловинами, где русло выражено слабо и разбивается на многочисленные протоки, образуя староречья и озера. В пределах плоских высокогорий, а также в низкогорной частях области реки нередко приобретают равнинный характер. На таких участках можно наблюдать хорошо развитую речную долину.

По характеру внутригодового распределения стока и с учетом питания выделяются 3 основные группы рек: с летним половодьем, весенне-летним половодьем и летне-осенними паводками и с весенним половодьем и летними паводками. Характерная особенность рек территории – высокие коэффициенты весенне-летнего стока. За теплый период проходит от 75 до 100 % годового стока, что обусловлено наличием многолетнемерзлых грунтов в высокогорье, неглубоким залеганием плотных коренных пород и значительными уклонами местности. Слой стока изменяется по территории в широких пределах: от 20–50 мм в бассейне Чуи до 1000–1400 мм в верховье Катуня. В бассейне р. Катунь, в верховьях р. Ануй и некоторых других рек большие потери стока связаны с развитием

карстовых явлений. Выходы грунтовых вод способствуют развитию наледей, которые заполняют русла рек, а местами растекаются по пойме.

К озерам с наибольшей посещаемостью и антропогенной нагрузкой относятся морено-подпрудные озера Мультигинские, Аккемское, Кучерлинское и Таймень Катунского ППР; озера Кальджин-Коль-Бас, Укок, Гусиное, Музды-Булак, Белое, Кара-Коль-Нур Укокского ППР и др. Мощными центрами оледенения являются горный узел Таван-Богдо-Ула, Северо-Чуйский и Южно-Чуйский хребты, г. Белуха. Некоторые характеристики водных объектов территории приведены в табл. 2.

На основе этих оценок проведена типология природно-рекреационных районов по степени привлекательности водных ресурсов (рис. 2).

Наиболее привлекательны районы Катунский и Джулукульский. За счет наличия оледенения особой привлекательностью обладает Северо-Южно-Чуйский район.

Как уже отмечалось, на следующем этапе работы был проведен сбор и анализ сведений об опасных гидрологических процессах и явлениях. Для удобства результаты приводятся по физико-географическим провинциям:

**Чарышско-Башцелакская провинция.** Выделяются три природно-рекреационных района: Башцелакский, Тигирекский и Коксуйско-Коргонский. Орографическую основу провинции образуют хребты Тигирекский, Башцелакский, Коргонский, которые ориентированы с юго-востока на северо-запад. Средняя высота хребтов 1500–2000 м, отдельные превышают 2000 м. В направлении к северо-западу высоты горных массивов снижаются до 800–1000 м. Глубина расчленения от 300 до 700 м, крутизна склонов от 6 до 12°.

Хребты стоят барьером на пути влажных воздушных масс, поступающих с запада, поэтому провинция отличается влажным климатом. В течение года выпадает от 700 до 1000 мм осадков. В нижнем поясе рельефа средняя температура июля 16 – 17 °С, января – –16–19 °С. Средняя высота снежного покрова 50–70 см. Устойчивый снежный покров бывает до 180 дней. С ноября по март сумма дней с погодой благоприятной и относительно благоприятной для зимних видов туризма 130–150 дней.

Большая часть рек относится к бассейну р. Чарыш, которая берет начало на Коргонском хребте, является левым притоком р. Обь. Длина составляет около 550 км, в пределах провинции располагается только верхняя часть бассейна. Долина Чарыша в горной части глубоко врезана (до 100 м), ее ширина от 0,5 до 1,0 км, склоны крутые – от 10–15 до 400 м, местами со скальными обнажениями. Питание смешанное, с преобладанием снего-



вого. Поверхностный сток на водосборе реки формируется за счет талых снеговых вод – 45, дождевых – 32 и грунтовых – 23 %. Замерзает в первой, второй декаде ноября. Ледостав длится с

конца ноября до конца марта – начала апреля, толщина льда – до 1,5 м. Зимой обычны наледи.

График хода половодья многопиковый, растянутый на несколько месяцев (с апреля по июль).

Таблица 2

Некоторые характеристики водных объектов ПРР / Characteristics of water objects of nature-recreational areas

ПРР	Густота речной сети, км/км <sup>2</sup>	Разнообразие водных объектов, ед.	Модуль годового стока, л/с с км <sup>2</sup>	Наличие ледников
<b>Чарышско-Башцелакская провинция</b>				
Тигирекский	2	1	8–10	
Башцелакский	2	1	6–8	
Коксуйско-Коргонский	1,5	1	8–10	
<b>Катунско-Теректинская провинция</b>				
Теректинский	1,5	2	8–12	Небольшие ледники и фирновые поля
Катунский	1,5	3	20–25	Крупные ледники
Семинский	1,5	1	10–12	
Тонгошский	1,5	1	10–20	
Уймонский	1	1	12–15	
Северо-Южно-Чуйский	1,5	1	10–20	Крупные ледники
<b>Чулышманская провинция</b>				
Улаганский	1	2	8–10	
Чулышманский	1	3	8–10	
<b>Укокско-Чуйская провинция</b>				
Чуйско-Курайский	1	1	4–8	
Джулукульский	1,5	2	10–12	Крупные ледники
Укокский	1	2	8–10	Небольшие ледники и фирновые поля



Рис. 2. Привлекательность водных объектов ПРР для рекреационной деятельности / Fig. 2. Attractiveness of water objects of the nature-recreational areas for recreational activities

Максимум половодья, как правило, приходится на конец мая – начало июня. Уровень воды поднимается на 3–5 м, а при интенсивном снеготаянии – до 8 м, скорость течения увеличивается в 1,5–2 раза.

Спад половодья осложнен дождевыми паводками. При весеннем ледоходе (3–7 сут) на перекатах и крутых излучинах образуются заторы, вызывающие затопление поймы [21].

Наиболее крупным населенным пунктом является с. Чарышское – центр Чарышского муниципального районного образования. Село расположено в пойме, частично на насыпном грунте. За счет отсыпок в русле и пойме, возведения ряда защитных дамб, перегораживания проток в значительной мере изменились уровенный и ледовый режим р. Чарыш и впадающих притоков (ряд малых рек и ручьев), характер руслового процесса. Это привело в последние годы к увеличению величины ущерба от вредного воздействия вод за счет почти ежегодного затопления части села во время прохождения паводков и половодий, размыва берегов, участвующего образования ледовых заторов и проявления наледных процессов. За счет антропогенных причин изменился характер руслового процесса. На участке между селами Чарышское и Красный Партизан происходит ежегодный размыв берега, за счет чего возникла опасность ухода основного русла р. Чарыш в правую протоку, проходящую через центр с. Чарышское. Это может привести к катастрофическим последствиям [21].

В с. Чарышское и других населенных пунктах Чарышского района наибольшее опасение вызывают малые реки и протоки р. Чарыш, на которых в зимний период ежегодно образуются наледи, за счет чего происходит подтопление жилых домов. Естественные процессы наледообразования существенно активизируются под влиянием антропогенных причин (устройство водопропускных отверстий дорог, не обеспечивающих пропуск зимних расходов, изменение ледовотермического режима за счет многочисленных прорубей, устройства ледовых переправ, стеснение русел рек дамбами и отсыпками).

В зону затопления попадают жилые дома в с. Чарышское (р. Чарыш), Красный Партизан, Сентелек (р. Сентелек), Тулата (р. Тулата), Долинское (р. Тулата).

**Катунско-Теректинская провинция** расположена в наиболее высокой части русского Алтая. В пределах провинции выделено шесть ПРР: Семинский, Теректинский, Тонгошский, Уймонский, Катунский, Северо-Южно-Чуйский. Хребты Катунский, Северо- и Южно-Чуйский имеют среднюю высоту 2200–3000 м. Здесь находится самая высокая вершина – г. Белуха высотой 4506 м.

Горизонтальная расчлененность рельефа 0,8–1,2 км. Вертикальная расчлененность рельефа на Катунском хребте более 800 м, на Теректинском – 600–800 м. Углы наклона поверхности склонов от 12° до 45° и более. Особенностью орографического строения является наличие межгорных котловин – Уймонской и Катандинской. Абсолютная высота

днища котловин 800–1000 м. Сложены они преимущественно рыхлыми отложениями.

Климат провинции неоднороден. Наибольшей континентальности он достигает в межгорных котловинах, где минимальная температура опускается до –50 °С, максимальная превышает +30 °С. Средние температуры января в высокогорьях составляют –17, –18 °С, в котловинах – –22 ... –25 °С. Годовая сумма осадков в котловинах от 300 до 500 мм, в высокогорьях – от 700 до 1500 мм. Средняя скорость ветра в высокогорье 6–8 м/с, поэтому снег передувается ветром и залегает очень неравномерно, в котловинах его высота 30–40 см.

Основная водная артерия – р. Катунь. Гидрографическая сеть в ее бассейне хорошо развита. Самые многоводные притоки река принимает в верхнем и среднем течении на территории Республики Алтай. Почти на всем протяжении это типичный горный водоток со значительными уклонами и большими скоростями, каменистым руслом. Дно валунно-галечниковое. Поверхность потока местами неровная с бурунами, течение реки бурное. В верхнем и среднем течении река течет одним руслом, только на отдельных участках разделяется островами и скалами на рукава. Ширина русла в верхнем и среднем течении более 100 м, берега обрывистые и скалистые.

Характер водного режима р. Катунь определяется географическим положением водосборного бассейна. Формирование водного режима происходит на разных высотных уровнях. В питании участвуют талые воды ледников, сезонных и высокогорных снегов, дождевые осадки, грунтовые воды. Преимущественным источником питания являются талые воды, на их долю приходится 53 % годового стока, из них на ледниковую составляющую – около 13 %, а на снеговую – 40. Степень участия дождевых осадков в питании реки сильно колеблется год от года и в среднем составляет 22 %. Грунтовые воды обеспечивают довольно высокую водность в межлетний период года, на их долю приходится до 25 %.

По характеру водного режима река относится к горным рекам с весенне-летним половодьем. Сток весной формируется за счет таяния снегов и ледников на водосборе, затем, с наступлением лета, к талым водам примешиваются дождевые осадки. Гидрограф годового стока имеет гребенчатый вид с острыми пиками частых подъемов и спадов водности реки.

Основной фазой водного режима реки является весенне-летнее половодье, когда река наиболее полноводна, формируются максимальные расходы и наблюдаются наивысшие уровни воды. Начало весеннего подъема воды в Катунь приходится на середину апреля. По мере увеличения высоты во-

досбора начало половодья смещается на более поздние сроки. Половодье растянутое, многоступенчатое, продолжительность подъёма может достигать более 40 дней. Максимальная водность в реке наблюдается чаще всего в конце мая – начале июня, средняя дата прохождения максимального расхода воды приходится на 30 мая. Спад более продолжительный, чем подъём; в отдельные годы подъём и спад равны по продолжительности.

Окончание половодья в среднем приходится на начало августа, однако сроки могут значительно варьировать: от второй декады июня до второй декады августа. Средняя продолжительность составляет 115 дней, наибольшая – 166, наименьшая – 57 дней.

Ход уровней р. Катунь в период открытого русла в целом повторяет гидрограф стока. Резкие подъёмы и колебания уровня воды в зимний период обусловлены ледовыми явлениями на реке. Амплитуда колебаний уровня воды в р. Катунь на водпосту в с. Тюнгур может достигать 6 м.

Подъём уровней в половодье происходит интенсивно, но нередко нарушается возвратами холодов вследствие неравномерного и разновременного таяния сезонных снегов и ледников, а также дождей, за период половодья чередование подъёмов и спадов уровня наблюдается до 10–15 раз.

В последние годы регулярно фиксируются случаи подтопления жилых домов и разрушения дорог в результате наводнений. Анализ основных гидрометеорологических ситуаций и механизмов формирования стока, приводящих к наводнениям, показал, что основная причина – это высокая интенсивность снеготаяния при большом количестве дождей осадков [19].

К периоду открытой межени на реке относятся сентябрь, октябрь и начало ноября (до начала ледовых явлений), когда происходит наиболее устойчивый спад половодья. Зимняя межень устанавливается на реках в ноябре и продолжается до апреля. Средняя продолжительность зимней межени – 155 дней. Наименьшие расходы воды наблюдаются зимой.

Для рек провинции характерны процессы образования донного и внутриводного льда в предледоставный период. При переносе потоком значительных масс шуги на участках реки, где наблюдается сравнительно резкое уменьшение уклонов и скоростей течения, или сужение русла, часто образуются зазоры, при этом шуга останавливается и уменьшает водопропускную способность русла. Плывающие по реке сало, шуга, выпавший на воду снег, смерзаясь, образуют осенний ледоход. В местах сужения русла, при резких поворотах реки, возле островов в результате нагромождения льдин могут образовываться

затары льда в предледоставный период, которые также вызывают повышение уровня воды.

В период ледостава в результате подъёма уровня или оседания льда под снеговой нагрузкой вода может выходить по трещинам и вторично замерзать, что приводит к образованию наледей.

Продолжительность весеннего ледохода на Катунь, в среднем, 15 дней, наибольшая – 29 дней, наименьшая – 1 день. В процессе ледохода весьма серьёзное значение имеют явления заторообразования, возникающие в местах наибольшего стеснения русла. Затары льда в зависимости от своей мощности могут вызвать большие подъёмы уровня воды.

Среди опасных проявлений русловых процессов на Катунь преобладают размывы берегов. В настоящее время угроза размыва берега существует в 25 населенных пунктах. Наибольшее количество из них приурочено к участкам с широкопойменным разветвленным руслом Уймонской межгорной котловины. Опасность затопления повышена также у населенных пунктов, расположенных в устьях притоков Катунь.

**Чулышманская провинция.** Орографическую основу провинции составляют хребты Шапшальский и Чулышманский, Улаганское плоскогорье и Чулышманское нагорье. Средняя высота Шапшальского хребта 2700–2800 м.

В рельефе наблюдается широкое распространение поверхностей выравнивания. Нигде на Алтае нет таких широких водораздельных пространств в сочетании с глубоко врезанными долинами рек. Глубина вертикального расчленения в долине Чулышмана 1400–1600 м. Эта долина является трогом. Ее выработал ледник, спускавшийся по ней в сторону Телецкого озера.

В долине Чулышмана средняя температура января – –12 ... –15 °С. В долине Башкауса – –25, –26 °С. Высота снежного покрова 8–10 см.

В долине Чулышмана наблюдается высокая повторяемость местных теплых и сухих ветров-фенов, которые повышают температуру воздуха.

В среднем и нижнем течении Чулышмана лето очень теплое. Средняя температура июля 18–19 °С. В Улаганской котловине лето прохладное. Средняя температура июля 13–14 °С.

Основными реками являются Чулышман и Башкаус, относящиеся к бассейну р. Бия. Озера являются существенным элементом ландшафта. Наибольшее их количество сосредоточено в восточной части территории.

Река Чулышман берет начало из озера Джулуколь, расположенного на высоте 2000 м, и впадает в Телецкое озеро, длина 229 км, площадь водосбора 17100 км<sup>2</sup>.

Наиболее значительными притоками р. Чулышман являются реки Чульча, Шавла, Башкаус. Река Башкаус берет начало из карового озера, расположенного в восточной части Курайского хребта. Длина 219 км, площадь водосбора 8400 км<sup>2</sup>.

В питании рек участвуют талые воды сезонных и горных снегов, дождевые осадки, грунтовые воды. Преимущественным источником питания являются талые воды, на их долю приходится от 20 до 70 % годового стока (в среднем 45 %). Степень участия дождевых осадков в питании рек сильно колеблется год от года и в среднем составляет 22 %. Грунтовые воды обеспечивают довольно обильную водность в меженный период. Есть одна характерная особенность малых рек, впадающих в р. Чулышман в ее приустьевой части, – дождевые паводки по величине сопоставимы с величиной половодья, соответственно, доля дождевого питания более значительна.

По характеру водного режима р. Чулышман и ее притоки относятся к горным рекам с весенне-летним половодьем и паводками в теплое время года. Сток весной формируется за счет таяния снегов на водосборе, затем, с наступлением лета, к талым водам примешиваются дождевые осадки. Оканчивается половодье дождевым паводком, образованным осадками, выпадающими в это время года в горах обильно и продолжительно. В отдельные годы (например, в 1961 г.) дождевые осадки могут формировать максимальный годовой расход воды в реке. Гидрограф годового стока имеет гребенчатый вид с острыми пиками частых подъемов и спадов водности реки.

Основной фазой водного режима реки является весенне-летнее половодье, когда формируются максимальные расходы и наблюдаются наивысшие уровни воды. Начало весеннего подъема приходится на конец марта – начало апреля. Максимальная водность в реке наблюдается с апреля по вторую декаду мая. Наложение на талые воды дождевых осадков в начале лета еще более усложняет форму гидрографа. Продолжительность половодья изменяется от 21 до 82 дней, в среднем 53 дня.

В количественном выражении изменение водности реки в период половодий и паводков составляет значительную величину, что регулярно приводит к подтоплению территорий. В частности, в результате подъема уровня воды в р. Чулышман в конце мая 2006 и 2014 гг. оказались подтопленными более 80 домов в п. Балыкча Улаганского района. Вода поднималась выше уровня пола на 10–30 см. Кроме того, на участке автодороги Коо – Балыкча разрушены мосты, нанесен значительный ущерб хозяйству. Подтопление территорий наблюдается и в других населенных пунктах провинции.

Режим уровней р. Чулышман в период открытого русла в целом повторяет гидрограф стока. Резкие колебания уровня воды в зимний период обусловлены частичным перемерзанием реки.

После половодья на р. Чулышман устанавливается летне-осенняя межень. Устойчивость летне-осенней межени может нарушаться дождевыми паводками, которые наблюдаются в летние и осенние месяцы.

Зимняя межень на реке устанавливается в начале ноября и продолжается до апреля. Наименьшие расходы воды зимой наблюдаются, как правило, в конце периода.

Процесс замерзания представляет собой совокупность всех ледовых явлений, имеющих место на реках. Начало ледовых явлений в виде заберегов, шуги приходится в среднем на 2 ноября. Ледостав на реке устанавливается в среднем 19 ноября, устойчивый. Средняя продолжительность 168 дней. Максимальная толщина льда за период наблюдений составляет 125 см. Весной, в период ледохода, на р. Чулышман нередко фиксируются заторные явления.

Несколько населенных пунктов – села Улаган, Балыктуоль, Паспарта – подвержены негативному влиянию наледных процессов. В с. Улаган активность процессов высокая, в населенном пункте – три участка развития наледей, что связано с полным промерзанием русла р. Большой Улаган.

Береговая эрозия развита фрагментарно на участках поймы и террасы. Максимальный размыв приурочен к пику половодья.

По степени лавинной опасности значительная часть провинции относится к территориям с сильной лавинной опасностью, с густой сетью мощных лавин, которые сходят систематически с интервалом в 2–3 года.

**Укокско-Чуйская провинция** отличается от других провинций своеобразием ландшафтов и имеет больше сходства с соседними территориями Монголии, чем с другими провинциями Алтая. Подразделяется на три ППР: Джулукульский, Чуйско-Курайский и Укокский.

Орографическую основу провинции составляют хребты Чихачева, Сайлюгем и Курайский, высота которых 3200–3400 м, плоскогорье Укок, юго-восточная оконечность Чулышманского плоскогорья с Джулукульской впадиной, межгорные котловины Чуйская (1750–2300 м) и Курайская (1500–1700 м).

Климат провинции резко континентальный, характерны большие суточные и годовые перепады температур. Средняя температура января около –30 °С, средняя температура июля в котловинах Чуйская и Курайская – 13–14 °С, в Джулукульской – 8–9 °С, на плато Укок – 9–18 °С. В котловинах безморозный

период составляет 50–60 дней. На плато Укок и в Джулукульской впадине безморозный период отсутствует.

Годовое количество осадков 120–250 мм. Зимы малоснежные, поэтому распространены острова многолетней мерзлоты, что является показателем сурового и резко континентального климата монгольского типа.

На территории протекают две крупные реки, притоки р. Катунь: Чуя (320 км) и Аргут (232 км).

Формирование стока воды рек определяется наличием мощного современного оледенения хребтов Табын-Богдо-Ола, континентальностью климата и наличием мерзлоты. Среднегодовой расход воды составляет: для р. Аргут у п. Аргут – 92 м<sup>3</sup>/с; для р. Чуи на границе района – 42 м<sup>3</sup>/с. Более низкая удельная водоносность рек бассейна р. Чуи объясняется загороженностью хребтами Чуйской котловины от проникновения влагоносных ветров.

В питании рек принимают участие талые воды снегов и ледников, дождевые и грунтовые воды. Наибольших значений грунтовое питание достигает у рек со средней высотой водосбора от 600 до 2000 м, при больших высотах доля грунтового питания заметно уменьшается и на высокогорных участках достигает всего 9–10 % от годового. Исключение составляет р. Чуя в нижнем течении. Это объясняется тем, что Чуйская котловина, заполненная песчано-галечниковыми отложениями, является огромным аккумулятором грунтовых вод.

По характеру внутригодового режима расходов все реки Укокско-Чуйской провинции относятся к рекам с летним половодьем. Причем большая часть территории характеризуется отсутствием зимнего стока. Реки Чаганбургазы, Барбургазы, Юстыд, Тархата, Кокузек и их притоки – преимущественно снегового питания, перемерзающие с декабря по апрель. Реки плоскогорья Укок и р. Ирбисту и Чаганузун – преимущественно снегового (40 %) и ледникового (20 %) питания, перемерзающие с января по март. На реках бассейна р. Аргут в августе возможны паводки.

Правые притоки р. Чуя и р. Чуя в среднем течении характеризуются, как уже было отмечено, повышенным грунтовым питанием (около 30 %) и, соответственно, относительно высоким стоком зимой.

В условиях высокогорья, учитывая, что до 90 % годового стока приходится на летние месяцы, вполне естественны и предсказуемы резкие подъемы уровня воды и, как следствие, подтопление территории. Ситуация еще усугубляется в годы, когда совпадают несколько стокостимулирующих процессов. Так, например, майское наводнение 1985 г. поддерживалось таянием аномально большого количества

твердых атмосферных осадков, накопившихся в бассейнах большинства рек территории, а затем, спустя месяц, последовала волна высоких паводков, вызванных ливневыми осадками и таянием льда в горах. В 1969 г. при сравнительно небольшой величине снегозапасов наблюдались экстремально высокие значения расходов воды. Необычайно холодная зима и невысокий снежный покров привели к тому, что почва на водосборах оказалась глубоко промерзшей и образовала водонепроницаемый слой, благодаря чему коэффициент стока талых вод оказался близок к единице, кроме того, в этот период прошли интенсивные дожди. Ливневые дожди в сочетании с высокими температурами воздуха привели к интенсивному таянию снега и льда в горах и к июльскому наводнению 2005 г. В результате был разрушен подвесной мост через реку Аргут, деревянный мост через р. Ак-Алаха и повреждены еще два моста через р. Аргут и Карагем [19].

Термический и ледовый режим рек определяется ходом температуры воздуха, преобладающим питанием и степенью зарегулированности озерами. В связи с перемерзанием небольших рек до дна их долины покрываются наледями с толщиной льда 2–3 м. Наблюдаются наледи трех видов:

– плоские наледи занимают выровненные пространства. Они встречаются главным образом по долинам рек и ручьев и могут занимать по ширине все русло и даже выливаться на поймы, достигая в длину 1–10 км. Или же имеют вид пятен диаметром 2–5 м;

– ледяные бугры округлой формы с диаметром в основании до 50 м и высотой до 6–7 м;

– висячие наледи, образованные в районах водопадов.

В Чуйско-Курайском районе наблюдаются сели, которые обычно развиваются в пик половодья. Активность высокая, возможны чрезвычайные ситуации. В зоне поражения есть жилые усадьбы, мост и дорога на с. Кызыл-Таш.

Береговая эрозия развита фрагментарно в излучинах рек. Активизация происходит в пик половодья. Степень активности высокая и средняя. Размыв обусловлен либо перестройкой русел, либо влиянием мощных наледей.

Следующие этапы исследования предполагали балльную оценку степени опасности выделенных процессов и определение показателя напряженности гидроэкологической ситуации (табл. 3). Как уже было отмечено, повторяемость опасных явлений более 50 % на большинстве участков рек территории соответствует степени опасности, равной 4 баллам, при отсутствии таковых – 0 баллов. Расчет напряженности проводился исходя из степени опасности следующих гидрологических явлений: высокие уровни воды (подтопление территории), низкий уровень во-

ды (низкая межень), заторы, зажоры, наледи, сели, лавины и размыв берегов. Выражается в процентах от максимально возможной напряженности – 28 баллов.

На основе расчетов проведена типология природно-рекреационных районов по уровню напря-

женности гидроэкологической ситуации (рис. 3). В основу положена следующая шкала: 0–20 % – ситуация благоприятная, 21–40 – удовлетворительная, 41–60 – напряженная, 61–80 – критическая, 81–100 % – ситуация катастрофическая.

Таблица 3

Степень опасности гидрологических явлений, баллы, и уровень напряженности гидроэкологической ситуации / Degree of danger of hydrological phenomena (points) and level of tension of the hydroecological situation

ПРР	Степень опасности гидрологического явления, балл							Напряженность гидроэкологической ситуации, %
	Высокий уровень воды	Низкий уровень воды (низкая межень)	Заторы, зажоры	Наледные явления	Сель	Лавина	Размыв берегов	
Чарышско-Башцелакская провинция								
Тигирекский	2	1	1	2	1	3	2	42,9
Башцелакский	3	2	3	2	1	1	3	53,6
Коксуйско-Коргонский	1	1	2	2	1	4	1	46,4
Катунско-Теректинская провинция								
Теректинский	2	1	1	4	1	1	2	42,9
Катунский	3	1	3	1	1	4	3	57,1
Семинский	2	1	1	4	2	2	2	50,0
Тонгошский	2	1	2	1	2	2	2	42,9
Уймонский	2	1	1	0	0	0	2	21,4
Северо-Южно-Чуйский	3	1	2	3	1	4	3	60,7
Чулышманская провинция								
Улаганский	2	1	1	4	1	3	2	50,0
Чулышманский	3	1	3	2	1	2	2	53,6
Укокско-Чуйская провинция								
Чуйско-Курайский	2	2	2	4	2	1	2	53,6
Джулукульский	2	1	1	3	1	1	1	35,7
Укокский	2	1	1	3	0	1	1	32,1



Рис. 3. Уровень напряженности гидроэкологической ситуации ПРР / Fig. 3. The level of the hydroecological situation of the nature-recreational area

Большая часть территории, к сожалению, характеризуется напряженной гидроэкологической ситуацией. Только в трех районах – Уймонском, Укоксском и Джулукульском – ситуация более благоприятная и может быть охарактеризована как удовлетворительная. Один район Катунско-Теректинской провинции – Северо-Южно-Чуйский – вызывает наибольшие опасения: уровень напряженности гидроэкологической ситуации – критический.

Заключительный этап нашего исследования – выявление территорий повышенного риска для рекреантов путем сопоставления привлекательности

водных ресурсов ПРР с уровнем напряженности гидроэкологической ситуации (рис. 4).

В самых привлекательных по водным ресурсам районах гидроэкологическая напряженность достигает критического и напряженного уровня. Зато на остальной территории региона благоприятный уровень напряженности совпадает с рекреационной привлекательностью водных объектов. Следовательно, на большей части российской территории трансграничного Алтая водные ресурсы благоприятны и не несут риска для водного и околородного туризма.



Рис. 4. Рекреационная привлекательность и гидроэкологическая напряженность районов /  
 Fig. 4. Recreational attractiveness and hydroecological tension of the districts

### Выводы

Российская часть трансграничного Алтая обладает богатейшими водными ресурсами, что обусловлено комплексом физико-географических условий. И, как следствие, весь исследуемый регион (14 ПРР) характеризуется достаточной для развития рекреации степенью привлекательности водных объектов.

Оценка ПРР по степени привлекательности водных ресурсов позволила выявить наиболее значимые – это Катунский, Северо-Южно-Чуйский и Джулукульский, расположенные соответственно в Катунско-Теректинской и Чулышманской физико-географических провинциях. В следующую по значимости группу вошли Теректинский, Тونغошский, Чулышманский и Укоксский районы. Остальные

районы территории классифицируются как относительно привлекательные. Таким образом, водные объекты большей части ПРР способны привлечь интерес рекреантов, однако природные условия среднегорья и высокогорья таковы, что риск возникновения опасных и неблагоприятных явлений и процессов достаточно высок.

Проведенная балльная оценка специфики и повторяемости опасных явлений позволяет сделать вывод о том, что в 10 из 14 ПРР отмечается напряженная гидроэкологическая ситуация. Только в трех районах: Уймонском, Укоксском и Джулукульском ситуация более благоприятная и может быть охарактеризована как удовлетворительная. Один район Катунско-Теректинской провинции – Северо-Южно-Чуйский – вызывает наибольшие опасения: уровень напряженности гидроэкологической ситуации – критический.

Сопоставление показателей привлекательности водных ресурсов ПРР и уровня напряженности гидроэкологической ситуации показало, что в самых привлекательных по водным ресурсам районах гидроэкологическая напряженность достигает критического и напряженного уровня. Особого внимания заслуживает Северо-Южно-Чуйский ПРР, так как это один из наиболее привлекательных для рекреантов районов, с критическим уровнем гидроэкологической ситуации. Необходим комплекс мер разной направленности с целью обеспечить должный уровень безопасности людей.

На остальной территории региона благоприятный уровень напряженности совпадает с рекреационной привлекательностью водных объектов. Следовательно, на большей части российской территории трансграничного Алтая водные ресурсы благоприятны и не несут риска для водного и околородного туризма.

Естественные изменения гидрологического режима рек приводят к возникновению рисков их негативного воздействия на население и объекты рекреации. В последние десятилетия происходит нарастание экстремальности изменений характерных расходов и уровней воды, русловых процессов, ледовых явлений, нередко локальные и бассейновые проблемы изменения качества воды. Риск наводнений и иного негативного воздействия вод может усилиться в новых климатических и хозяйственных условиях.

#### Литература

1. Фролова Н.Л. Гидроэкологическая безопасность водопользования : автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. М., 2012. 42 с.
2. Alekseevskiy N., Frolova N.L., Zhuk V.A. Predicting floods and their effects in the northern European part of Russia // Environmental change and rational water use. Buenos Aires, 2007. P. 341–352
3. De Michele C., Salvadori G., Canossi M., Petaccia A., Rosso R. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway // J. of Hydrologic Engineering. 2005. Vol. 10, № 1. С. 50–57.
4. Lavers D.A., Allan R.P., Wood E., Vilarim G., Braushaw D., Wade A. Winter floods in Britain are connected to atmospheric rivers // Geophysical Research Letters. 2011. Vol. 38, № 23.
5. Schulz M., Büttner O., Baborowski M., Böhme M., Matthies M., Tümpling W. A dynamic model to simulate arsenic, lead, and mercury contamination in the terrestrial environment during extreme floods of rivers // CLEAN–Soil, Air, Water. 2009. Vol. 37, № 3. P. 209–217.
6. Sukhova M., Zhuravleva O., Karanin A., Kocheeva N., Minaev A., Nikolchenko Yu. Identification of ecosystem services of Northern Altai in the context of

climate change // Geografija v šoli. 2016. URL: <http://www.zrss.si/zalozba/revije/geografija-v-soli/> (дата обращения: 22.02.2017).

7. Harms E.O., Sukhova M.G., Kocheeva N.A., Minaev A.I., Karanin A.V. On the concept of sustainable recreational use of natural resources of cross-border areas of Altai // J. of Environmental Management & Tourism. 2016. Vol. 7, № 2 (14). P. 313–316.

8. Sukhova M.G., Harms E.O., Babin V.G., Zhuravleva O.W., Karanin A.V. Functional Zoning as an Instrument for Sustainable Development of Tourism of Great Altai // Int. J. of Environmental & Science Education. 2016. Vol. 11, № 15. P. 7506–7514.

9. Гармс Е.О. Оптимизация рекреационного природопользования в Алтайском трансграничном горном регионе : автореф. дис. ... канд. геогр. наук. Барнаул, 2016. 20 с.

10. Атлас Алтайского края. М.; Барнаул: Изд-во ГУГК, 1978. Т. 1. 222 с.

11. Завадский А.С., Морозова Е.А. Оценка опасных проявлений гидрологических и русловых процессов на участках горного и полугорного русла (на примере реки Катунь) // Современные проблемы эрозийных, русловых и устьевых процессов. Архангельск, 2016. С. 106–107.

12. Кадастр лавин СССР. Сибирь и Дальний Восток. Т. 15–20. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 181 с.

13. Каталог заторных и зазорных участков рек СССР. Л.: Гидрометеиздат, 1976. Т. 2. 288 с.

14. Основные гидрологические характеристики. Т. 15, вып. 1: Верхняя и Средняя Обь. Л.: Гидрометеиздат, 1979.

15. Ревякин В.С., Кравцова В.И. Снежный покров и лавины Алтая. Томск: Изд-во ТГУ, 1977. 214 с.

16. Ресурсы поверхностных вод СССР. Основные гидрологические характеристики. Т. 15: Алтай и Западная Сибирь. Л.: Гидрометеиздат, 1962. 462 с.

17. Ротанова И.Н., Ловцкая О.В., Ведухина В.Г., Цимбалей Ю.М. Картографическое моделирование для обеспечения гидроэкологической безопасности в Обском бассейне // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2010. № 2. С. 85–88.

18. Справочник по опасным природным явлениям в республиках, краях и областях Российской Федерации / под ред. К.Ш. Хайруллина. СПб.: Гидрометеиздат, 1997. 587 с.

19. Сухова М.Г., Кочеева Н.А., Журавлева О.В., Бакулин А.А., Никольченко Ю.Н. Причины возникновения экстремальных гидрологических ситуаций на реках Республики Алтай // Геология, география и глобальная энергия. 2015. № 4 (59). С. 48–59.

20. Главное управление МЧС России по Республике Алтай. URL: [http://04.mchs.gov.ru/glavnoe\\_upravlenie/operationalpage/digest](http://04.mchs.gov.ru/glavnoe_upravlenie/operationalpage/digest) (дата обращения: 06.07.2017).

21. Чураков Д.С., Дорощенков О.П., Игнатович А.И. Водные ресурсы и состояние водоохранных зон бассейна р. Чарыша // Экологические проблемы использования водных и земельных ресурсов на юге Западной Сибири. Барнаул, 1997. С. 26–50.



## References

1. Frolova N.L. *Gidroekologicheskaya bezopasnost' vodopol'zovaniya: avtoref. dis. ... d-ra geogr. nauk* [Hydroecological safety of water use]. Moscow, 2012, 42 p.
2. Alekseevskiy N., Frolova N.L., Zhuk V.A. Predicting floods and their effects in the northern European part of Russia. *Environmental change and rational water use*. Buenos Aires, 2007, pp. 341-352.
3. De Michele C., Salvadori G., Canossi M., Petaccia A., Rosso R. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. *J. of Hydrologic Engineering*. 2005, vol. 10, No. 1, pp. 50-57.
4. Lavers D.A., Allan R.P., Wood E., Vilarim G., Braushaw D., Wade A. Winter floods in Britain are connected to atmospheric rivers. *Geophysical Research Letters*. 2011, vol. 38, No. 23.
5. Schulz M., Büttner O., Baborowski M., Böhme M., Matthies M., Tümpling W. A dynamic model to simulate arsenic, lead, and mercury contamination in the terrestrial environment during extreme floods of rivers. *CLEAN - Soil, Air, Water*. 2009, vol. 37, No. 3, pp. 209-217.
6. Sukhova M., Zhuravleva O., Karanin A., Kocheeva N., Minaev A., Nikolchenko Yu. Identification of ecosystem services of Northern Altai in the context of climate change. *Geografija v šoli*. 2016. Available at: <http://www.zrss.si/zalozba/revije/geografija-v-soli/> (accessed 22.02.2017).
7. Harms E.O., Sukhova M.G., Kocheeva N.A., Minaev A.I., Karanin A.V. On the concept of sustainable recreational use of natural resources of cross-border areas of Altai. *J. of Environmental Management & Tourism*. 2016, vol. 7, No. 2 (14), pp. 313-316.
8. Sukhova M.G., Harms E.O., Babin V.G., Zhuravleva O.W., Karanin A.V. Functional Zoning as an Instrument for Sustainable Development of Tourism of Great Altai. *Int. J. of Environmental & Science Education*. 2016, vol. 11, No. 15, pp. 7506-7514.
9. Garms E.O. *Optimizatsiya rekreatsionnogo prirodopol'zovaniya v Altaiskom transgranichnom gornom regione : avtoref. dis. ... kand. geogr. nauk* [Optimization of recreational wildlife management in the Altai transboundary mountainous region]. Barnaul, 2016, 20 p.
10. *Atlas Altaiskogo kraja* [Atlas of the Altai Territory]. Moscow; Barnaul: Izd-vo GUGK, 1978, vol. 1, 222 p.
11. Zavadskii A.S., Morozova E.A. [Assessment of dangerous manifestations of hydrological and channel processes on the sections of the mountainous and semi-mountainous channel (the example of the Katun River)]. *Sovremennye problemy erozionnykh, ruslovykh i ust'evykh protsessov* [Current problems of erosion, channel and wellhead processes]. Arkhangelsk, 2016, pp. 106-107.
12. *Kadastr lavin SSSR. Sibir' i Dal'nii Vostok* [Cadastre of avalanches of the USSR. Siberia and the Far East]. Vol. 15-20. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1986, 181 p.
13. *Katalog zatornykh i zazhornykh uchastkov rek SSSR* [Catalog of mash and congestion sections of the USSR]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1976, vol. 2, 288 p.
14. *Osnovnye gidrologicheskie kharakteristiki* [Main hydrological characteristics]. Vol. 15, Iss. 1: Upper and Middle Ob. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1979.
15. Revyakin B.C., Kravtsova V.I. *Snezhnyi pokrov i laviny Altaya* [Snow cover and avalanches of Altai]. Tomsk: Izd-vo TGU, 1977, 214 p.
16. *Resursy poverkhnostnykh vod SSSR. Osnovnye gidrologicheskie kharakteristiki* [Resources of surface waters of the USSR. Basic hydrological characteristics]. Vol. 15: Altai and Western Siberia. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1962, 462 p.
17. Rotanova I.N., Lovtskaya O.V., Vedukhina V.G., Tsimbalei Yu.M. Kartograficheskoe modelirovanie dlya obespecheniya gidroekologicheskoi bezopasnosti v Obskom basseine [Cartographic modeling for providing hydroecological safety in the Ob basin]. *Interesno Geo-Sibir'*. 2010, No. 2, pp. 85-88.
18. *Spravochnik po opasnym prirodnykh yavleniyam v respublikakh, krayakh i oblastyakh Rossiiskoi Federatsii* [Handbook on hazardous natural phenomena in the republics, territories and regions of the Russian Federation]. Ed. K.Sh. Khairullin. Saint Petersburg: Gidrometeoizdat, 1997, 587 p.
19. Sukhova M.G., Kocheeva N.A., Zhuravleva O.V., Bakulin A.A., Nikolchenko Yu.N. Prichiny vozniknoveniya ekstremal'nykh gidrologicheskikh situatsii na rekakh Respubliki Altai [The causes of extreme hydrological situations on the rivers of the Altai Republic]. *Geologiya, geografiya i global'naya energiya*. 2015, No. 4 (59), pp. 48-59.
20. *Glavnoe upravlenie MChS Rossii po Respublike Altai* [Main Directorate of the Ministry of Emergency Situations of Russia in the Altai Republic]. Available at: [http://04.mchs.gov.ru/glavnoe\\_upravlenie/operational-page/digest](http://04.mchs.gov.ru/glavnoe_upravlenie/operational-page/digest) (accessed 06.07.2017).
21. Churakov D.S., Doroshchenkov O.P., Ignatovich A.I. [Water resources and condition of water protection zones in the basin of the river Charysh]. *Ekologicheskie problemy ispol'zovaniya vodnykh i zemel'nykh resursov na yuge Zapadnoi Sibiri* [Ecological problems of water and land resources use in the south of Western Siberia]. Barnaul, 1997, pp. 26-50.

УДК 551.594

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-88-95

## ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОДНОГО СЛОЯ В ПРИЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

© 2018 г. А.Г. Клово<sup>1</sup>, Г.В. Куповых<sup>1</sup>, С.С. Свидельский<sup>1</sup>, Н.Е. Скляр<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Таганрог, Россия

## STUDIES OF THE STRUCTURE OF THE ELECTRODE LAYER TO THE SURFACE ATMOSPHERE

A.G. Klovo<sup>1</sup>, G.V. Kupovykh<sup>1</sup>, S.S. Svidelsky<sup>1</sup>, N.E. Sklyarov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Taganrog, Russia

Клово Александр Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: klovo\_ag@mail.ru

Aleksandr G. Klovo - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovsky Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: klovo\_ag@mail.ru

Куповых Геннадий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Gennady V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovsky Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Свидельский Сергей Сергеевич – аспирант, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия e-mail: dr.leavesea@yahoo.com

Sergei S. Svidelsky - Postgraduate, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovsky Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: dr.leavesea@yahoo.com

Скляр Николай Евгеньевич – магистрант, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: k.sklyarov712@yandex.ru

Nikolay E. Sklyarov - Master Student, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovsky Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: k.sklyarov712@yandex.ru

Приведены результаты теоретических исследований формирования структуры электродного слоя в приземной атмосфере, свободной от аэрозоля. Рассмотрена электродинамическая модель горизонтально-однородного свободного от аэрозоля приземного слоя, состоящая из ионизационно-рекомбинационных уравнений для положительных и отрицательных легких ионов (аэроионов) и уравнения Пуассона. Получены аналитические выражения для стационарных распределений концентраций аэроионов, электрического поля и плотности электрического заряда в приближении классического и турбулентного электродного эффекта. Коэффициент турбулентной диффузии задавался в виде линейной функции, что соответствует условиям нейтральной стратификации в атмосфере. Установлено, что высота классического электродного слоя в свободной от аэрозоля атмосфере составляет около 10 м, а его структура в основном определяется электрическим полем. При усилении электрического поля высота электродного слоя и, следовательно, масштаб распределения электрических величин увеличиваются. Объемный электрический заряд положителен, значения плотности заряда уменьшаются с усилением электрического поля. При переходе к турбулентному режиму в приземной атмосфере высота электродного слоя увеличивается и достигает нескольких десятков метров. Высота турбулентного электродного слоя определяется как электрическим полем, так и степенью турбулентного перемешивания. Повышение коэффициента турбулентной диффузии приводит к увеличению

высоты электродного слоя, и, как следствие этого, профили положительных и отрицательных аэроионов становятся близкими. Как и в классическом электродном слое, объемный заряд положителен, но масштаб его распределения увеличивается, а значения его плотности уменьшаются. Электрическое поле, генерируемое объемным зарядом в приземном слое, по величине сопоставимо с внешним полем. Усиление внешнего электрического поля ослабляет влияние турбулентности. Плотность объемного заряда увеличивается, а распределения электрических характеристик становятся похожими на классический электродный слой.

**Ключевые слова:** электродный слой, электродный эффект, атмосфера, приземный слой, аэроионы, электрическое поле, объемный заряд, турбулентная диффузия, электродинамика, моделирование.

*The results of theoretical studies of the formation of the electrode layer structure in a surface atmosphere free of aerosol are presented. An electrodynamic model of a horizontally homogeneous surface-free aerosol layer consisting of ionization-recombination equations for positive and negative light ions (aeroions) and the Poisson equation is considered. Analytic expressions are obtained for stationary distributions of the concentrations of aeroions, electric field and electric charge density in the approximations of the classical and turbulent electrode effect. The coefficient of turbulent diffusion was specified as a linear function, which corresponds to the conditions of neutral stratification in the atmosphere. It is established that the height of the classical electrode layer in an aerosol-free atmosphere is about 10 m, and its structure is mainly determined by the electric field. When the electric field is amplified, the height of the electrode layer and, consequently, the scale of the distribution of electrical quantities increases. The volume electric charge is positive, the charge density decreases with the electric field amplification. In the transition to a turbulent regime in the surface atmosphere electrode layer height increases and reaches several tens of meters. The height of the turbulent electrode layer is determined by both the electric field and the degree of turbulent mixing. An increase in the values of the coefficient of turbulent diffusion leads to an increase in the height of the electrode layer, and as a result, the profiles of the positive and negative aeroions become close. As in the classical electrode layer, the space charge is positive, but the scale of its distribution increases, and its density decreases. The electric field generated by the space charge in the surface layer is comparable in magnitude to the external field. The amplification of the external electric field weakens the effects of turbulence. The density of the space charge increases, and the distribution of electrical characteristics becomes similar to the classical electrode layer.*

**Keywords:** electrode layer, electrode effect, atmosphere, surface layer, air ions, electric field, space charge, turbulent diffusion, electrostatics, modeling.

Основой для математического моделирования электродинамических процессов в приземной атмосфере является теория электродного эффекта [1–4]. В условиях чистой атмосферы электродный эффект является причиной возникновения электрического объемного заряда в атмосфере вблизи ее поверхности. В зависимости от метеорологических условий в приземной атмосфере имеют место два крайних случая: классический и турбулентный электродный эффект [5–7]. Первый имеет место при отсутствии или слабом турбулентном перемешивании в атмосфере, т.е. пространственно-временное распределение легких (аэроионов) и тяжелых ионов (образующихся за счет взаимодействия с аэрозольными частицами) в приземном слое обусловлено только электрическим полем и ионизацией воздуха. Во втором случае предполагается, что перенос ионов в атмосфере осуществляется преимущественно турбулентными потоками воздуха. Совокупность таких факторов, как турбулентные процессы обмена, радиоактивность воздуха, наличие аэрозольных частиц, оказывает влияние на электрические процессы в приземной атмосфере и приводит к формированию так называемого электродного слоя вблизи поверхности земли [2].

Для горизонтально-однородного свободного от аэрозоля турбулентного приземного слоя система уравнений имеет вид [2, 4]

$$\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z}(b_{1,2} \cdot n_{1,2} E) - \frac{\partial}{\partial z}(D_T(z,t) \frac{\partial n_{1,2}}{\partial z}) = q - \alpha n_1 n_2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_1 - n_2),$$

где  $n_{1,2}$  – объемная концентрация положительных и отрицательных легких ионов;  $b_{1,2}$  – их подвижности;  $E$  – напряженность электрического поля;  $q$  – скорость ионообразования;  $D_T(z,t)$  – коэффициент турбулентной диффузии;  $\alpha$  – коэффициент рекомбинации;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $e$  – элементарный заряд.

Преобразуем систему (1) к безразмерному виду, при этом для коэффициента турбулентной диффузии используем представление [7] в виде линейной функции  $D_T(z,t) = D_1 z$ , что соответствует условиям нейтральной стратификации в атмосфере:

$$t' = \frac{t}{T}, z' = \frac{z}{l_1}, n'_{1,2} = \frac{n_{1,2}}{n_\infty}, E' = \frac{E}{E_\infty}, \quad (2)$$

$$n_\infty = \sqrt{\frac{q_\infty}{\alpha}}, l_1 = D_1 \tau, \tau = (q_\infty \alpha)^{-\frac{1}{2}}.$$

С учетом (2) из (1) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{T} \cdot \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \cdot \left( z' \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z} \right) \pm \\ \pm \xi_{1,2} \cdot \frac{\partial}{\partial z'} \cdot (n'_{1,2} E') = \frac{q(z')}{q_\infty} - n'_1, n'_2; \\ \frac{\partial E'}{\partial z'} = \gamma \cdot (n'_1 - n'_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\xi_{1,2} = |b_{1,2}| \cdot E_\infty \cdot \tau / l_1$ ,  $\gamma = \frac{e \cdot l_1 n_\infty}{\epsilon_0 E_\infty}$  – безразмерные параметры.

Характерная длительность атмосферных метеорологических процессов (Т) составляет несколько часов. Время электрической релаксации можно оценить как  $\tau = 250$  с (для  $q_\infty = 10^7$  м<sup>3</sup>с<sup>-1</sup> и  $a = 1,6 \cdot 10^{-12}$  м<sup>3</sup>с<sup>-1</sup>). Таким образом,  $\tau \ll \hat{O}$ , т.е. для исследования параметров электродного слоя можно использовать стационарное приближение системы (1).

Когда параметр  $\xi_{1,2} \geq 1$ , имеет место классический электродный эффект, а в случае  $\xi_{1,2} < 1$  – турбулентный электродный эффект в приземной атмосфере [1, 2]. В зависимости от этого меняются электрические характеристики вблизи поверхности земли, которая играет роль электрода.

Рассмотрим случай, когда  $|\gamma| \ll 1$  и электрическое поле, возникающее благодаря объемному заряду в электродном слое, можно не принимать в расчет, т.е. в ионизационно-рекомбинационных уравнениях примем  $\dot{A} = const$ . Скорость ионообра-

зования также будем считать постоянной, т.е. положим  $q = const$ .

**Классический электродный слой.** Как следует из теории электродного эффекта [2], в нетурбулентном приземном слое профиль концентрации положительных аэроионов практически не зависит от высоты. Тогда, с учетом сделанных допущений, рассмотрим уравнение только для концентрации отрицательных аэроионов с соответствующим граничным условием

$$\begin{aligned} -b_2 E \frac{dn_2}{dz} = q - \alpha n_1 n_2, \\ n_2(z=0) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решением (4) является выражение, описывающее распределение отрицательных аэроионов по высоте:

$$n_2(z) = \frac{q}{\alpha n_1} \cdot \left( 1 - \exp\left(\frac{\alpha n_1 z}{b_2 E}\right) \right). \quad (5)$$

На рис. 1 построены профили концентрации отрицательных аэроионов ( $n_2$ ) в слое высотой 10 м при разных значениях напряженности электрического поля ( $E_0$ ) и скорости ионообразования, равной  $q = 7 \cdot 10^6$  м<sup>3</sup>с<sup>-1</sup>. Значения параметров модели следующие:  $n_1 = 2,1 \cdot 10^9$  м<sup>-3</sup>,  $b_2 = 1,4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>В<sup>-1</sup>с<sup>-1</sup>,  $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-12}$  м<sup>3</sup>с<sup>-1</sup>. Асимптотическое значение  $n_2$  на верхней границе электродного слоя оказалось равным  $n_\infty \approx 2,1 \cdot 10^9$  м<sup>-3</sup>, что хорошо согласуется с теорией электродного эффекта [2].

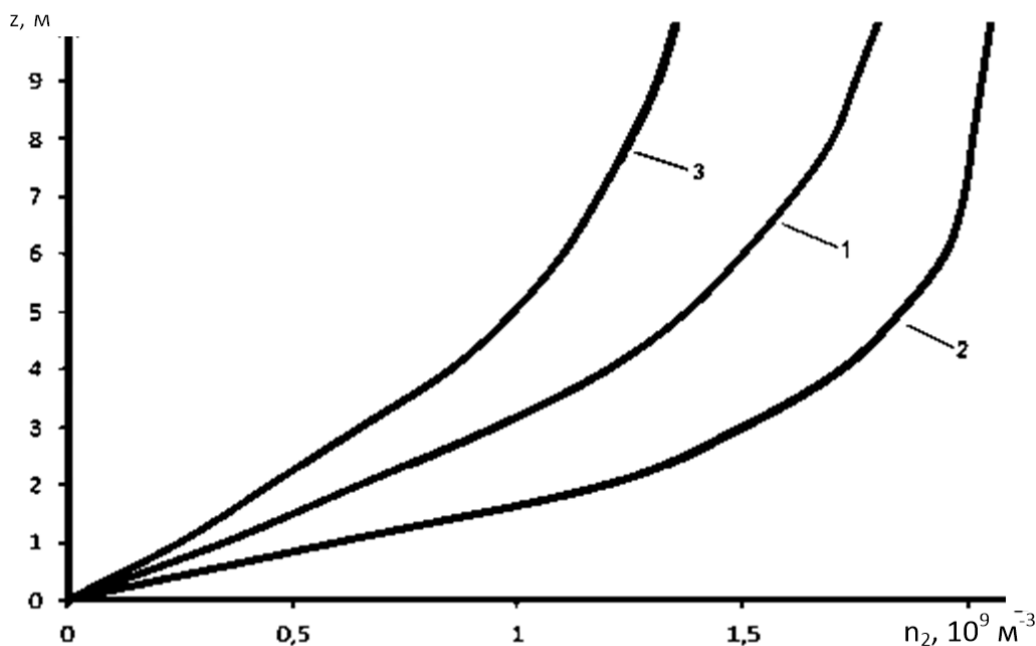


Рис. 1. Профили концентраций отрицательных легких ионов ( $n_2$ ) при различных значениях электрического поля (при  $E_0 = -50$  В/м,  $-100$  В/м,  $-200$  В/м – кривые 1–3 соответственно) / Fig. 1. The profiles of the concentrations of negative light ions ( $n_2$ ) at different values of the electric field (at  $E_0 = -50$  V/m,  $-100$  V/m,  $-200$  V/m - curves 1-3, respectively)

Профиль плотности электрического заряда в электродном слое может быть рассчитан по формуле

$$\rho(z) = e(n_1(z) - n_2(z)). \quad (6)$$

На рис. 2 приведены профили плотности объемного электрического заряда  $\rho$  в слое высотой 10 м для различных значений  $E_0$ .

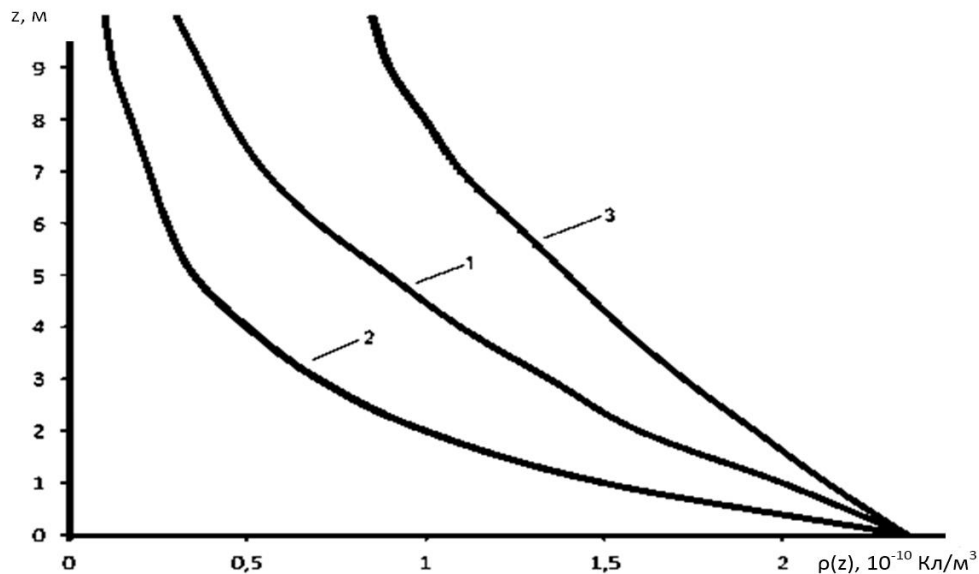


Рис. 2. Профиль плотности ( $\rho$ ) объемного заряда при различных значениях электрического поля (при  $E_0 = -50$  В/м,  $-100$  В/м,  $-200$  В/м – кривые 1–3 соответственно) / Fig. 2. The density profile ( $\rho$ ) of the space charge at different values of the electric field (at  $E_0 = -50$  V/m,  $-100$  V/m,  $-200$  V/m - curves 1-3, respectively)

Напряженность электрического поля, создаваемого объемным зарядом, можно рассчитать, используя второе уравнение системы (1), по формуле

$$E(z) = E_0 - \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{z_\infty} (n_1(z) - n_2(z)) dz, \quad (7)$$

где  $E_0$  – значение электрического поля на поверхности земли (при  $z=0$ ). На рис. 3 представлены профили электрического поля  $E$  в слое высотой 10 м при различных начальных условиях. Значение электродного эффекта во всем слое составило  $E_0/E_\infty \approx 2,2$  для всех рассмотренных случаев.

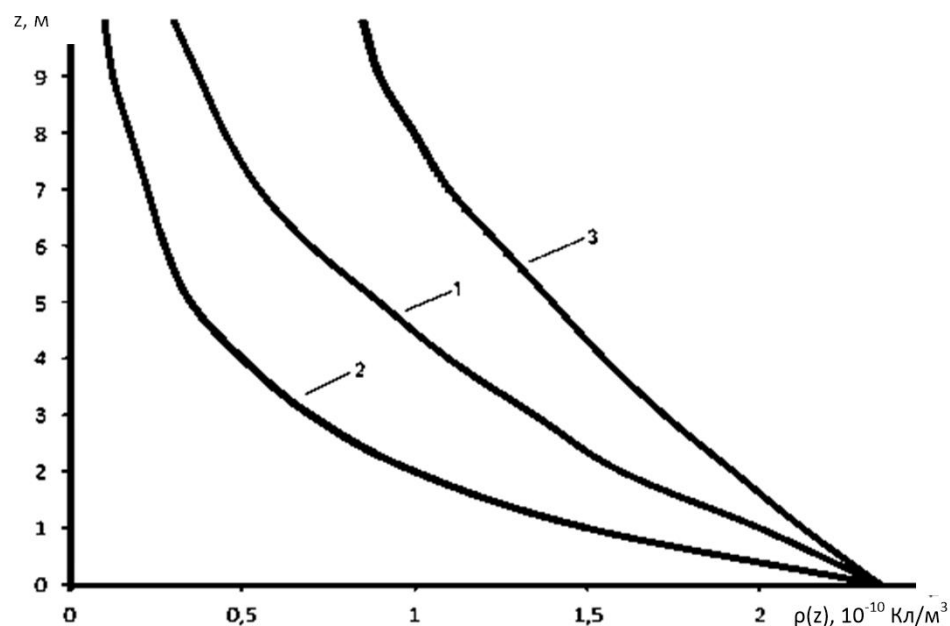


Рис. 3. Профили напряженности  $E$  электрического поля (при  $E_0 = -50$  В/м,  $-100$  В/м,  $-200$  В/м – кривые 1–3 соответственно) / Fig. 3. The profiles of the strength  $E$  of the electric field (at  $E_0 = -50$  V/m,  $-100$  V/m,  $-200$  V/m - curves 1-3, respectively)

**Турбулентный электродный слой.** Итак, когда  $|\gamma| \ll 1$ , то в уравнениях системы (1) можно принять  $\dot{A} = E_0 = const$ . Для получения аналитического решения стационарного варианта системы (1) предположим также, что  $D_T(z, t) = D_0 = const$ , что соответствует устойчивой стратификации приземного слоя [8], и  $q = const$ . Кроме того, линеаризуем правые части уравнений, положив в первом уравнении  $n_2 = n_\infty$ , а во втором  $-n_1 = n_\infty$ . Тогда уравнения (1) можно переписать в виде

$$\pm b_{1,2} E \frac{dn_{1,2}}{dz} - D_0 \frac{d^2 n_{1,2}}{dz^2} = q - \alpha n_\infty n_{1,2} \quad (8)$$

с граничными условиями:

$$n_{1,2}(z = z_0) = 0, \quad n_{1,2}(z = z_\infty) = \sqrt{\frac{q_\infty}{\alpha}} = n_\infty, \quad (9)$$

где  $z_0$  – параметр шероховатости земной поверхности;  $z_\infty$  – верхняя граница электродного слоя.

Аналитическими решениями уравнений (8) являются следующие выражения:

– для положительных аэроионов

$$n_1(z) = \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{11}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{12}} - e^{z_0 \cdot (k_{12} - k_{11}) + z_\infty k_{11}})} \times \left( e^{z k_{12}} - e^{z_0 \cdot (k_{12} - k_{11}) + z k_{11}} + \frac{q}{\alpha n_\infty} (1 - e^{k_{11}(z - z_0)}) \right), \quad (10)$$

$$\text{где } k_{11} = \frac{b_1 E + \sqrt{(b_1 E)^2 + 4 D_0 \alpha n_\infty}}{2 D_0},$$

$$k_{12} = \frac{b_1 E - \sqrt{(b_1 E)^2 + 4 D_0 \alpha n_\infty}}{2 D_0};$$

– для отрицательных аэроионов

$$n_2(z) = \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{21}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{22}} - e^{z_0 \cdot (k_{22} - k_{21}) + z_\infty k_{21}})} \times \left( e^{z k_{22}} - e^{z_0 \cdot (k_{22} - k_{21}) + z k_{21}} + \frac{q}{\alpha n_\infty} (1 - e^{k_{21}(z - z_0)}) \right), \quad (11)$$

$$\text{где } k_{21} = \frac{-b_2 E + \sqrt{(b_2 E)^2 + 4 D_0 \alpha n_\infty}}{2 D_0},$$

$$k_{22} = \frac{-b_2 E - \sqrt{(b_2 E)^2 + 4 D_0 \alpha n_\infty}}{2 D_0}.$$

Плотность электрического заряда рассчитывается по формуле (6). Подставляя выражения (10) и (11) получим

$$\rho(z) = e \left( \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{11}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{12}} - e^{z_0 \cdot (k_{12} - k_{11}) + z_\infty k_{11}})} \times \right.$$

$$\left. \times \left( e^{z k_{12}} - e^{z_0 \cdot (k_{12} - k_{11}) + z k_{11}} \right) - \frac{q}{\alpha n_\infty} (1 - e^{k_{11}(z - z_0)}) - \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{21}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{22}} - e^{z_0 \cdot (k_{22} - k_{21}) + z_\infty k_{21}})} \times \right. \\ \left. \times \left( e^{z k_{22}} - e^{z_0 \cdot (k_{22} - k_{21}) + z k_{21}} \right) + \frac{q}{\alpha n_\infty} (1 - e^{k_{21}(z - z_0)}) \right). \quad (12)$$

Как следует из формулы (7), напряженность электрического поля, создаваемого объемным зарядом с плотностью  $\rho$ , можно рассчитать как

$$E_\rho = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{z_0}^{z_\infty} \rho(z) dz. \quad (13)$$

Тогда, с учетом (12), получаем

$$E_\rho = \frac{e}{\epsilon_0} \left\{ \frac{A}{k_{12}} (e^{z k_{12}} - 1) - \frac{(e^{z k_{11}} - 1)}{k_{11}} \times \right. \\ \left. \times \left( A e^{z_0 (k_{12} - k_{11})} + \frac{q}{\alpha n_\infty e^{z_0 k_{11}}} \right) - \frac{B}{k_{22}} (e^{z k_{22}} - 1) + \frac{(e^{z k_{21}} - 1)}{k_{21}} \times \right. \\ \left. \times \left( B e^{z_0 (k_{22} - k_{21})} + \frac{q}{\alpha n_\infty e^{z_0 k_{21}}} \right) \right\}, \quad (14)$$

$$\text{где } A = \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{11}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{12}} - e^{z_0 \cdot (k_{12} - k_{11}) + z_\infty k_{11}})},$$

$$B = \frac{\alpha n_\infty^2 + q(e^{k_{21}(z_\infty - z_0)} - 1)}{\alpha n_\infty (e^{z_\infty k_{22}} - e^{z_0 \cdot (k_{22} - k_{21}) + z_\infty k_{21}})}.$$

На рис. 4–6 представлены профили аэроионов  $n_{1,2}$  в безразмерном виде в соответствии с формулами (2), а также профили безразмерной плотности заряда  $\rho'$  для различных значений коэффициента турбулентной диффузии  $D_0 = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_0 = 0,1 \text{ м}^2/\text{с}$  и напряженности электрического поля:  $E = -100 \text{ В/м}$ ,  $E = -50 \text{ В/м}$ . Высота электродного слоя во всех случаях равна  $z_\infty = 4 \cdot l_0$ ,  $l_0 = (D_0 \cdot \tau)^{1/2}$ .

Значения параметров турбулентного электродного слоя (максимальные значения плотности объемного заряда  $\rho_{\max}$  и высоты  $z_{\max}$  появления максимума, напряженности  $E_\rho$  электрического поля, генерируемого объемным зарядом) в зависимости от значений параметров моделирования представлены в таблице.

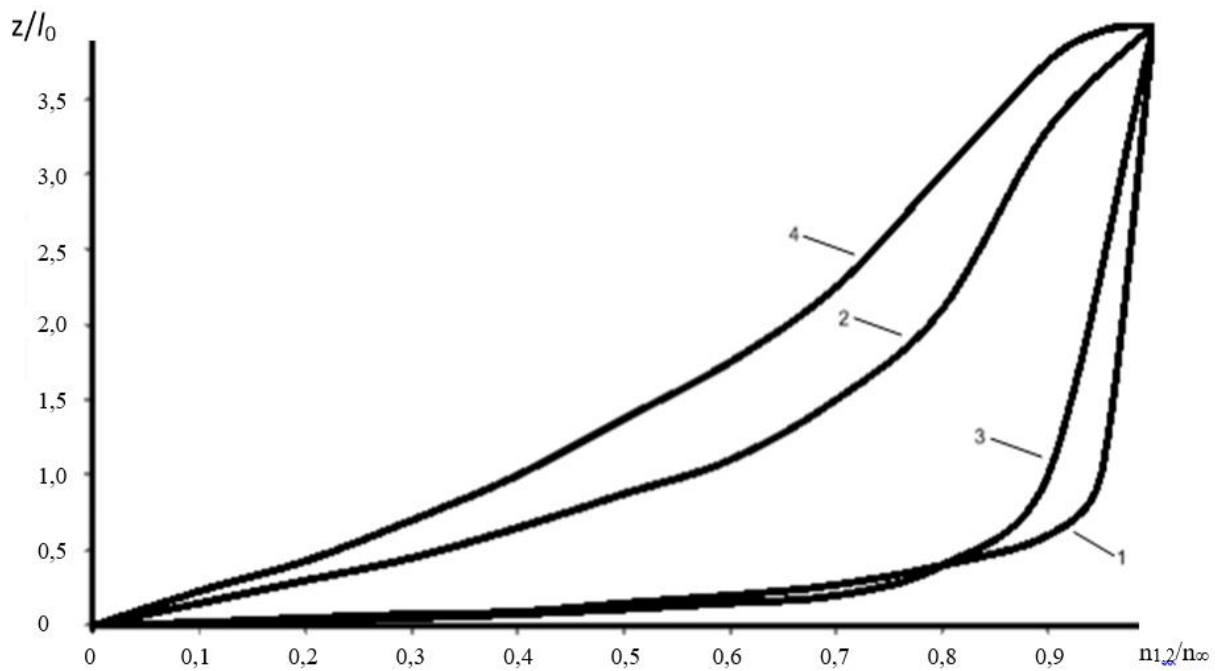


Рис. 4. Безразмерные профили концентраций положительных ( $n_1$ ) и отрицательных легких ионов ( $n_2$ ) для  $D_0 = 0,01$  м<sup>2</sup>/с (кривые 1 и 2 при  $E_0 = -50$  В/м; кривые 3 и 4 при  $E_0 = -100$  В/м) / Fig. 4. Dimensionless concentration profiles of positive ( $n_1$ ) and negative light ions ( $n_2$ ) for  $D_0 = 0.01$  m<sup>2</sup>/s (curves 1 and 2 for  $E_0 = -50$  V/m, curves 3 and 4 for  $E_0 = -100$  V/m)

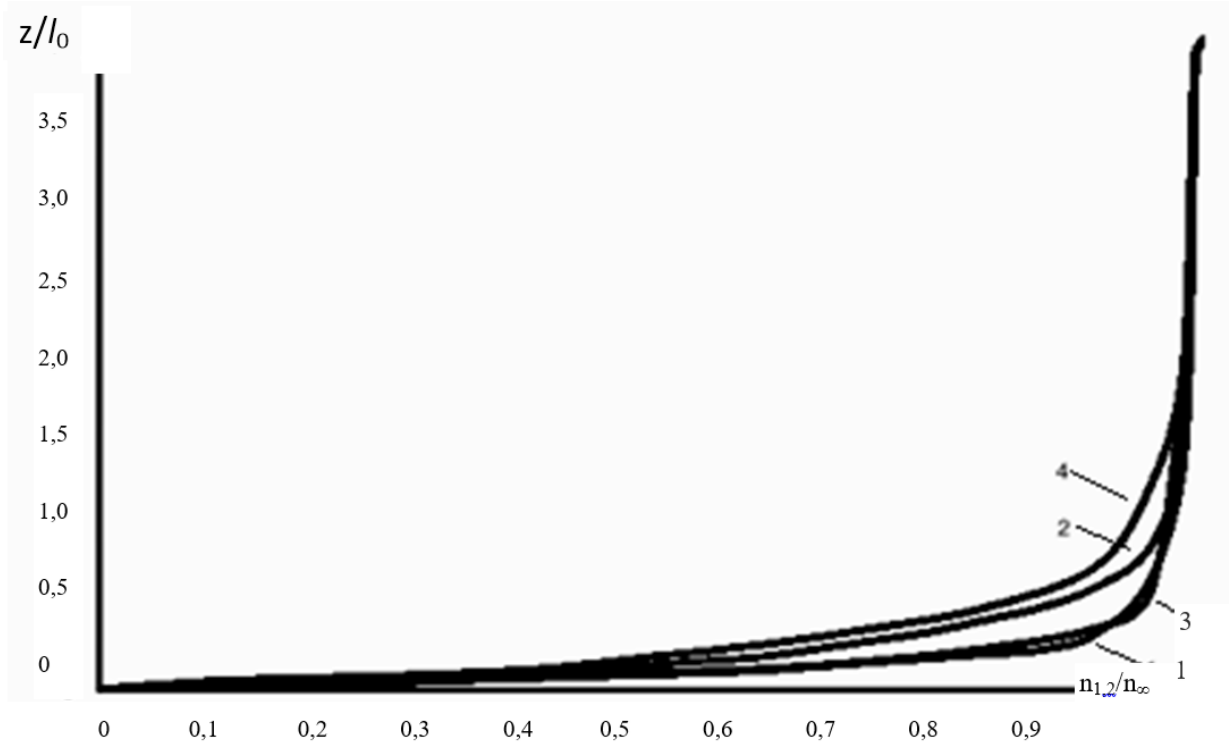


Рис. 5. Безразмерные профили  $n_1$  и  $n_2$  для  $D_0 = 0,1$  м<sup>2</sup>/с (кривые 1 и 2 при  $E_0 = -50$  В/м, кривые 3 и 4 при  $E_0 = -100$  В/м) / Fig. 5. Dimensionless profiles  $n_1$  and  $n_2$  for  $D_0 = 0.1$  m<sup>2</sup>/s (curves 1 and 2 for  $E_0 = -50$  V/m, curves 3 and 4 for  $E_0 = -100$  V/m)

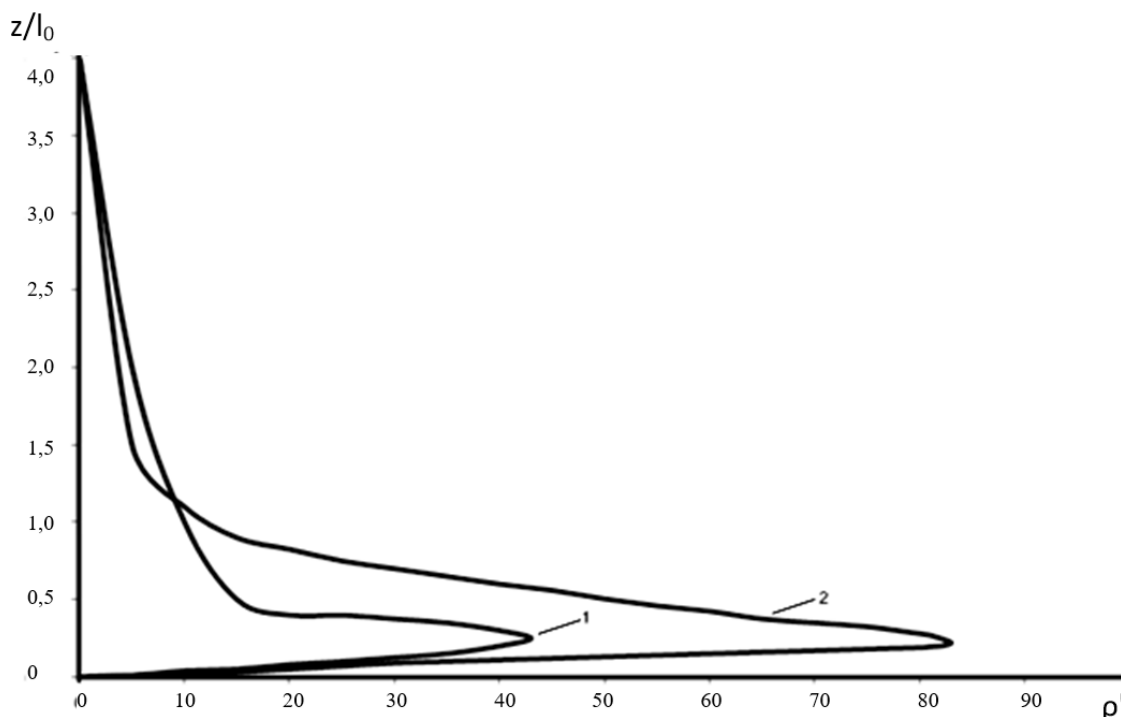


Рис. 6. Безразмерные профили плотности объемного заряда для  $D_0 = 0,1 \text{ м}^2/\text{с}$  (кривая 1 при  $E_0 = -50 \text{ В/м}$ , кривая 2 при  $E_0 = -100 \text{ В/м}$ ) / Fig. 6. Dimensionless space charge density profiles for  $D_0 = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  (curve 1 for  $E_0 = -50 \text{ V/m}$ , curve 2 for  $E_0 = -100 \text{ V/m}$ )

**Параметры турбулентного электродного слоя / Parameters of the turbulent electrode layer**

Модельные параметры		Расчетные характеристики		
$E, \text{ В/м}$	$D_0, \text{ м}^2/\text{с}$	$\rho_{\text{max}}, \text{ Кл/м}^3$	$z_{\text{max}}, \text{ м}$	$E_p, \text{ В/м}$
-50	$D=0,01$	$1 \cdot 10^{-10}$	1,7	-70
	$D=0,1$	$4 \cdot 10^{-11}$	6	-74
-100	$D=0,01$	$2 \cdot 10^{-10}$	1,6	-130
	$D=0,1$	$8 \cdot 10^{-11}$	6	-150

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Высота классического электродного слоя в свободной от аэрозоля атмосфере составляет примерно 10 м, а его структура в основном определяется электрическим полем. При усилении электрического поля высота электродного слоя и, следовательно, масштаб распределения электрических величин увеличиваются. Как следствие, изменяются его параметры: значения  $E(z)/E_\infty$  на высоте нескольких метров от поверхности земли с усилением электрического поля увеличиваются, а значения  $n_2/n_\infty$  уменьшаются. Объемный электрический заряд положителен, значения плотности заряда уменьшаются с усилением электрического поля.

Значение электродного эффекта ( $E_0/E_\infty$ ) во всем электродном слое практически не меняется и равен примерно 2,2.

2. При переходе к турбулентному режиму в приземной атмосфере высота электродного слоя увеличивается и составляет несколько десятков метров. Высота турбулентного электродного слоя определяется как значением электрического поля, так и степенью турбулентного перемешивания.

3. Увеличение значений коэффициента турбулентной диффузии приводит к нарастанию высоты электродного слоя, и, как следствие,  $E(z)/E_\infty$  на высоте нескольких метров от поверхности земли уменьшаются, профили положительных и отрицательных аэроионов становятся близкими. При этом



электродный эффект ( $E_0/E_\infty$ ) практически не меняется, а его значения совпадают со случаем классического электродного слоя.

4. Электрический объемный заряд положителен, но масштаб его распределения увеличивается, а значения его плотности уменьшаются по сравнению с нетурбулентным случаем. Электрическое поле, генерируемое объемным зарядом, сопоставимо с внешним полем.

5. Усиление электрического поля ослабляет влияние турбулентности. Плотность объемного заряда увеличивается, значения  $E(z)/E_\infty$  вблизи поверхности земли также увеличиваются, и распределения электрических характеристик становятся похожими на классический электродный слой.

Таким образом, несмотря на сделанные допущения, полученные аналитические решения хорошо согласуются с известными моделями электродного эффекта в атмосфере [2, 4, 9] и с экспериментальными данными наблюдений за атмосферным электричеством [10].

#### Литература

1. Атмосфера: справочник (справочные данные, модели. Л.: Гидрометеоздат, 1991. С. 394–408.
2. *Куповых Г.В., Морозов В.Н., Шварц Я.М.* Теория электродного эффекта в атмосфере. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. 123 с.
3. *Куповых Г.В.* Электродинамические процессы в приземном слое атмосферы. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. 114 с.
4. *Морозов В.Н., Куповых Г.В.* Математическое моделирование глобальной атмосферной электрической цепи и электричества приземного слоя. СПб.: Астерион, 2017. 307 с.
5. *Куповых Г.В., Морозов В.Н.* Классический (нетурбулентный) электродный эффект в приземном слое // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2003. № 2. С. 43–46.
6. *Куповых Г.В., Морозов В.Н.* Турбулентный электродный эффект в приземном слое // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2003. Приложение. № 3. С. 55–62.
7. *Kupovykh G., Redin A., Boldyreff A.* Modeling of ionization-recombination processes in the atmospheric surface layer // J. of Electrostatics. 2013. Vol. 71. P. 305–311.
8. *Орленко Л.Р.* Строение планетарного пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1979. 270 с.
9. *Редин А.А., Клово А.Г., Куповых Г.В.* Электродинамическая модель атмосферного приземного слоя // Изв. ЮФУ. Техн. науки. Тематический выпуск «Ак-

туальные проблемы математического моделирования». 2009. № 8. С. 93–106.

10. *Кудринская Т.В., Куповых Г.В., Редин А.А.* Сравнение результатов математического моделирования электродного эффекта с экспериментальными данными // Изв. ЮФУ. Техн. науки. Актуальные проблемы математического моделирования. 2013. № 4, С. 72–81.

#### References

1. *Atmosfera* [Atmosphere]. Reference Book (reference data, models). Leningrad: Gidrometeoizdat, 1991, pp. 394-408.
2. *Kupovykh G.V., Morozov V.N., Shvarts Ya.M.* *Teoriya elektrodnoogo effekta v atmosfere* [Theory of the electrode effect in the atmosphere]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 1998, 123 p.
3. *Kupovykh G.V.* *Elektrodinamicheskie protsessy v prizemnom sloe atmosfery* [Electrodynamic processes in the surface layer of the atmosphere]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2009, 114 p.
4. *Morozov V.N., Kupovykh G.V.* *Matematicheskoe modelirovanie global'noi atmosfernoi elektricheskoi tsepi i elektrichestva prizemnogo sloya* [Mathematical modeling of the global atmospheric electric circuit and ground-level electricity]. Saint Petersburg: Asterion, 2017, 307 p.
5. *Kupovykh G.V., Morozov V.N.* *Klassicheskii (neturbulentnyi) elektrodnyi effekt v prizemnom sloe* [Classical (non-turbulent) electrode effect in the surface layer]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2003, No. 2, pp. 43-46.
6. *Kupovykh G.V., Morozov V.N.* *Turbulentnyi elektrodnyi effekt v prizemnom sloe* [Turbulent electrode effect in the surface layer]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2003, prilozhenie No. 3, pp. 55-62.
7. *Kupovykh G., Redin A., Boldyreff A.* Modeling of ionization-recombination processes in the atmospheric surface layer. *J. of Electrostatics.* 2013, vol. 71, pp. 305-311.
8. *Orlenko L.R.* *Stroenie planetarnogo pogrannichnogo sloya atmosfery* [The structure of the planetary boundary layer of the atmosphere]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1979, 270 p.
9. *Redin A.A., Klovo A.G., Kupovykh G.V.* *Elektrodinamicheskaya model' atmosfer'nogo prizemnogo sloya* [Electrodynamic model of the atmospheric surface layer]. *Izv. YuFU. Tekhn. nauki.* Thematic issue "Actual problems of mathematical modeling". 2009, No. 8, pp. 93-106.
10. *Kudrinskaya T.V., Kupovykh G.V., Redin A.A.* *Sravnienie rezul'tatov matematicheskogo modelirovaniya elektrodnoogo effekta s eksperimental'nymi dannymi* [Comparison of the results of mathematical modeling of the electrode effect with experimental data]. *Izv. YuFU. Tekhn. nauki.* Thematic issue "Actual problems of mathematical modeling". 2013, No. 4, pp. 72- 81.

УДК 553.411:550.84(571.65)

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-96-103

## ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗОЛОТОРУДНО-КВАРЦЕВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ОМЧАКСКОГО РУДНО-РОССЫПНОГО УЗЛА ВЕРХОЯНО-КОЛЫМСКОЙ СКЛАДЧАТОЙ ОБЛАСТИ

© 2018 г. А.Э. Харди́ков<sup>1</sup>, В.А. Сидоров<sup>1</sup>, А.А. Аста́хова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## GEOCHEMICAL FEATURES OF GOLD-QUARTS DEPOSITS OF OMCHAK ORE CLUSTER OF VERKHOYANSK-KOLYMA FOLDING REGION

A.E. Khardikov<sup>1</sup>, V.A. Sidorov<sup>1</sup>, A.A. Astakhova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Харди́ков Александр Эдуардович – доктор геолого-минералогических наук, профессор, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: khardikov@sfedu.ru

Alexander E. Khardikov - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: khardikov@sfedu.ru

Сидоров Виктор Анатольевич – главный геолог, ОАО «Магадангеология», ул. Дзержинского, 6, г. Магадан, 685000, Россия

Viktor A. Sidorov - Main Geologist, «Magadangeologiya», Dzerzhinskogo St., 6, Magadan, 685000, Russia

Аста́хова Анна Александровна – эксперт управления геолого-разведочных работ, ООО «НОВАТЭК-НТЦ», ул. 50 лет ВЛКСМ, 53, г. Тюмень, 625026, Россия

Anna A. Astakhova - Expert, Exploration Department, «NOVATEK-NTC», 50 let VLKSM St., 53, Tyumen, 625026, Russia

Дана геолого-геохимическая характеристика объектов золоторудно-кварцевого формационного типа и вмещающих их комплексов в пределах Омчакского рудно-россыпного узла Аян-Юряхского антиклинория Верхояно-Колымской складчатой области. Все объекты локализованы в осадочных породах пермского возраста. Расположение рудных зон и их обогащенных участков контролируется тектоническими нарушениями северо-западного простирания, представляющими собой мощные зоны милонитизации и графитизации, заложенные по контактам пород различного литологического состава. В рудных телах встречаются жилы и жильно-прожилковые участки, интервалы штокверкового прожилкования, минерализованные зоны дробления, ареалы вкрапленной минерализации. Обнаруживается сходство минералогического комплекса рудных и жильных минералов, стадийности их образования, а также типов околорудных изменений. Вследствие этого золоторудные объекты Омчакского узла характеризуются однотипными геохимическими полями. Главными элементами – индикаторами оруденения являются золото и мышьяк. Они образуют вторичные ореолы рассеяния с концентрациями в десятки – сотни единиц местных геохимических фонов. Особую позицию занимает вольфрам, формирующий ореолы с концентрацией в десятки местных геофонов только в пределах рудных полей. Тяготеют к месторождениям ореолы марганца, а к их фланговым зонам – небольшие по площади ореолы висмута, сурьмы, бария. Остальные элементы распределяются по площади рудного узла равномерно, не образуя аномальных концентраций. Слабоконтрастные ореолы олова, серебра, висмута, полиметаллов приурочены к проявлениям минерализации, возникшим в ходе активизационных процессов в Охотско-Чукотском окраинно-континентальном поясе.

**Ключевые слова:** геохимические особенности, Омчакский рудно-россыпной узел, Верхояно-Колымская складчатая область, Аян-Юряхский антиклинорий, золотоносность.

*Geological and geochemical characteristics of gold-quartz formation objects and host complexes within the Omchak gold placers of Ayan-Juryakh anticlinorium of Verkhoyansk-Kolyma folding region are given. All objects localized in Permian sedimentary rocks. Localization of ore zones are controlled by North-West faulting which are zones of mylonization and graphitization. In ore objects there are veins and interlacing vein, mineralized crushing zones, areas of disseminated mineralization. Detected similarities in mineralogical complex of ore and veined minerals, stages of their formation and also in types of near-ore changes. As a result, gold ore objects of Omchak ore cluster characterized by single-type geochemical fields. Gold and arsenic are the main elements - indicators of mineralization which form secondary dispersion halo with concentrations of tens or hundreds of units of local geochemical backgrounds. A special position is taken by tungsten which forms halos with concentrations of tens local geophones only within ore fields. Manganese halos are associated with deposits and to their flanking zones-small in the area halos of bismuth, antimony, barium. The rest of the elements are distributed evenly by ore cluster area without forming abnormal concentrations. Low contrast tin, silver, bismuth, polymetal halos associated to mineralization which occurs during activation of the Okhotsk-Chukotka volcanic belt.*

**Keywords:** *geochemical features, Omchak ore cluster, Verkhoyansk-Kolyma folding region, Ayan-Jurah anticlinorium, gold mineralization.*

В пределах Аян-Юряхского антиклинория Верхояно-Колымской складчатой области сосредоточены крупные месторождения золоторудно-кварцевого формационного типа, в том числе уникальное Наталкинское месторождение [1]. Интерес к ним стремительно растет, что обусловлено громадными ресурсами объектов. Трудности при изучении золоторудных месторождений Аян-Юряхского антиклинория возникают при определении связи оруденения с магматизмом и метаморфизмом, установлении источников золота и других рудных элементов, а также проведении рудно-формационного анализа.

Обобщение результатов проведенных геохимических поисковых работ показывает сходство геохимических полей золоторудно-кварцевых объектов Аян-Юряхского антиклинория (рис. 1). Все месторождения локализованы в пермских терригенных толщах. Размещение рудных полей контролируется тектоническими нарушениями северо-западного (Пионерский, Омчакский, Токчанский рудные узлы) или субширотного (Вилкинский рудный узел) простирания. Они представляют собой мощные зоны милонитизации и графитизации, заложенные по контактам пород различного состава.

В рудных телах сочетаются все возможные морфологические типы (жилы и жильно-прожилковые зоны, интервалы штокверкового прожилкования, минерализованные зоны дробления, ареалы вкрапленной минерализации). Сходство обнаруживается в комплексе рудных и жильных минералов, стадийности минералообразования, типах околорудных изменений. Это ведет к тому, что в геохимических полях все месторождения проявляются одинаково.

Цель выполненного исследования – дать геолого-геохимическую характеристику Омчакского рудно-россыпного узла (рис. 2). Будучи самым крупным в Аян-Юряхском антиклинории, он включает в себя Наталкинское, Омчакское и Павликовское коренные и целый ряд россыпных месторождений золота, большое количество рудопоявлений и пунктов минерализации, а также крупное техногенное место-

рождение (хвостохранилище рудника им. Матросова). Наталкинское месторождение находится в бассейне правых притоков р. Омчак (ручьев Геологический, Наталкин, Глухариный). Омчакское месторождение расположено в долине р. Омчак ниже устья ручья Наталкин. Месторождение Павлик локализовано в долине одноименного ручья. В левом борту Омчака находится рудопоявление Базовское.

На площади Омчакского рудно-россыпного узла было отобрано 9500 геохимических проб. Из них около 5000 взято по сети 500×50 и 500×100 м. В пределах рудных полей месторождений Наталка, Павлик и Омчак сеть опробования сгущалась до 250×50 м. В пробу отбиралась песчано-глинистая фракция из элювиально-делювиальных отложений. Площади, перекрытые аллювием, из опробования исключались. Обработка проб выполнялась по стандартной методике и включала последовательное дробление и истирание, в результате чего материал доводился до крупности 200 мешк. Экспрессный количественный спектральный анализ осуществлялся в СВКНИИ ДВО РАН (г. Магадан). Определено содержание мышьяка, вольфрама, сурьмы, висмута, марганца, кобальта, никеля, хрома, меди, молибдена, свинца, цинка, серебра, олова, бария. Компьютерная обработка результатов анализа выполнялась с использованием программ Leader и Surfer. Для всех проб рассчитаны пространственные координаты.

Структура геохимического поля Омчакского рудно-россыпного узла определяется элементами, находящимися в концентрированном (аномальном) и рассеянном (нормальном) состояниях. Нормальное состояние характерно для неизменных или слабоизмененных массивов пород. Аномальное состояние возникает из-за привноса или выноса элементов и может быть связано с гидротермальным и интрузивным перераспределением вещества. Все элементы исследованного комплекса разделяются на две группы.

Система отдел	Свита мощность, м	Положение изученных рудных объектов (в пунктирных рамках) в вертикальном разрезе отложения верхоянского комплекса	Морфологические типы руд	Геолого-структурные обстановки	Геохимическая специализация объектов (ряды элементов, ранжированные по величине индикаторной роли; курсив - положительные значения, жирный шрифт - отрицательные)
Трпс	старатель- ская 900-1300	Аргиллиты, алевролиты тонкопесчаные, слоистые	<p>Жилы, зоны прожилкования минерализованные зоны дробления</p> <p>Минерализованные зоны дробления, зоны прожилкования</p> <p>Пологозалегающие кварцевые жилы, минерализованные зоны дробления и прожилкования</p> <p>Крутопадающие (редко пологозалегающие) кварцевые жилы, зоны штокерского параллельного и "сетчатого" прожилкования, зоны метасоматического окварцевания, минерализованные дайки и зоны дробления зоны сульфидно-вкрапленной минерализации</p>	<p><b>Рудное поле Вилка</b> приурочено к сводовой части брахиянтиклинальной складки (интрузивно-купольного поднятия). Главные разрывные нарушения - северо -западного направления. Рудоуплотляющими являются опаряющие их зоны взроссов и взроссо -надвигов.</p> <p><b>Наталка, Павлик, Боец, Родионовское</b> и др. месторождения: приуроченность к зоне Тенькинского разлома и сводовой части одноименной антиклинали</p> <p><b>Наталка, Павлик:</b> главнейшими структурами являются S-образные в плане рудовещающие тектонические зоны, являющиеся оперяющими по отношению к разрывным нарушениям северо-западного простираия. Месторождения приурочены к локальным брахиянтиклинальным или брахиянтиклинальным складкам второго и третьего порядка по отношению к Тенькинской антиклинали.</p> <p><b>Наталка:</b> положение богатого оруднения в значительной степени контролируется атканской свитой и, особенно, ее контактовой частью с вышележащей омчакской свитой.</p> <p><b>Боец:</b> рудовещающими являются зоны межпластовых срывов, взроссо-надвигов, приуроченные к флексурыподобным изгибам слоев в осевых частях брахиморфных складок высоких порядков</p> <p><b>Родионовское:</b> Рудоуплотляющей структурой является антиклинальная складка второго порядка, осложненная системой надвигов, образовавшихся по контактам алевро-песчаных и графитисто- глинистых плачек. Вдоль надвигов залегают карцевые жилы, перекрывающие по простиранию в системе крутопадающих штокерских зон</p>	<p>Рудное поле Вилка <i>Al-As-W-Ag-Cu-Mn-Co-Bi-Pb - Ni-Mo-Cr-Zn-Ba-Sn</i></p> <p>Рудное поле Боец <i>Al-W-As-Sb-Pb-Zn-Cu-Co - Ni-Mo-Ag-Bi-Ba</i></p> <p>Рудное поле Павлик <i>Ag-Sn-Cr-Mo-Pb-Ba-Zn-Cu-Ni-Bi-Mn-Sb-As - W</i></p> <p>Рудное поле Наталка <i>As-W-Mn-Sb - Bi-Co-Zn-Cu-Pb-Sn-Ag-Ba-Ni-Mo-Cr</i></p> <p>Рудное поле Родионовское <i>As-Au-Mn-Co-Cr-W-Ag-Ni-Zn - Ba-Bi-Pb-Mo-Sn</i></p>
		Аргиллиты, алевролиты песчанники неясноплотные			
верхняя пермь	омчак- ская 1300-1800	Флишод аргиллитов и алевролитов	<p>Пологозалегающие кварцевые жилы, минерализованные зоны дробления и прожилкования</p>	<p><b>Наталка, Павлик, Боец, Родионовское</b> и др. месторождения: приуроченность к зоне Тенькинского разлома и сводовой части одноименной антиклинали</p>	<p>Рудное поле Вилка <i>Al-As-W-Ag-Cu-Mn-Co-Bi-Pb - Ni-Mo-Cr-Zn-Ba-Sn</i></p>
		Флишод песчаников алевролитов и аргиллитов			
		Флишод песчаников и алевролитов с линзами микститов			
		Микститы туфовые сланцы гальтовые алевролиты			
нижняя-средняя пермь	атканская 350-650	Песчаные аргиллиты тонко горизонтально слоистые	<p>Крутопадающие (редко пологозалегающие) кварцевые жилы, зоны штокерского параллельного и "сетчатого" прожилкования, зоны метасоматического окварцевания, минерализованные дайки и зоны дробления зоны сульфидно-вкрапленной минерализации</p>	<p><b>Наталка, Павлик, Боец, Родионовское</b> и др. месторождения: приуроченность к зоне Тенькинского разлома и сводовой части одноименной антиклинали</p>	<p>Рудное поле Вилка <i>Al-As-W-Ag-Cu-Mn-Co-Bi-Pb - Ni-Mo-Cr-Zn-Ba-Sn</i></p>
		Неясноплотные углистые аргиллиты			
нижняя пермь	пионерская 2300-2600	Неясноплотные песчаные аргиллиты	<p>Крутопадающие (редко пологозалегающие) кварцевые жилы, зоны штокерского параллельного и "сетчатого" прожилкования, зоны метасоматического окварцевания, минерализованные дайки и зоны дробления зоны сульфидно-вкрапленной минерализации</p>	<p><b>Наталка, Павлик, Боец, Родионовское</b> и др. месторождения: приуроченность к зоне Тенькинского разлома и сводовой части одноименной антиклинали</p>	<p>Рудное поле Вилка <i>Al-As-W-Ag-Cu-Mn-Co-Bi-Pb - Ni-Mo-Cr-Zn-Ba-Sn</i></p>
		Ритмичное переслаивание аргиллитов, алевролитов, реже песчаников			
нижняя пермь	родионовская > 1000	Флишодное переслаивание аргиллитов, алевролитов, песчаников	<p>Крутопадающие (редко пологозалегающие) кварцевые жилы, зоны штокерского параллельного и "сетчатого" прожилкования, зоны метасоматического окварцевания, минерализованные дайки и зоны дробления зоны сульфидно-вкрапленной минерализации</p>	<p><b>Наталка, Павлик, Боец, Родионовское</b> и др. месторождения: приуроченность к зоне Тенькинского разлома и сводовой части одноименной антиклинали</p>	<p>Рудное поле Вилка <i>Al-As-W-Ag-Cu-Mn-Co-Bi-Pb - Ni-Mo-Cr-Zn-Ba-Sn</i></p>
		Ритмичное переслаивание аргиллитов, алевролитов, реже песчаников			

Рис. 1. Положение в литостратиграфическом разрезе, характеристика морфологических типов руд, геолого-структурных обстановок и геохимической специализации исследованных объектов / Fig. 1. The situation in the lithostratigraphic section, the characteristics of morphological types of ores, geological structures and geochemical speciali-

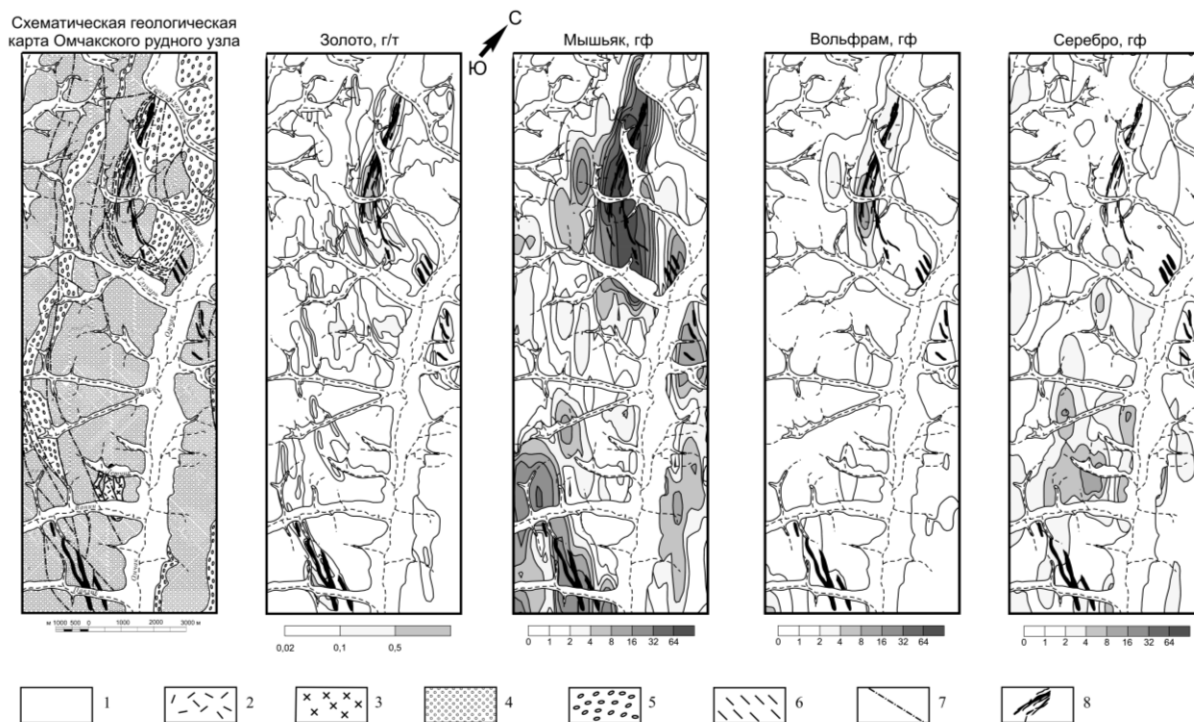


Рис. 2. Геологическая схема и схема вторичных ореолов рассеяния Омчакского рудно-россыпного узла: 1 – аллювиальные галечники, пески, отвалы горных пород; 2 – риолиты, туфы кислого состава, эксплозивные брекчии; 3 – диориты, кварцевые диориты, гранодиориты; 4 – омчакская свита ( $P_{3om}$ ); алевролиты, песчанистые алевролиты с прослоями песчаников; 5 – атканская свита ( $P_{3at}$ ); туфомикститы с прослоями алевролитов и песчаников; 6 – пионерская свита; алевролиты с редкими прослоями песчаников; 7 – разрывные нарушения различной кинематики; 8 – рудные зоны / Fig. 2. Geological scheme and scheme of secondary halos of dispersion of the Omchak ore-placer node: 1 - alluvial pebbles, sands, dumps of rocks; 2 - rhyolites, tuffs of acid composition, explosive breccias; 3 - diorites, quartz diorites, granodiorites; 4 - the Omchak suite ( $P_{3om}$ ); siltstones, sandy siltstones with interlayers of sandstones; 5 - Atkan suite ( $P_{3at}$ ); tuffomycites with interlayers of siltstones and sandstones; 6 - pioneer suite; siltstones with sparse interbeds of sandstones; 7 - discontinuous violations of various kinematics; 8 - ore zones

Первая группа, определяющая аномальный облик геохимического поля, представлена золотом, мышьяком, вольфрамом, сурьмой и висмутом.

**Золото.** Наиболее контрастные и максимальные по концентрации ореолы этого элемента связаны с рудным полем месторождения Наталка, протягивающимся на 8 км при ширине около 1 км на северо-западном фланге и до 2 км – на юго-восточном. В центральной части ореола находится изоконцентра 0,1 г/т. Внутри нее выделяются участки с содержанием 0,5 г/т. Ореольная зона, связанная с Омчакским месторождением, отделена от Наталкинской полосой с пониженным (менее 0,02 г/т) содержанием золота. Рудное поле Омчакского месторождения фиксируется протяженным ореолом золота с концентрацией до 0,2 г/т, охватывающим и площадь Базовского рудопроявления. С месторождением Павлик связаны контрастные ореолы золота, прослеживающиеся в виде непрерывной полосы. Внутри ореола со значением 0,1 г/т выделяются обогащенные зоны с содержанием более 0,5 г/т, а максимальная концентрация здесь – 0,9–1,1 г/т. Восточнее и юго-восточнее месторождения Наталка прослеживаются слабоконтрастные ореолы (0,02 г/т),

внутри которых встречаются участки с содержанием более 0,1 г/т.

Мышьяк образует значительные по площади высококонтрастные ореолы, которыми уверенно фиксируются рудные поля Наталкинского, Павликовского и Омчакского месторождений. Наиболее интенсивные из них связаны с месторождением Наталка. Протяженность ореола мышьяка, ограниченного изоконцентрацией 16 геофонов, имеет в длину около 8 км при наибольшей ширине до 2 км, а размеры контура ореола с изоконцентрацией от 64 геофонов и выше составляют 4×1 км. Ореолы мышьяка, приуроченные к рудному полю месторождения Павлик (до 4 км в длину при максимальной ширине до 1 км), не оконтурены на юго-восточном фланге. Концентрация мышьяка достигает 64 геофонов на участке, находящемся на левом берегу руч. Ванин. Месторождение Омчакское и рудопроявление Базовское фиксируются единым аномальным полем на правобережье и в русле р. Омчак с концентрацией мышьяка, не превышающей 16 геофонов. Они отделены от Наталкинского ореола полосой шириной не более 200 м, где содержание мышьяка на уровне 1 геофона. Вне площади

рудных узлов мышьяк образует локальные аномалии невысокой концентрации (до 8 геофонов).

Вольфрам в геохимических ореолах Омчакского узла, четко приуроченных к золоторудным объектам, фиксируется по изоконцентрате 1 геофон. Максимальная его концентрация (до 8 геофонов) приурочена к центральной части месторождения Наталка. Рудное поле Павликовского месторождения проявлено в содержании вольфрама, не превышающем 2 геофона.

Ореолы сурьмы образуют два хорошо выраженных аномальных участка с концентрацией более 16 и 32 геофонов. Первый расположен на юго-восточном фланге месторождения Наталка и связан с золото-антимонитовыми прожилками в измененной дайке кислого состава. Второй участок находится на водоразделе ручьев Левая и Правая Вилка и приурочен к зонам маломощных антимонитово-кварцевых прожилков в осадочных породах омчакской свиты. Рудные поля месторождений Наталка и Павлик фиксируются ореолами интенсивностью в 1–2 геофона. На остальной площади Омчакского узла встречаются незначительные ореолы с содержанием не выше 1 геофона.

*Висмут.* Значительная часть площади закрыта ореолом с фоновым содержанием. По периферии рудного поля месторождения Наталка отмечены ореолы интенсивностью в 2 геофона. К северо-западному флангу Павликовского месторождения приурочены ореолы с концентрацией висмута более 2 геофонов. Они составляют единое целое с находящимся на водоразделе ручьев Ванин – Летчик ореолом (более 4 геофонов) и пространственно совпадают с хлоритово-кварцевыми метасоматитами, кварцевыми жилами и гидротермально измененными взрывными брекчиями.

К второй группе элементов отнесены серебро, олово, цинк, марганец, свинец, молибден, кобальт, хром, медь, никель, барий. Их концентрация невелика, а ореолы равномерно распространены на значительной площади.

Максимальное содержание серебра не превышает 8 геофонов. Наиболее интенсивные ореолы, имеющие локальное распространение, связаны с проявлением гидротермальной деятельности в экзоконтактной части штока Ванин. На северо-западном фланге Павликовского месторождения расположен ореол с содержанием серебра до 2 геофонов. В рудном поле Наталкинского месторождения концентрация серебра не превышает 1–2 геофона.

Никель образует ореолы с максимальной концентрацией от 8 до 16 геофонов. На восточном и юго-восточном флангах Наталкинского месторождения содержание этого элемента достигает 2 геофонов, в центральной его части – ниже фонового значения. На месторождении Павлик концентрация никеля не превышает 2–3 геофонов.

Олово образует ореолы с содержанием 0,5–1 геофона. Концентрация в 4–8 геофонов отмечается на северо-западном фланге месторождения Павлик.

Ореолы цинка имеют содержание 1–2 геофона, повышаясь до 4 геофонов на юго-восточном и юго-западном флангах Омчакского узла.

Концентрация меди в ореолах не превышает 1–2 геофонов. Повышенное значение (4–6 геофона) проявляется в центральной части рудного поля месторождения Наталка и на его восточном фланге. На месторождении Павлик содержание меди не превышает 2 геофонов, а на Омчакском – 0,5–1.

Свинец на месторождении Наталка характеризуется фоновой концентрацией, а Павликовском – содержанием 2–3 геофона.

Хром и кобальт равномерно распределены и образуют ореолы (1–2 геофона). При этом только с Омчакским месторождением связана повышенная – до 4 геофонов концентрация кобальта.

Барий в ореолах содержится до 2, редко 4 геофонов. С центральной, наиболее богатой частью месторождения Наталка связано пониженное содержание этого элемента (0,5–1 геофон). По периферии барий образует положительную кольцевую аномалию с повышенным (до 4 геофонов) содержанием. На месторождении Павлик ореолы с концентрацией свыше 4 геофонов распространены на северо-западном и юго-восточном флангах.

На значительной площади Омчакского узла содержание молибдена колеблется в пределах 1–2 геофона, в единичных случаях достигая 4 геофонов.

Концентрация марганца на площади рудных полей месторождений Наталка и Павлик составляет 1–2 геофона.

Таким образом, элементы исследованного комплекса на территории Омчакского узла образуют как аномальные, так и фоновые ореолы, которые в той или иной степени обнаруживают связь с рудными полями месторождений Наталка, Павлик, Омчак, а также пользующимися здесь наибольшим распространением пермскими осадочными породами верхоянского комплекса. Взаимное влияние этих объектов может маскировать геохимические особенности некоторых из них. В первую очередь это касается слабоконтрастных аномалий (на уровне околофоновых флуктуаций), природа которых может быть связана с особенностями осадочных пород, а также проявлениями контактового метаморфизма. Наблюдается отличие геохимических полей месторождений Наталка и Павлик. Серебро, никель, цинк, свинец и барий образуют ореолы с повышенной концентрацией в пределах Павликовского рудного поля, в то время как наиболее интенсивные ореолы мышьяка и вольфрама, а также и меди связаны с месторождением Наталка.

На территории Омчакского рудно-россыпного узла были выделены участки, отвечающие выходам

на дневную поверхность пермских осадочных пород омчакской, атканской и пионерской свит [2]. Для них были составлены выборки, в которые включались геохимические пробы, взятые на удалении от рудных полей, т.е. минимально подвергнутые гидротермальным изменениям. Повышенное содержание элементов «аномальной» ассоциации (мышьяка – более 2 геофонов, вольфрама – более 1 геофона, сурьмы – более 1 геофона и висмута – более 1 геофона) является критерием измененности. Подавляющее большинство проб, формирующих эти выборки, характеризует породы, подвергнувшиеся только эпигенезу или региональному метаморфизму зеленосланцевой фации. Эти процессы не приводят к значительным изменениям кларков элементов – примесей исходных пород [3]. Следовательно, можно оценить геохимические особенности и индикаторную роль элементов для каждой из выделенных свит, что будет отражать специфику осадконакопления в пермское время на территории Омчакского узла (рис. 3).

Отложения пионерской свиты охарактеризованы 351 геохимической пробой. Ряд элементов, расположенных по убыванию значения индикаторной роли, выглядит так: Ni – Co – Ba – Cu – Cr – Pb – Mn – Zn – Mo – Sn – As – Ag. В наибольшей степени породы обогащены никелем и кобальтом. Содержание бария, меди, хрома и свинца незначительно превышает местный геофон. Марганец и цинк содержатся в количестве, пониженном по отношению к геофону, а концентрация молибдена, олова, мышьяка и серебра ниже геофона.

Выборка проб, характеризующих отложения атканской свиты, состоит из 926 проб. Ряд элементов, размещенных по убыванию значений индикаторной роли, следующий: Mn – Co – Ni – Cu – As – Zn – Ba – Mo – Pb – Sn – Cr – Ag. Положительную индикаторную роль имеют марганец и кобальт, накапливаясь в концентрациях, превышающих местный геофон. Индикаторная роль никеля (слабоположительная) и меди (слабоотрицательная) в целом невысока, что говорит о том, что в отложениях атканской свиты эти элементы содержатся в околофоновой концентрации. Значение индикаторной роли мышьяка, цинка, бария, молибдена, свинца, олова, хрома и серебра отрицательное, при этом максимально это проявлено для серебра. Основной фактор накопления кобальта – поступление в осадок базитовой и гипербазитовой терригенной и вулканогенной кластики [4]. Накопление повышенной концентрации марганца в углеродистых ассоциациях определяется вулканическими процессами. Геохимическая спецификация атканской свиты определяется влиянием вулканических процессов, широко развитых во время формирования свиты, как в областях сноса, так и в бассейнах седиментации [5–8].

Омчакская свита охарактеризована 3410 пробами и следующим рядом элементов (по убыванию индикаторной роли): Ag – Sn – Cr – Mo – Pb – As – Ba – Zn – Cu – Sb – Bi – Mn – Co – Ni. Отложения обогащены серебром, в меньшей степени – оловом, хромом, молибденом, свинцом и мышьяком. Отрицательная индикаторная роль характерна для никеля, кобальта и марганца.

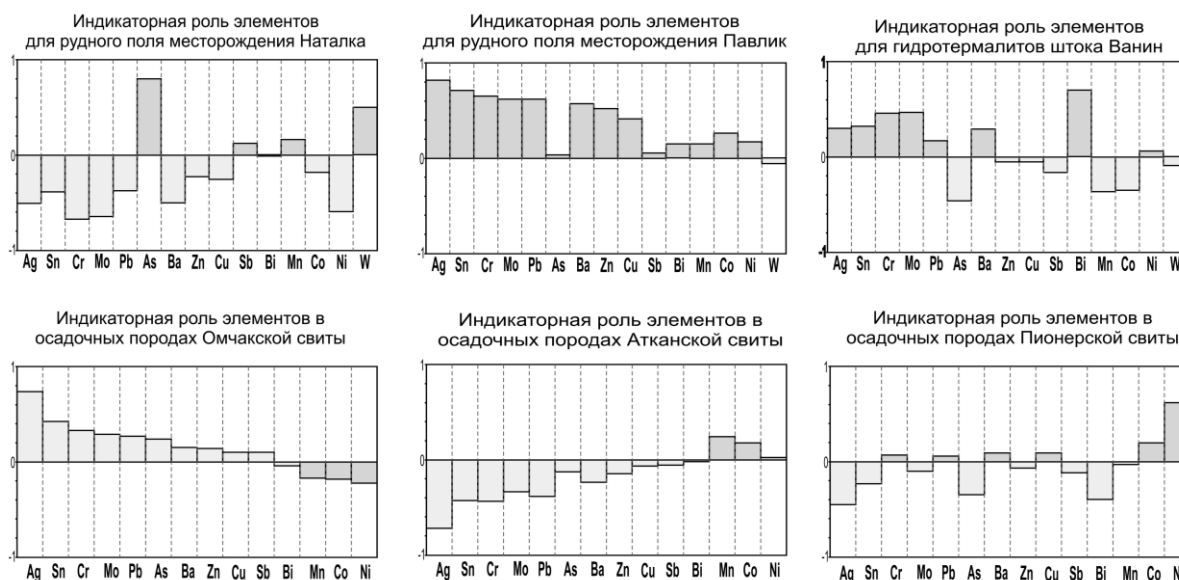


Рис. 3. Индикаторная роль элементов в объектах, образующих аномалии в стратиграфических подразделениях Омчакского рудно-россыпного узла / Fig. 3. Indicator role of elements in objects that form anomalies in the stratigraphic subdivisions of the Omchak ore-placer

Таким образом, все стратиграфические подразделения, закартированные на территории Омчакского узла, имеют свои геохимические особенности. Максимальные отличия наблюдаются между атканской и омчакской свитами, что может быть объяснено изменением условий осадконакопления, а именно сменой хорошо аэрируемой обстановки лавинной седиментации в атканское время на режим образования дистального флишоида омчакской свиты в условиях стагнированного бассейна. Это подтверждается относительной обогащенностью толщи омчакской свиты молибденом при пониженной роли марганца. Молибден сорбируется из морской воды органическим веществом и осаждается с сульфидами при сероводородном заражении бассейна седиментации [9]. Марганец в этих условиях восстанавливается на разделе  $O_2/H_2S$  и выносится в верхние, аэрируемые слои [10]. Формированием отложений омчакской свиты в условиях сероводородного заражения объясняется повышенная концентрация серебра, хрома и свинца [11]. Особенности микроэлементного состава стратиграфических подразделений не являются локальными, связанными с гидротермальной деятельностью и проявленными только на территории Омчакского узла. Они отражают геохимические особенности условий пермского осадконакопления для всего Аян-Юрхского антиклинория. Наконец, для атканской свиты характерна наибольшая концентрация  $Fe_2O_3$ ,  $MnO$ ,  $TiO_2$ , что свидетельствует о вулканической активности во время формирования свиты.

Для месторождения Наталка ряд индикаторных элементов выглядит следующим образом: As – W – Mn – Sb – Bi – Co – Zn – Cu – Pb – Sn – Ag – Ba – Ni – Mo – Cr. Положительную индикаторную роль имеют мышьяк, вольфрам, сурьма и марганец. Висмут и кобальт «безразличны» по отношению к месторождению Наталка. Серебро, барий, никель, молибден, хром имеют отрицательную индикаторную роль, что свидетельствует о тенденции геохимического выноса этих элементов за пределы рудного поля.

Для месторождения Павлик ряд элементов – индикаторов оруденения следующий: Ag – Sn – Cr – Mo – Pb – Ba – Zn – Cu – Co – Ni – Bi – Mn – Sb – As – W. Определяющими являются серебро, олово, хром, молибден, свинец, барий, цинк, медь.

Таким образом, для месторождений Наталка и Павлик характерен различный набор элементов, фиксирующих положение рудного поля. Это может быть связано с уровнем эрозионного среза месторождения и с влиянием состава рудовмещающих осадочных пород. Взаимосвязь рудных полей месторождений и ореолов отдельных элементов проявляется в конкретных случаях неоднозначно. Закономерные связи с рудными полями обнаружива-

ет многокомпонентный ореол, интенсивность которого отображается в комплексном геохимическом показателе, построенном с учетом различной индикаторной роли отдельных ореолообразующих элементов относительно заданного эталона. В качестве оценки индикаторной роли элемента применяется отклонение выборки, характеризующей конкретную свиту, от эталона, которым является совокупность проб эпигенетически измененных осадочных пород:  $Z_i = (X_i - X_{\text{сред}})/D$ , где  $X_i$  – среднее значение логарифмов концентраций элемента (в единицах местного геофона) в выборке по свите;  $X_{\text{сред}}$  – среднее значение;  $D$  – дисперсия логарифмов концентраций элемента (также в геофонах) по всей совокупности проб. Комплексный геохимический показатель является геохимическим паспортом геологического объекта, универсальность которого заключается в том, что при его расчете учитываются как абсолютные значения концентрации элементов, так и особенности их распределения.

В результате проведенных исследований установлено, что рудные поля месторождений золота Омчакского рудно-россыпного узла характеризуются выраженным и однотипным набором элементов – индикаторов оруденения, главными из которых являются золото и мышьяк. Особую позицию занимают вторичные ореолы вольфрама, локализованные только в пределах рудных полей. Приурочены к месторождениям ореолы марганца, а к их фланговым зонам – небольшие по площади ореолы висмута, сурьмы, бария. Распределение остальных элементов не образует аномальной концентрации. Слабоконтрастные ореолы олова, серебра, висмута, полиметаллов приурочены к проявлениям минерализации, связанной с активизационными процессами в Охотско-Чукотском окраинно-континентальном поясе.

## Литература

1. Гончаров В.И., Ворошин С.В., Сидоров В.А. Наталкинское золоторудное месторождение. Магадан: СВКНИИ ДВО РАН, 2002. 250 с.
2. Маннафов Н.Г. Легенда Неро-Бохапчинской серии государственной геологической карты Российской Федерации масштаба 1:200 000: 2-е изд. Т. IV. Магадан: Магаданский ТФГИ, 1999.
3. Квятковский Е.М. Литохимические методы поисков эндогенных рудных месторождений. Л.: Недра, 1977. 55 с.
4. Мележик В.А., Предовский А.А. Геохимия раннепротерозойского литогенеза. На примере северо-востока Балтийского щита. Л.: Наука, 1982. 208 с.
5. Астахова А.А., Хардигов А.Э. Цеолиты как индикатор вулканогенно-осадочной природы атканской сви-



ты Аян-Юрхского антиклинория Верхояно-Колымской складчатой области // Минеральные индикаторы литогенеза: материалы Всерос. совещания с междунар. участием. Сыктывкар: Геопринт, 2011. С. 132–135.

6. Астахова А.А., Хардигов А.Э. Литогенез пермских толщ Аян-Юрхского антиклинория Яно-Колымской складчатой области // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 1. С. 84–89.

7. Астахова А.А., Хардигов А.Э., Холодная И.А. О роли вулканогенного материала в образовании атканской свиты Аян-Юрхского антиклинория Яно-Колымской складчатой области // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 2. С. 78–85.

8. Khardikov A.E., Kholodnaya I.A. Lithological conditions of gold content in the upper permian deposits of the Ayan-Yuryakh anticlinorium within the Yano-Kolyma folded region // Stratigraphy and sedimentology of oil-gas basins. 2010. № 1. P. 86–94.

9. Холодов В.Н., Недумов Р.И. О геохимических критериях появления сероводородного заражения в водах древних водоемов // Изв. АН СССР. Сер. геол. 1991. № 12. С. 74–82.

10. Юдович Я.Э., Кетрис М.П., Мерц А.В. Геохимия и рудогенез Ва, Р, Мн в черных сланцах. Сыктывкар: Коми НЦ Ур О АН СССР, 1990. 107 с.

11. Юдович Я.Э., Кетрис М.П. Геохимия и рудогенез Cr, Co, Ni в черных сланцах. Сыктывкар: Коми НЦ Ур О АН СССР, 1991. 80 с.

#### References

1. Goncharov V.I., Voroshin S.V., Sidorov V.A. *Natalkinskoe zolotorudnoe mestorozhdenie* [Natalka gold deposit]. Magadan: SVKNII DVO RAN, 2002, 250 p.

2. Mannafov N.G. *Legenda Nero-Bokhapchinskoi serii gosudarstvennoi geologicheskoi karty Rossiiskoi Federatsii masshtaba 1:200 000* [Legend of the Nero-Bokhapchinsk series of the state geological map of the Russian Federation, scale 1: 200 000]. 2th ed. Vol. IV. Magadan: Magadanskii TFGI, 1999.

3. Кыватковскй Е.М. *Litokhimicheskie metody poiskov endogennykh rudnykh mestorozhdenii* [Lithochemical methods of searching for endogenous ore deposits]. Leningrad: Nedra, 1977, 55 p.

4. Melezhhik V.A., Predovskii A.A. *Geokhimiya ranneproterozoiskogo litogeneza. Na primere severo-vostoka Baltiiskogo shchita* [Geochemistry of Early Proterozoic lithogenesis. On the example of the north-east of the Baltic Shield]. Leningrad: Nauka, 1982, 208 p.

5. Astakhova A.A., Khardikov A.E. [Zeolites as an indicator of the volcanogenic-sedimentary nature of the Atkan Formation of the Ayan-Yuryakh anticlinorium of the Verkhoyansk-Kolyma folded region]. *Mineral'nye indikatorny litogeneza* [Mineral indicators of lithogenesis]. Materials of the All-Russian Conference with international participation. Syktyvkar: Geoprint, 2011, pp. 132-135.

6. Astakhova A.A., Khardikov A.E. Litogenez permiskikh tolshch Ayan-Yuryakhskogo antiklinoriya Yano-Kolymskoi skladchatoi oblasti [Litogenesis of Permian strata of the Ayan-Yuryakh anticlinorium of the Yano-Kolyma folded region]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2016, No. 1, pp. 84-89.

7. Astakhova A.A., Khardikov A.E., Kholodnaya I.A. O roli vulkanogenno materiala v obrazovanii atkanskoj svity Ayan-Yuryakhskogo antiklinoriya Yano-Kolymskoi skladchatoi oblasti [On the role of volcanogenic material in the formation of the Atkan suite of the Ayan-Yuryakh anticlinorium of the Yano-Kolyma folded region]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2016, No. 2, pp. 78-85.

8. Khardikov A.E., Kholodnaya I.A. Lithological conditions of gold content in the upper permian deposits of the Ayan-Yuryakh anticlinorium within the Yano-Kolyma folded region. *Stratigraphy and sedimentology of oil-gas basins*. 2010, No. 1, pp. 86-94.

9. Kholodov V.N., Nedumov R.I. O geokhimicheskikh kriteriyakh poyavleniya serovodorodnogo zarazheniya v vodakh drevnykh vodoemov [On the geochemical criteria for the appearance of hydrogen sulphide contamination in the waters of ancient reservoirs]. *Izv. AN SSSR. Ser. geol.* 1991, No. 12, pp. 74-82.

10. Yudovich Ya.E., Ketris M.P., Merts A.V. *Geokhimiya i rudogenez Ba, P, Mn v chernykh slantsakh* [Geochemistry and oreogenesis of Ba, P, Mn in black shales]. Syktyvkar: Komi NTs Ur O AN SSSR, 1990, 107 p.

11. Yudovich Ya.E., Ketris M.P. *Geokhimiya i rudogenez Cr, Co, Ni v chernykh slantsakh* [Geochemistry and ore genesis of Cr, Co, Ni in black shales]. Syktyvkar: Komi NTs Ur O AN SSSR, 1991, 80 p.

УДК 504.054: 504.055

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-104-111

## ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ УГЛУБЛЕНИЯ И РАСШИРЕНИЯ СУДОХОДНЫХ КАНАЛОВ В ДЕЛЬТАХ РЕК

© 2018 г. А.Д. Хованский<sup>1</sup>, В.В. Латун<sup>1</sup>, О.А. Хорошев<sup>1</sup>, В.И. Денисов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## ESTIMATION OF ENVIRONMENTAL IMPACT OF DEEPENING AND WIDENING OF NAVIGABLE CANALS IN RIVER DELTAS

A.D. Khovanskiy<sup>1</sup>, V.V. Latun<sup>1</sup>, O.A. Khoroshev<sup>1</sup>, V.I. Denisov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Хованский Александр Дмитриевич – доктор географических наук, доцент, профессор, кафедра социально-экономической географии и природопользования, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: khovansk@yandex.ru

Alexandr D. Khovanskiy - Doctor of Geography, Associate Professor, Professor, Department of Socio-Economic Geography and Nature Management, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: khovansk@yandex.ru

Латун Владимир Владимирович – кандидат географических наук, доцент, заведующий кафедрой социально-экономической географии и природопользования, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: vlatun@yandex.ru

Vladimir V. Latun - Candidate of Geography, Associate Professor, Head of the Department of Socio-Economic Geography and Nature Management, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vlatun@yandex.ru

Хорошев Олег Анатольевич – кандидат географических наук, доцент, кафедра социально-экономической географии и природопользования, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: ourregion@mail.ru

Oleg A. Khoroshev - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Socio-Economic Geography and Nature Management, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: ourregion@mail.ru

Денисов Валерий Иванович – кандидат географических наук, доцент, кафедра физической географии, экологии и охраны природы, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: denisovgeo@yandex.ru

Valeriy I. Denisov - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Physical Geography, Ecology and Environmental Protection, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: denisovgeo@yandex.ru

Представлены результаты комплексной оценки воздействия на окружающую среду возможных способов углубления и расширения судоходных каналов, в частности Азово-Донского морского канала (АДМК). Оценена современная экологическая ситуация, выделены аквальные ландшафты и определены их устойчивость к антропогенному воздействию, степень антропогенного преобразования, способность накапливать или рассеивать загрязняющие вещества, выявлены основные факторы воздействия дноуглубления на окружающую среду и оценено их влияние на водные объекты, определены экологически допустимые параметры углубления и расширения русла реки Дон в зоне деятельности АДМК. Для решения поставленных задач были разработаны программа полевых и лабораторных исследований, методики комплексной эколого-гидрологической оценки современного состояния водных объектов и оценки воздействия на окружающую среду дноуглубления и расширения судоходных каналов в дельте реки Дон и Таганрогском заливе. На полевом этапе работ были отобраны и проанализированы 39 проб воды, 39 проб взвеси, 105 проб донных отложений. Выполнены гидрологические измерения и буровые работы. В исследуемых водных объектах выделены и изучены однородные водные комплексы – аквальные ландшафты. Выполнен комплекс работ по определению абсолютных высот урезов воды и координат буровых скважин на речном участке АДМК. В районах предполагаемого складирования извлекаемого грунта проведено обследование почв и растительного покрова.

**Ключевые слова:** дноуглубительные работы, дельты рек, Нижний Дон, Азово-Донской морской канал, методика комплексной эколого-гидрологической оценки, воздействие дноуглубления на окружающую среду, аквальные ландшафты.

*The article presents the results of a comprehensive environmental impact assessment of possible ways to deepen and expand navigable canals, in particular, the Azov-Don Sea Channel (ADSC). The modern ecological situation is assessed, the aquatic landscapes are identified and their resistance to anthropogenic impact is determined, the degree of anthropogenic transformation, the ability to accumulate or dissipate pollutants, the main factors of the impact of dredging on the environment are assessed and their impact on water objects is assessed, environmentally acceptable parameters for deepening and expansion the river Don in the area of ADSC. To solve the tasks set, a program of field and laboratory studies, methods of integrated ecological and hydrological assessment of the current state of water bodies and assessment of the impact on the environment of dredging and expansion of navigable canals in the delta of the Don river and Taganrog Bay were developed. At the field stage of the work, 39 water samples, 39 samples of suspended matter, 105 samples of bottom sediments were selected and analyzed. Hydrological measurements and drilling operations were carried out. In the studied water bodies, homogeneous water complexes - aqual landscapes - have been identified and studied. A set of works was performed to determine the absolute heights of the water cuts and the coordinates of the boreholes in the river section of ADSC. In the areas of the alleged storage of the extracted soil, a survey of soils and vegetation cover was carried out.*

**Keywords:** dredging works, rivers deltas, Lower Don, Azov-Don Sea Channel, methodology of integrated ecological and hydrological assessment, impact of dredging on the environment, aquatic landscapes.

Для поддержания необходимых судоходных глубин на внутренних водных путях ежегодно выполняется большой объем дноуглубительных работ, в процессе которых оказывается воздействие на окружающую среду (ОС). В соответствии с российским природоохранным законодательством для проведения дноуглубительных работ необходимо выполнить оценку воздействия на ОС намечаемой деятельности и получить разрешение природоохранных органов.

В дельтах рек по сравнению с вышерасположенными участками гидрологический режим, русловые процессы, а также условия миграции и концентрации загрязняющих веществ существенно отличаются. Если на вышерасположенных участках рек преобладают повышенные скорости течения, песчаные осадки, вынос мелких фракций взвесей и загрязняющих веществ, то в дельтах за счет снижения скорости течения происходит осаждение мелких фракций взвесей, образование илистых осадков и аккумуляция в них загрязнений.

Процессы трансформации гидрологического режима и русловых процессов под влиянием дноуглубительных работ в руслах свободных рек хорошо изучены [1, 2], а углубление русла в песчаных осадках не вызывает существенного загрязнения водного объекта. В дельтах рек при углублении русла, сложенного илистыми осадками, наряду с переформированием гидрологического режима и русловых процессов существенное значение приобретает загрязнение практически всех компонентов водного объекта: воды, взвеси, донных отложений, гидробионтов.

Поэтому при выполнении дноуглубительных работ в дельтах судоходных рек актуальными

являются комплексная оценка современной экологической ситуации, выявление основных факторов воздействия на ОС и оценка их влияния на водные объекты, определение экологически допустимых параметров углубления и расширения русел рек.

### Постановка задачи

В соответствии с Транспортной стратегией Российской Федерации до 2030 г., Стратегией развития морской портовой инфраструктуры России до 2030 г., приоритетными направлениями развития водного транспорта в Южном федеральном округе являются усиление подходов к морским портам, строительство новых воднотранспортных межбассейновых соединений, увеличение мощностей всех морских портов с ростом их грузооборота.

Для реализации указанных стратегий ФГУП «Росморпорт» была поставлена задача – выполнить комплексную оценку воздействия на ОС возможных способов расширения и углубления Азово-Донского морского канала (АДМК).

Предлагалось рассмотреть два варианта расширения и углубления АДМК: первый – дноуглубление до 5,5 м при рабочей ширине прорези 85 м; второй – максимально возможное дноуглубление и расширение при сохранении рациональных природоохранных характеристик в зоне АДМК.

АДМК расположен в дельте р. Дон и восточной части Таганрогского залива. Протяженность речной части составляет 14,0 км, морской части – 25,3 км, гарантированные навигационные габариты: глубина – 4,0 м, ширина – 70 м.

### Материалы и методы исследований

Для выполнения оценки современной экологической ситуации и определения воздействий намечаемой деятельности на ОС были разработаны программа полевых и лабораторных исследований, методики комплексной эколого-гидрологической оценки современного состояния водных объектов и оценки воздействия на ОС дноуглубления и расширения судоходных каналов в дельте реки и морском заливе.

Комплексная эколого-гидрологическая оценка состояния р. Дон в зоне деятельности АДМК включала следующие виды исследований:

- изучение гидрологического режима и его трансформации под влиянием антропогенных факторов;
- исследование геоморфологического строения русла р. Дон и русловых процессов;
- характеристика геологического строения верхней толщи осадков и современного осадкообразования;
- оценка уровня загрязнения воды, взвеси, донных отложений;
- выделение однородных природных комплексов (аквальных ландшафтов), изучение особенностей их формирования и антропогенного преобразования;
- комплексная экологическая оценка состояния водных объектов, определение степени опасности экологической ситуации;

– обследование почв и растительных сообществ на участках возможного складирования извлекаемого грунта.

Для оценки воздействия на ОС возможного дноуглубления и расширения АДМК в р. Дон выполнены следующие виды исследований:

1. Выявление основных факторов негативного воздействия на природную среду дноуглубления и расширения АДМК.
2. Оценка воздействия дноуглубления и расширения АДМК:
  - на гидрологический режим р. Дон;
  - геоморфологическое строение русла, русловые процессы и осадкообразование;
  - уровень загрязнения воды, взвеси, донных отложений;
  - гидробионты;
  - аквальные ландшафты.
3. Оценка и прогноз степени экологической опасности (экологического риска) дноуглубления и расширения АДМК.

На 15 профилях (рис. 1), пересекающих основные элементы русла р. Дон, были проведены комплексные гидрологические, геоморфологические, гидрохимические, гидробиологические и геохимические исследования, отобраны и проанализированы 39 проб воды, 39 проб взвеси, 105 проб донных отложений.

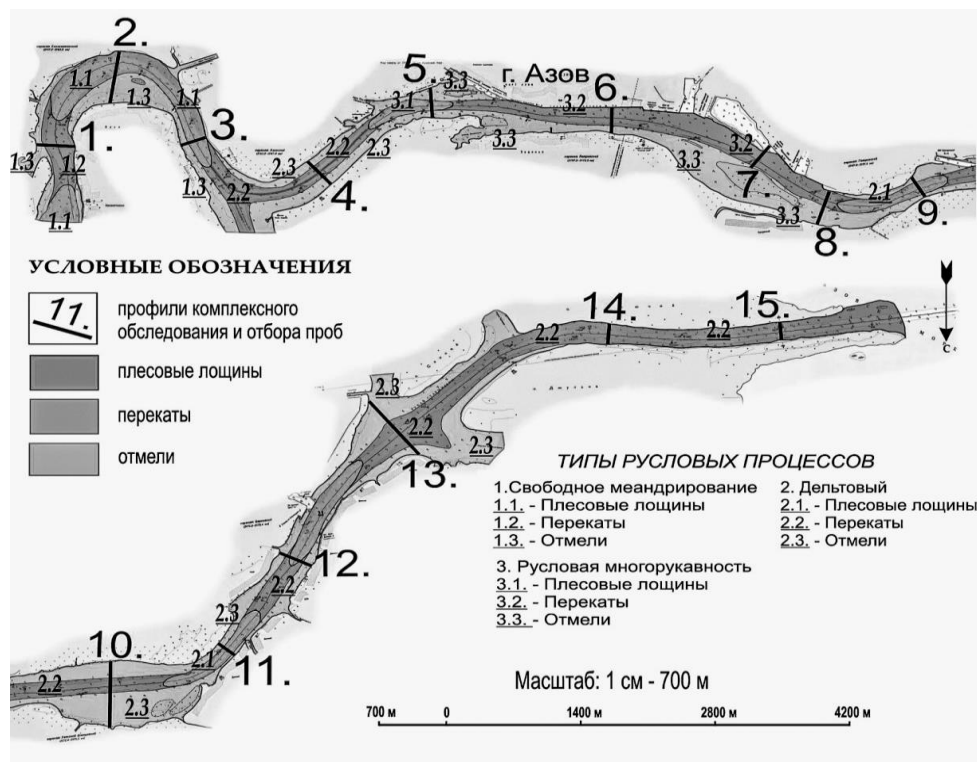


Рис. 1. Профили комплексных исследований и типы русловых процессов в речной части АДМК /  
 Fig. 1. Profiles of complex studies and types of channel processes in the river part of ADSC

В р. Дон с помощью акустического доплеровского измерителя параметров водного потока – ADP № 602 (Acoustic Doppler Profiler) SonTek/YSI, San Diego, USA, проведены измерения скорости и направления течений, расходов воды, поперечных профилей русла и др.

Для изучения верхней толщи осадков в речной части АДМК в местах предполагаемого дноуглубления пробурена 21 скважина глубиной 10 м.

Выполнен комплекс работ по определению абсолютных высот урезов воды и координат буровых скважин на речном участке АДМК с применением комплекта GNSS – глобальной навигационной спутниковой системы TRIUMPH-1 в режиме реального времени.

В районе действующего земснаряда с помощью специальных седиментационных ловушек изучены процессы взмучивания, разноса и переотложения извлекаемых донных осадков в русле р. Дон.

В местах предполагаемого складирования извлекаемого грунта проведено обследование почв и растительного покрова.

В исследуемых водных объектах выделены однородные водные комплексы – аквальные ландшафты, определены их устойчивость к антропогенному воздействию, степень антропогенного преобразования, способность накапливать или рассеивать загрязняющие вещества [3].

### Результаты исследований

Скорость потока на исследуемом участке р. Дон изменяется в пределах от 0,51 до 0,125 м/с, снижаясь по мере продвижения вниз по течению. На неизменных участках русла скорости течения в поперечном профиле распределяются в соответствии с известными природными закономерностями (рис. 2а).

На участках русла в районе порта Азов, подвергшихся сильному антропогенному изменению, отмечается значительное снижение скорости потока у причальной стенки, где проводились дноуглубительные работы (рис. 2б).

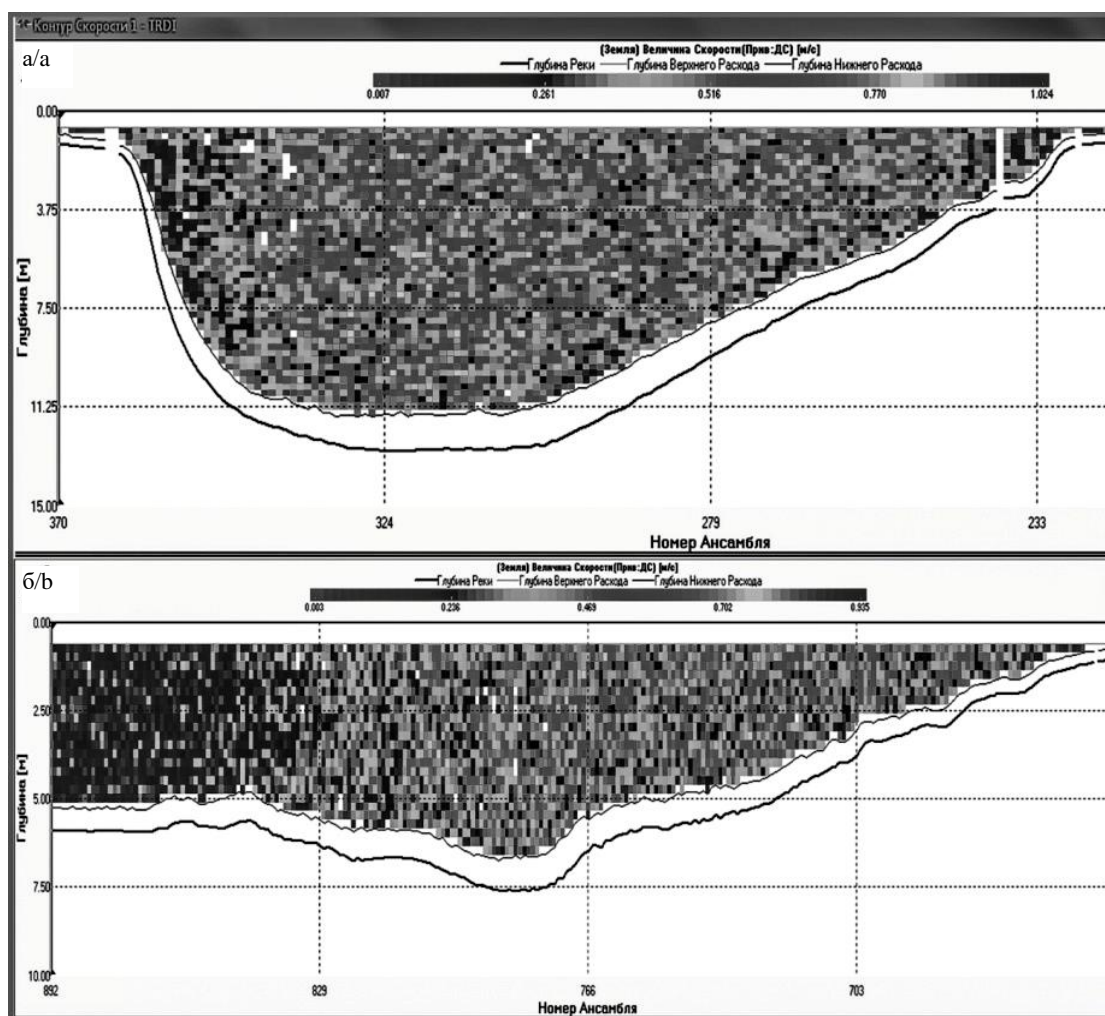


Рис. 2. Скорости течения в поперечном профиле р. Дон: а – на естественном участке; б – на антропогенно измененном участке / Fig. 2. Flow velocities in the transverse profile of the Don River: a - on a natural site; b - on the anthropogenically altered site

Максимальный расход воды 720–770 м<sup>3</sup>/с установлен на трех верхних профилях. По мере разделения потока на рукава расход воды снижается до 360–370 м<sup>3</sup>/с в средней части и до 180–210 м<sup>3</sup>/с в нижней части исследуемого участка.

Содержание взвеси в речной воде уменьшается по мере приближения к морской части дельты Дона в среднем от 85 до 60 мг/дм<sup>3</sup>. В морской части изученной акватории концентрация взвеси существенно меньше (30–50 мг/дм<sup>3</sup>), что хорошо соответствует классическим представлениям о естественных процессах удаления взвешенных веществ в зоне взаимодействия речных и морских вод.

По морфологии на данном отрезке р. Дон выделено три типа русла с определенным сочетанием русловых процессов: извилистое, многорукавное и прямолинейное (слабоискривленное). К основным геоморфологическим элементам в указанных типах русел относятся плесовые лощины, перекааты, отмели, побочни, острова и осередки (рис. 1).

Русло р. Дон в районе АДМК в большой степени изменено хозяйственной деятельностью: дноуглублением, отсыпками на берегу, сооружениями водозаборов, набережных, причальных стенок, ковшей, бетонных откосов, другими гидротехническими сооружениями. Тем не менее его современное состояние сохраняет природные геоморфоло-

гические особенности и близкий к естественному характер русловых процессов.

В нижнем течении Дона удельный комбинаторный индекс загрязнения воды варьирует в пределах 2,7–5,0, класс качества воды – от 3а (загрязненная) до 4а (грязная). Вода загрязнена органическим веществом, соединениями азота, фосфатами, сульфатами, нефтепродуктами, железом, марганцем, медью, цинком.

В донных отложениях на исследуемом участке р. Дон преобладают крупные алевриты, которые занимают большую часть перекаатов, нешироких отмелей и плесовых лощин. Пески различной размерности встречаются преимущественно в плесовых лощинах и на части перекаатов. Мелкоалевритовые илы имеют преимущественное распространение на мелководных прибрежных отмелях, а также в протоках, огибающих острова (рис. 3).

Донные отложения являются депонирующей средой, в которой накапливаются загрязняющие вещества. Однако в различных типах осадков концентрация химических элементов существенно отличается (табл. 1). Поэтому оценка загрязнения донных отложений производилась для каждого типа осадков с учетом фонового содержания в них химических элементов в соответствии с [4].

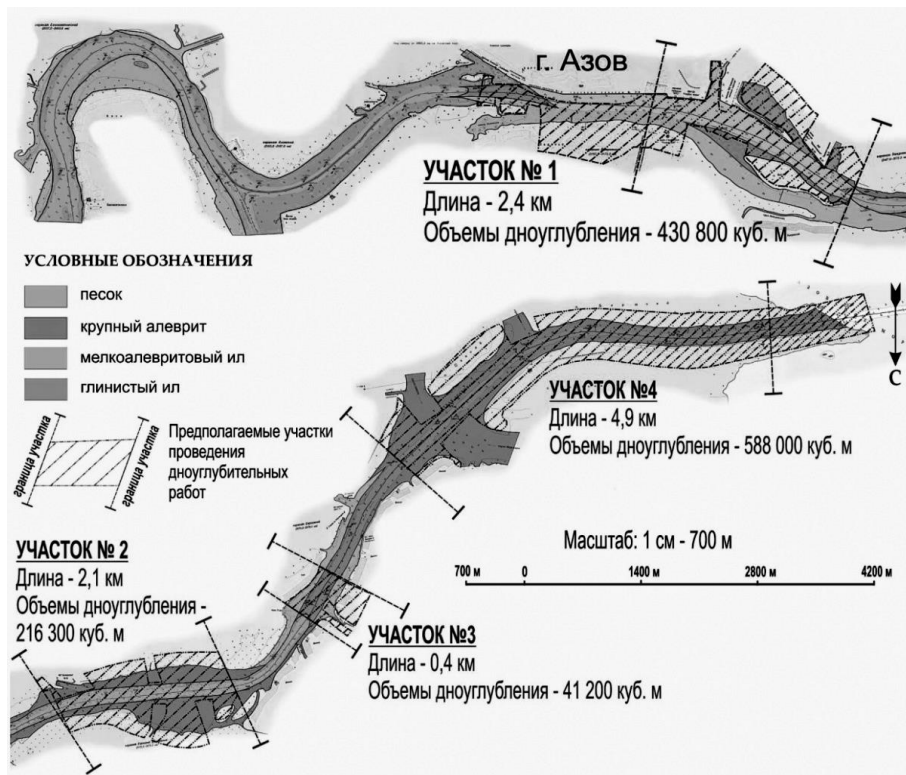


Рис. 3. Схема донных отложений и участков предполагаемого дноуглубления в речной части АДМК /  
 Fig. 3. Scheme of bottom sediments and areas of the proposed dredging in the river part of ADSC

Донные отложения являются депонирующей средой, в которой накапливаются загрязняющие вещества. Однако в различных типах осадков концентрация химических элементов существенно от-

личается (табл. 1). Поэтому оценка загрязнения донных отложений производилась для каждого типа осадков с учетом фонового содержания в них химических элементов в соответствии с [4].

Таблица 1

Среднее содержание элементов во взвеси и донных отложениях р. Дон, мг/кг /  
 The average content of elements in suspended matter and bottom sediments of the river Don, mg/kg

Материал исследования	Число проб	Cu	Pb	Zn	Mn	Ni	Co	Cr	V
Взвесь	7	52	16	122	151	39	14	211	172
Донные отложения:									
песок	12	20	8	65	34	13	8	200	7
крупный алеврит	13	25	9	83	50	14	9	230	9
мелкоалевритовый ил	18	39	12	118	68	26	11	245	9,2

В р. Дон на отдельных участках – у ст. Елизаветинской, Азовского порта, ООО «Донтерминал» и хутора Донского – установлен слабый и средний уровень загрязнения донных отложений медью, свинцом, цинком, марганцем, никелем, хромом, коэффициенты концентрации которых составляют 1,5–7.

На основании комплексной экологической оценки [3], учитывающей природную дифференциацию акватории, степень антропогенного преобразования ландшафтов, их способность накапливать или рассеивать химические элементы, с помощью интегральных показателей, отражающих уровень загрязнения как отдельных компонентов, так и ландшафтов в целом, в исследуемых водных объектах выделены районы с напряженной и критической экологической ситуацией (третья и четвертая градации по шестибальной шкале).

На большей части исследуемой акватории преобладает напряженная экологическая ситуа-

ция. Критическая экологическая ситуация наблюдается на илистых отмелях р. Дон и в районе Азовского порта, которая сформировалась в результате значительного углубления русла Дона, снижения скорости потока, отложения мелких фракций взвесей, преобразования донных отложений из крупных алевритов в мелкоалевритовые илы и накопления в них загрязняющих веществ.

Анализ промеров глубины показал, что в речной части АДМК на значительном протяжении глубины со значением 5,5 м уже имеются, что объясняется чередованием относительно глубоководных плесовых участков и мелководных перекатов, на которых и предполагается производить дноуглубление. Для достижения глубин 5,5 м необходимо произвести дноуглубительные работы на четырех участках (перекатах), параметры которых представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры дноуглубительных работ в дельте р. Дон / Parameters of dredging in the Don Delta

Перекат	Протяженность углубляемого участка реки, м	Средняя мощность снимаемого слоя, м	Объем дноуглубительных работ, м <sup>3</sup>
Петровский	2400	1,5	430 800
Узякский	2100	0,6	216 000
Церковный	400	0,6	41 200
Остров Джулька	4900	0,8	588 000

К основным значимым факторам воздействия на ОС дноуглубления и расширения судоходных каналов, расположенных в дельте реки, следует отнести воздействие на:

- гидрологический режим реки;
- геоморфологическое строение русла, русловые процессы и осадкообразование;
- уровень загрязнения воды, взвеси, донных отложений;

- водные гидробионты;
- аквальные ландшафты реки;
- увеличение степени опасности экологической ситуации.

Расчет, выполненный в соответствии с Руководством по улучшению судоходных условий на свободных реках [2], показал, что падение уровня воды на речном участке АДМК при углублении канала до 5,5 м составит не менее 23 см в районе

порта Азов и распространится на участок Дона выше по течению. Это более чем в два раза превысит допустимую величину, равную 10 см.

В результате планируемого дноуглубления будет значительно увеличена глубина и достигнуто расширение руслового корыта, иногда превосходящее его современную ширину. Такая деформация поперечного профиля русла, безусловно, приведет к изменению русловых гидро- и литодинамических процессов на данном участке.

Следствием перестройки русла может быть увеличение аккумуляции в связи с падением скоростей, обусловленным увеличением площади живого сечения. Однако в случае складирования изымаемого материала в приустьевую зону изменения будут менее значительными, поскольку площадь сечения русла, по существу, останется прежней.

Анализ геологического строения и инженерно-геологических условий верхней толщ отложений, физических свойств и химического состава извлекаемого грунта, близкого по своим параметрам к естественным отложениям, поступающим на поверхность дельты в процессе ее периодического затопления, позволяет предположить, что углубление и расширение АДМК в речной части существенного влияния на геологическую среду не окажут.

Учитывая существенную зависимость уровня подземных вод от изменения уровня воды в р. Дон, можно предположить, что воздействие дноуглубления и расширения АДМК на подземные воды может проявиться на участках дельты с неглубоким (до 1 м) залеганием подземных вод, прилегающих к руслу р. Дон. Это воздействие может выразиться в снижении уровня подземных вод в отдельные периоды времени на 0,1–0,2 м.

При дноуглублении в зоне работы земснарядов происходит увеличение мутности воды в 5–8 раз по сравнению с фоновыми величинами на протяжении 600–1000 м. При дальнейшем удалении от источника взмучивания осадков происходит быстрое осаждение взвеси, и мутность воды достигает фоновых величин на расстоянии 1500–2000 м от земснаряда.

Концентрация большинства тяжелых металлов во взвеси в зоне деятельности земснаряда превышает их содержание в осадках (табл. 1). Осаждение взвеси приведет к загрязнению донных отложений. В связи с этим уровень загрязнения осадков на трех углубляемых участках (Петровский, Узьянский и остров Джулька) может повыситься от слабого до среднего.

Воздействие на водные биоресурсы в районе проведения дноуглубительных работ будет оказываться за счет отторжения площади трассы судоходного канала и образования зоны повышенной

мутности при работе земснарядов по руслу канала и в районе дампинга грунта. Ущерб рыбным запасам неизбежен, что повлечет компенсационные платежи за ущерб водным биоресурсам.

Воздействие на почвенно-растительный покров района будет происходить на речном участке АДМК при намыве грунта на сушу. Химического загрязнения при рефулировании грунтов дноуглубления не произойдет. Вопросы размещения грунта в приустьевой зоне и на суше потребуют особых разрешительных процедур, поскольку район АДМК непосредственно примыкает к особо охраняемым природным территориям.

Негативное воздействие на атмосферу, а также воздействие физических факторов (шум, вибрация и ЭМИ) будут находиться в пределах допустимых значений.

Отходы всех видов, образующиеся на земснарядных, не нанесут ущерба ОС, поскольку в полном объеме передаются на очистительные суда компаний – операторов по отходам. Мощностей для приема и переработки судовых отходов в районе АДМК достаточно, чтобы обеспечить их бесперебойный прием с земснарядов.

Существующие аквальные ландшафты в р. Дон на участках дноуглубления подвергнутся более глубокому антропогенному преобразованию, которое приведет к снижению их устойчивости, усилению процессов аккумуляции вещества, формированию илистых осадков, развитию в них восстановительных процессов и концентрации загрязняющих веществ. Экологическая ситуация в аквальных ландшафтах изменится от напряженной до критической.

Полученные результаты позволяют предположить, что углубление до 5,5 м и расширение АДМК по экологическим параметрам, в принципе, возможны, но приведут к существенной трансформации природных процессов в р. Дон, увеличению уровня загрязнения практически всех компонентов водной системы, повышению степени опасности существующей экологической ситуации.

Дальнейшее расширение и углубление АДМК может привести к значительной деградации природных процессов и экосистем Нижнего Дона и, по мнению авторов, с экологической точки зрения не представляется возможным.

## Выводы

1. К основным значимым факторам воздействия на ОС дноуглубления и расширения судоходных каналов, расположенных в дельте реки, следует отнести воздействие на гидрологический режим; геоморфологическое строение русла, русловые



процессы и осадкообразование; уровень загрязнения воды, взвеси, донных отложений; водные гидробионты; аквальные ландшафты.

2. В результате дноуглубления и расширения судоходных каналов в дельтах рек существенно снижается уровень воды, преобразуются русло реки и русловые процессы, изменяется тип донных отложений, сокращается численность водных гидробионтов, повышаются уровень загрязнения всех компонентов водного объекта и степень опасности экологической ситуации.

3. На участках дноуглубления и расширения русла реки происходят снижение скорости течения воды, осаждение мелких фракций взвесей, образование илистых осадков и концентрация в них загрязняющих веществ.

4. Воздействие на геологическую среду, почвы и растительный покров в прибрежной зоне, атмосферный воздух, а также воздействие на ОС физических факторов, отходов производства (при правильном обращении с ними) при проведении дноуглубительных работ является несущественным.

#### Литература

1. Гладков Г.Л., Журавлев М.В., Соколов Ю.П. Оценка воздействия на окружающую среду инже-

нерных мероприятий на судоходных реках. СПб.: Изд-во А. Кардакова, 2005. 241 с.

2. Руководство по улучшению судоходных условий на свободных реках. СПб.: ЛИВТ, 1992. 312 с.

3. Хованский А.Д. Геохимия аквальных ландшафтов. Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 1983. 240 с.

4. Сает Ю.Е., Ревич Б.А., Янин Е.П. Геохимия окружающей среды. М.: Недра, 1990. 335 с.

#### References

1. Gladkov G.L., Zhuravlev M.V., Sokolov Yu.P. *Otsenka vozdeistviya na okruzhayushchuyu sredu inzhenernykh meropriyatii na sudokhodnykh rekakh* [Assessment of the environmental impact of engineering activities on navigable rivers]. Saint Petersburg: Izd-vo A. Kardakova, 2005, 241 p.

2. *Rukovodstvo po uluchsheniyu sudokhodnykh uslovii na svobodnykh rekakh* [Guidance on improving navigational conditions on free rivers]. Saint Petersburg: LIVT, 1992, 312 p.

3. Khovanskii A.D. *Geokhimiya akval'nykh landshaftov* [Geochemistry of aquatic landscapes]. Rostov-on-Don: Izd-vo Rost. un-ta, 1983, 240 p.

4. Saet Yu.E., Revich B.A., Yanin E.P. *Geokhimiya okruzhayushchei sredy* [Geochemistry of the environment]. Moscow: Nedra, 1990, 335 p.

## БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

## BIOLOGICAL SCIENCES

УДК 618.19-006.6-099:612.015

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-112-123

### ОЦЕНКА ЭНДОГЕННОЙ ИНТОКСИКАЦИИ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОБОДНОРАДИКАЛЬНОГО ОКИСЛЕНИЯ У БОЛЬНЫХ РАКОМ МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ И РАКОМ ПЕДЖЕТА

© 2018 г. И.А. Горошинская<sup>1</sup>, И.В. Нескубина<sup>1</sup>, Е.И. Сурикова<sup>1</sup>, Л.А. Немашкалова<sup>1</sup>, Е.В. Шалашная<sup>1</sup>,  
П.С. Качесова<sup>1</sup>, М.И. Верескунова<sup>1</sup>, Я.В. Светицкая<sup>1</sup>, Р.Г. Луганская<sup>1</sup>, Е.С. Босенко<sup>1</sup>, О.В. Мхитар'ян<sup>1</sup>,  
Е.И. Триндафилиди<sup>1</sup>, О.В. Быкадорова<sup>1</sup>, М.Н. Дурицкий<sup>1</sup>, О.И. Кит<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, Ростов-на-Дону, Россия

### ASSESSMENT OF ENDOGENOUS INTOXICATION AND INDICATORS OF FREE RADICAL OXIDATION IN PATIENTS WITH BREAST CANCER AND PAGET'S CANCER

I.A. Goroshinskaya<sup>1</sup>, I.V. Neskubina<sup>1</sup>, E.I. Surikova<sup>1</sup>, L.A. Nemashkalova<sup>1</sup>, E.V. Shalashnaya<sup>1</sup>,  
P.S. Kachesova<sup>1</sup>, M.I. Vereskunova<sup>1</sup>, Ja.V. Svetickaya<sup>1</sup>, R.G. Luganskaya<sup>1</sup>, E.S. Bosenko<sup>1</sup>, O.V. Mhitar'jan<sup>1</sup>,  
E.I. Trindafilidi<sup>1</sup>, O.V. Bykadorova<sup>1</sup>, M.N. Duritskiy<sup>1</sup>, O.I. Kit<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Rostov Research Institute of Oncology, Rostov-on-Don, Russia

Горошинская Ирина Александровна – доктор биологических наук, профессор, главный научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: iagor17@mail.ru

Irina A. Goroshinskaya - Doctor of Biological Sciences, Professor, Main Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: iagor17@mail.ru

Нескубина Ирина Валерьевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: neskubina.irina@mail.ru

Irina V. Neskubina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: neskubina.irina@mail.ru

Сурикова Екатерина Игоревна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: sunsur2000@mail.ru

Ekaterina I. Surikova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: sunsur2000@mail.ru

Немашкалова Людмила Анатольевна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: rnioi.biochem@gmail.com

Ljudmila A. Nemashkalova - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: rnioi.biochem@gmail.com

Шалашина Елена Владимировна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: rnoi.biochem@gmail.com

Elena V. Shalashnaya - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: rnoi.biochem@gmail.com

Качесова Полина Сергеевна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: vnp61@yandex.ru

Polina S. Kachesova - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: vnp61@yandex.ru

Верескунова Марина Ильинична – кандидат медицинских наук, врач-онколог, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: Mivereskunova@mail.ru

Marina I. Vereskunova - Candidate of Medicine, Oncologist, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: Mivereskunova@mail.ru

Светицкая Яна Владимировна – кандидат медицинских наук, научный сотрудник, отделение противоопухолевой лекарственной терапии № 2, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: tenero\_passione@mail.ru

Jana V. Svetickaya - Candidate of Medicine, Researcher, Department of Antitumor Drug Therapy No. 2, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: tenero\_passione@mail.ru

Луганская Роза Генриковна – кандидат медицинских наук, хирург-онколог, отделение опухолей кожи, костей, мягких тканей и молочной железы № 1, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: LRG75@mail.ru

Roza G. Luganskaya - Candidate of Medicine, Surgery-Oncologist, Department of Skin, Bone, Soft Tissue and Breast Tumors No. 1, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: LRG75@mail.ru

Босенко Екатерина Сергеевна – кандидат медицинских наук, хирург-онколог, отделение опухолей кожи, костей, мягких тканей и молочной железы, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: silverokate@gmail.com

Ekaterina S. Bosenko - Candidate of Medicine, Surgery-Oncologist, Department of Skin, Bone, Soft Tissue and Breast Tumors, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: silverokate@gmail.com

Мхитарьян Ольга Викторовна – кандидат медицинских наук, врач-онколог, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: gungame27@mail.ru

Ol'ga V. Mhitar'jan - Candidate of Medicine, Oncologist, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: gungame27@mail.ru

Триндафилиди Елена Ивановна – врач функциональной диагностики, консультативно-диагностическое отделение, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: Triandafilidi.elena@yandex.ru

Elena I. Trindafilidi - Physician of Functional Diagnostics, Consultative and Diagnostic Department, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: Triandafilidi.elena@yandex.ru

Быкадорова Оксана Владимировна – врач функциональной диагностики, консультативно-диагностическое отделение, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: ksy1989@yandex.ru

Oksana V. Bykadorova - Physician of Functional Diagnostics, Consultative and Diagnostic Department, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: ksy1989@yandex.ru

Дурицкий Максим Николаевич – заведующий консультативно-диагностическим отделением, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: Duritskimaxim75@mail.ru

Maksim N. Duritskiy - Head of Consultative and Diagnostic Department, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: Duritskimaxim75@mail.ru

Кит Олег Иванович – доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный директор Ростовского научно-исследовательского онкологического института, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: rnoi@list.ru

Oleg I. Kit - Doctor of Medicine, Professor, Corresponding Member, RAS, General Director, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: rnoi@list.ru

Синдром эндогенной интоксикации относят к числу наиболее распространенных в практике клинической онкологии. Проявления эндотоксикоза у онкологических больных являются многокомпонентными и находящимися во взаимосвязи со свободнорадикальными окислительными процессами.

Цель исследования – сравнительная оценка эндогенной интоксикации и некоторых показателей свободнорадикального окисления у больных раком молочной железы (РМЖ) и раком Педжета. Установлено, что у больных РМЖ наряду со снижением общей концентрации альбумина происходят значительные изменения его функциональных характеристик, а у больных раком Педжета отмечается лишь небольшое снижение функциональной активности альбумина. При РМЖ выявлены более значительные, чем при раке Педжета, изменения в системе производных оксида азота, проявляющиеся в большем увеличении уровня пероксинитрита, тенденции к увеличению нитрозоглутатиона и коэффициента соотношения между уровнем пероксинитрита и формами депонирования оксида азота. У больных РМЖ наблюдалось почти двукратное снижение интенсивности хемилюминесценции и активности церулоплазмينا, в то время как при раке Педжета имело место увеличение оксидазной активности церулоплазмينا при отсутствии статистически значимого изменения интенсивности хемилюминесценции. Полученные результаты согласуются с клинически более благоприятным течением процесса у больных раком Педжета по сравнению с больными РМЖ. Обсуждается возможная последовательность событий при увеличении распространенности злокачественного поражения молочной железы.

**Ключевые слова:** рак молочной железы, рак Педжета, эндогенная интоксикация, альбумин, молекулы средней массы, производные оксида азота, хемилюминесценция крови, церулоплазмин.

*Syndrome of endogenous intoxication is among the most common syndromes in the practice of clinical oncology. Manifestations of endotoxemia in patients with cancer are multicomponent and are in interrelation with the free radical oxidative processes.*

*The aim of the study was a comparative evaluation of endogenous intoxication and some indicators of free radical oxidation in patients with breast cancer and Paget's cancer. It has been established that in patients with breast cancer, along with a decrease in the total albumin concentration, there are significant changes in its functional characteristics, while in patients with Paget's cancer there is only a slight decrease in the functional activity of albumin. With breast cancer, there were more significant changes in the system of nitric oxide derivatives, manifested in a greater increase (than with Paget's cancer) in the level of peroxyxynitrite, a trend towards an increase in nitrosoglutathione as well as in a ratio of the level of peroxyxynitrite and the forms of nitrogen oxide deposition. In patients with breast cancer, an almost twofold decrease in the intensity of chemiluminescence and ceruloplasmin activity was observed, while in Paget's cancer there was an increase in the oxidase activity of ceruloplasmin in the absence of a statistically significant change in the intensity of chemiluminescence. The results are consistent with the clinically more favorable course of the process in patients with Paget's cancer compared with patients with breast cancer. The possible sequence of events with increasing prevalence of malignant lesions of the breast is discussed.*

**Keywords:** breast cancer, Paget's cancer, endogenous intoxication, albumin, middle-weight molecules, nitric oxide derivatives, chemiluminescence of blood, ceruloplasmin.

Злокачественный рост сопровождается изменениями жизненно важных функций организма и полиорганной недостаточностью, в том числе в связи с развитием синдрома эндогенной интоксикации [1–4], который относят к числу наиболее распространенных в клинической практике осложнений; его проявления не имеют специфических признаков и наблюдаются при самых различных, этиологически и патологически нетождественных состояниях. Его основа – дисбаланс системы гомеостаза, в результате которого в тяжелых случаях формируется синдром полиорганной недостаточности [5].

Практически при любой патологии и любом неблагоприятном (стрессовом) воздействии на организм активируются процессы свободнорадикального окисления, что приводит к накоплению токсических веществ, которые относят к эндотоксинам. Повышение в сыворотке крови содержания продуктов перекисного окисления липидов (ПОЛ), а также увеличение активности ферментов детокси-

кации активных форм кислорода являются неспецифическими тестами эндотоксикоза [6]. Показано, что продукты распада липидов (альдегиды, диальдегиды, эпоксиды) оказывают повреждающее действие на различные структуры клетки, белки, нуклеиновые кислоты и являются, следовательно, эндопатогенами. Перекисное повреждение белковых веществ приводит к их деградации и образованию токсических фрагментов, в том числе молекул средней массы (МСМ) [7, 8].

Свободные радикалы (и, в частности, оксид азота и его производные) рассматриваются в качестве ключевых факторов патогенеза опухолевой болезни [9]. Показаны роль оксида азота в промоции канцерогенеза, процессах апоптоза, зависимость его уровня от эффективности лечения [10, 11]. Пероксинитрит, точнее, пероксинитрит-анион (ONOO<sup>-</sup>), образуется в результате реакции супероксидного анион-радикала (O<sub>2</sub><sup>-</sup>) с оксидом азота и выступает в качестве чрезвычайно токсического соединения. Обла-

дая гораздо большей реакционной способностью, чем оксид азота и супероксидный радикал, пероксинитрит участвует в инициации ПОЛ, окислении биологических тиолов, способствует модификации белков и окислительному повреждению клетки, является сильным ДНК-расщепляющим агентом и тем самым может рассматриваться как один из важнейших факторов канцерогенеза [12]. Такие производные оксида азота, как нитрозоглутатион (NO-глутатион) и нитротирозин (NO-тирозин), выполняют функцию его депонирования; 5-нитрозотиолы рассматриваются как основные переносчики оксида азота от клеток-доноров к клеткам-мишеням его действия [13]. В отличие от оксида азота, живущего доли секунды, время полупревращения 5-нитрозоглутатиона составляет 10 ч, а 5-нитрозоцистеина – более 90 мин [14]. Кроме того, S-нитрозотиолы, прежде всего NO-глутатион и содержащие глутатион динитрозольные комплексы железа, обладают выраженной антиоксидантной способностью, тем самым обеспечивая защиту от пероксинитрита и играя решающую роль для выживания клетки в условиях окислительного стресса [15].

Одним из наиболее чувствительных методов изучения ПОЛ является перекись водорода – люминолзависимая хемилюминесценция (ХЛ) плазмы крови, позволяющая косвенным образом судить об уровне свободных радикалов, прежде всего гидроксильного радикала и супероксид-анион радикала, а также об интенсивности взаимодействия активных форм кислорода со свободными радикалами липидов [16]. Основным белком плазмы крови, обладающим антиоксидантными свойствами, является церулоплазмин (ЦП) – полифункциональный ингибитор большого количества свободных радикалов, в том числе супероксидного и гидроксильного [17].

Особо остро проблема эндотоксикоза стоит перед онкологами, так как существующая хроническая опухолевая интоксикация усугубляется противоопухолевым лечением, что вызывает порочный круг для организма онкологического больного. Различная степень выраженности эндогенной интоксикации при опухолевой болезни может обуславливаться изменением обмена белков и других соединений, усилением катаболических процессов и состоянием биомембран на фоне нарушения органов детоксикации и экскреции, накоплением в крови и тканевых депо метаболитов и токсинов [5]. Комплексная диагностика состояния системы эндогенной интоксикации у онкологических больных позволяет оценить функционирование органов и систем детоксикации и своевременно скорректировать их работу на всех этапах обследования и противоопухолевого лечения. Кроме того, степень вы-

раженности метаболических нарушений позволяет судить о тяжести основного заболевания и прогнозировать до некоторой степени его исход.

В последние годы наблюдается неуклонный рост числа заболевших раком молочной железы (РМЖ). Ему принадлежит первое место среди всех злокачественных заболеваний у женщин. Это заболевание отличается гетерогенностью и особенностями развития различных молекулярно-биологических подтипов, что фактически не позволяет рассматривать его как единообразное заболевание [18, 19]; 2/3 опухолей являются гормонозависимыми и относятся к люминальным, а подтипы отличаются друг от друга клинико-морфологически и молекулярно-генетически [20]. Среди различных клинических проявлений РМЖ встречается своеобразная форма менее чем в 5 % случаев, которая обычно внешне протекает в виде заболеваний соска и ареолы – рака Педжета. Это внутрипротоковый эпидермотропный РМЖ, возникающий в устье выводных млечных протоков сосков [21]. Несмотря на редкую встречаемость, актуальность изучения рака Педжета сохраняется.

Для диагностики эндогенной интоксикации традиционно используют два подхода (клинический и лабораторный), дополняющих друг друга. Поскольку клиническая оценка эндотоксикоза не лишена субъективности и сопряжена с опытом и знаниями врача, большое значение в его диагностике придается лабораторным исследованиям. Важным также является понимание метаболических основ развития эндотоксикоза. В этой связи наряду с биохимическими показателями эндотоксикоза мы исследовали уровень производных оксида азота, интенсивность ХЛ и активность ЦП, учитывая их значимость как показателей свободнорадикальных процессов при онкопатологии.

Целью настоящего исследования явилась сравнительная оценка эндогенной интоксикации и некоторых показателей свободнорадикального окисления у больных РМЖ и раком Педжета.

## Материалы и методы

Показатели эндогенной интоксикации были исследованы в крови у 40 онкологических больных с опухолями молочной железы: РМЖ (III – IVst) – 24 чел., рак Педжета молочной железы (IIA – IIIB st) – 16 чел. Все больные проходили лечение и мониторинг в стационаре ФГБУ «РНИОИ» Минздрава России. Одновременно было обследовано 20 относительно здоровых женщин без онкопатологии, сопоставимых по возрасту с обследованными больными.

Для оценки уровня эндогенной интоксикации у больных исследовали содержание МСМ и функциональные свойства альбумина. Содержание МСМ в плазме крови определяли по модифицированному методу Н.И. Габриэлян и В.И. Липатовой (1984) при двух длинах волн – 254 и 280 нм; общую концентрацию альбумина (ОКА) – унифицированным колориметрическим методом с использованием набора реагентов «Ольвекс Диагностикум», Санкт-Петербург; эффективную концентрацию альбумина (ЭКА), т.е. его транспортную функцию, – модифицированным методом с использованием конго красного. О степени сорбции токсических лигандов (резервной связывающей способности альбумина (ССА), соответствующей отношению величин свободных связей пула молекул альбумина к общему количеству его связей) судили по отношению ЭКА/ОКА·100 %. Баланс между накоплением в плазме крови и связыванием токсических лигандов оценивали с помощью коэффициента интоксикации (КИ), который рассчитывали по формуле  $КИ = (МСМ_{254}/ЭКА) \cdot 1000$  [22].

Для суждения о состоянии окислительного метаболизма был исследован ряд показателей, характеризующих интенсивность ПОЛ, уровень производных оксида азота и функционирование антиоксидантной системы плазмы крови, в которой оценивали светосумму быстрой вспышки перекисьиндуцированной люминолзависимой ХЛ, отражающей содержание в системе супероксид-анион-

радикала и гидроксильного радикала [23]. Светосумму ХЛ регистрировали в течение 6 с и выражали в имп. за 6 с. Состояние антиокислительной системы плазмы крови оценивали по активности белкового антиоксиданта плазмы ЦП. Определяли его оксидазную активность колориметрическим методом [24], основанным на окислении парафенилендиамина ЦП. Для оценки системы оксида азота исследовали уровень пероксинитрита и продуктов его взаимодействия с тиолами, содержание нитрозоглутатиона и нитротирозина в плазме крови, которые определяли спектрофотометрически на спектрофлюориметре «Флюорат-02-панорама» при следующих длинах волн: пероксинитрит – 302 нм, NO-глутатион – 338, NO-тирозин – 438. Содержание производных оксида азота рассчитывали с использованием молярных коэффициентов экстинкции [25].

Статистическую обработку результатов проводили с использованием пакета программ STATISTICA 6.0 по t-критерию Стьюдента для двух независимых выборок. Различия считали статистически значимыми при  $p < 0,05$  или имеющими тенденцию к статистической значимости при  $0,05 < p < 0,1$ .

## Результаты и обсуждение

Показатели эндогенной интоксикации, полученные у больных РМЖ и раком Педжета, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Показатели эндогенной интоксикации у больных РМЖ и раком Педжета /  
Indices of endogenous intoxication in patients with breast cancer and Paget's cancer

Группа	Альбумин			МСМ, усл. ед.		КИ
				Длина волны, нм		
	ОКА, г/л	ЭКА, г/л	ССА	254	280	
Доноры, n=20	45,33±0,77	43,01±1,1	94,8±2,014	0,279±0,004	0,206±0,005	6,56±0,243
Больные РМЖ, n =24	25,12±0,69 p<0,001	11,34±1,15 p<0,001	46,02±4,68 p<0,001	0,263±0,012 p>0,1	0,131±0,010 p<0,001	26,45±3,57 p<0,001
Больные раком Педжета, n =16	41,56±2,05 0,05<p<0,1 p <sub>1</sub> =0,000000	32,87±3,33 p<0,01 p <sub>1</sub> <0,00001	78,1±4,5 p<0,01 p <sub>1</sub> <0,0001	0,298±0,021 p>0,1 p <sub>1</sub> >0,1	0,219±0,013 p>0,1 p <sub>1</sub> <0,0001	10,1±1,7 p<0,05 p <sub>1</sub> <0,001

**Примечание.** Значимость различий: p – по сравнению с донорами; p<sub>1</sub> – между РМЖ и раком Педжета.

В плазме крови больных РМЖ содержание альбумина было статистически значимо ниже (на 43,5 %), чем в группе условно здоровых людей, ЭКА был снижен на 71,9 %, ССА – на 46,9. При оценке уровня эндотоксинов выявили, что уровень МСМ<sub>254</sub> статистически значимо не отличался от значений в

группе условно здоровых женщин, тогда как уровень среднемолекулярных пептидов (СМП или МСМ<sub>280</sub>) был статистически значимо снижен на 35,5 %. Снижение функциональной активности альбумина при стабильном уровне токсинов привело к повышению вычисляемого КИ в 3,8 раза.

У больных раком Педжета наблюдалась тенденция к снижению ОКА в плазме крови на 8,3 % по сравнению с содержанием альбумина у женщин без онкопатологии. При этом отмечено статистически значимое снижение ЭКА и ССА на 23,6 и 17,6 % соответственно по сравнению с уровнем у здоровых людей. Содержание обеих фракций МСМ (МСМ<sub>254</sub> и МСМ<sub>280</sub>) не отличалось от значений в группе здоровых женщин. При этом КИ статистически значимо повысился на 45,5 %, что связано, прежде всего, с изменением функционального состояния молекулы альбумина.

Все показатели, отражающие состояние молекулы альбумина, у больных раком Педжета были выше, чем у больных РМЖ, с высокой степенью статистической значимости (р от 0,0001 до 0,000000): ОКА – на 65,4 %, ЭКА – на 189,9, ССА – на 69,7. Уровень СМП был выше на 67,2 %, а КИ

ниже на 61,8 по сравнению со значениями при РМЖ. Таким образом, у больных раком Педжета степень выраженности эндогенной интоксикации не столь значительна, как у больных РМЖ. При этом в обеих группах больных развитие эндотоксикоза обусловлено снижением функциональной активности молекулы альбумина, поскольку нарастания токсинов не происходит.

Так как между развитием синдрома эндогенной интоксикации и нарушением процессов свободно-радикального окисления наблюдается несомненная связь, наряду с изучением показателей эндотоксикоза нами сопоставлены также некоторые показатели, характеризующие окислительный статус крови у больных РМЖ и раком Педжета.

В табл. 2 представлены уровень производных оксида азота, интенсивность ХЛ и оксидазная активность ЦП.

Таблица 2

Показатели свободнорадикальных процессов у больных РМЖ и раком Педжета /  
Indices of free radical processes in patients with breast cancer and Paget's cancer

Группа	Пероксинитрит, нмоль/мг белка	НО-глутатион, нмоль/мг белка	НО-тирозин, нмоль/мг белка	ХЛ, имп. за 6 с	ЦП, мкм/л
Доноры, n=17-20	78,11±2,25	28,19±1,12	5,46±0,28	2901,6±155,5	0,995±0,054
Больные РМЖ, n =24	129,75±10,7 p<0,0001	36,07±4,33 0,05<p<0,1	5,06±0,7 p>0,1	1611,8±208,0 p<0,0001	0,504±0,066 p<0,00001
Больные раком Педжета, n =16	109,03±10,83 p<0,01	31,93±3,84 p>0,1	6,36±1,04 p>0,1	4840,2±1803,0 p>0,1 0,05<p <sub>1</sub> <0,1	1,579±0,188 p<0,01 p <sub>1</sub> <0,0001

**Примечание.** Значимость различий: p – по сравнению с донорами; p<sub>1</sub> – между РМЖ и раком Педжета.

У больных РМЖ наблюдались увеличение уровня пероксинитрита на 66,1 и тенденция к росту НО-глутатиона на 28 % по сравнению со значениями у женщин без онкопатологии. У больных раком Педжета уровень пероксинитрита был увеличен лишь на 39,6 %, а содержание НО-глутатиона значимо не отличалось от уровня у доноров. Содержание НО-тирозина не изменялось в обеих группах больных.

Для объективизации наблюдаемых различий в системе производных оксида азота мы подсчитали коэффициент соотношения между уровнем пероксинитрита и суммой НО-глутатиона и НО-тирозина, которые можно рассматривать в качестве форм депонирования оксида азота. В группе доноров этот коэффициент составил 2,651, в плазме крови больных РМЖ – 3,155, а у больных раком Педжета – 2,845, что свидетельствует о более вы-

раженном нарушении в функционировании системы оксида азота у больных РМЖ по сравнению с больными раком Педжета.

Существенные различия были выявлены между больными РМЖ и раком Педжета при оценке уровня ХЛ и активности ЦП в плазме крови. У больных РМЖ наблюдалось снижение интенсивности ХЛ на 44,5 %, активности ЦП – на 49,3.

У больных раком Педжета наблюдалось увеличение оксидазной активности ЦП на 58,7 %, в то время как изменение интенсивности ХЛ не было статистически значимым. Однако следует отметить, что по интенсивности ХЛ группа больных оказалась крайне неоднородной, о чем свидетельствовала величина ошибки, достигая 37 % от среднего значения. В этой группе у больных Д. и В. отмечены низкие величины интенсивности ХЛ – 763 и 1802 имп. за 6 с соответственно, у больных

Ш. и Щ. – самые высокие величины данного показателя – 30743,5 и 14170 имп. за 6 с. У остальных больных величина интенсивности ХЛ колебалась вокруг значений, характерных для людей без онкопатологии. Больным Д. и В., единственным в группе, поставлена III стадия заболевания, у больной В. обнаружена опухолевая форма рака Педжета, а у больной Д. клиническое проявление заболевания протекало на фоне искусственного прерывания беременности и связанной с этим значительной гормональной перестройки.

В исследованиях, проведенных нами ранее у 65 обследованных больных местнораспространенным и генерализованным РМЖ, было выявлено снижение интенсивности ХЛ плазмы крови, степень выраженности которого увеличивалась по мере роста распространенности опухолевого процесса [26]. Этот показатель оказался прогностически значимым для оценки как распространенности процесса, так и эффективности лечения больных РМЖ [27, 28]. Результаты исследования интенсивности ХЛ в крови больных раком Педжета позволяют предположить, что и при данном виде поражения молочной железы более низкий уровень ХЛ выявляется у больных с большей распространенностью злокачественного процесса. Следует отметить, что из 16 обследованных нами больных раком Педжета у 9 женщин, прошедших комплексное лечение (химиотерапия и операция), наблюдалась полная нормализация интенсивности ХЛ, в то время как у 7 больных, не получивших предоперационную химиотерапию, – превышение данного показателя в среднем по группе на 64,1 %, а также более высокая активность ЦП (на 66,7 выше, чем после комплексного лечения).

Таким образом, в ходе анализа полученных данных у больных с РМЖ и раком Педжета были выявлены различия в степени выраженности эндогенной интоксикации. Несомненно, разбалансировка в показателях, отражающих состояние эндогенной интоксикации, присутствует в обеих группах больных, но более тяжелые проявления эндотоксикоза со значительной потерей самого альбумина отмечаются при РМЖ, и напротив, несколько легче эндогенная интоксикация проявляется у больных со злокачественным поражением соска. При раке Педжета наблюдается лишь тенденция к снижению общего содержания альбумина и его уровень остается на 65,4 % выше, чем у больных РМЖ, а снижение ЭКА, ответственной за функционирование альбумина в качестве основного транспортного белка крови, в 3 раза меньше по сравнению с РМЖ. Большую выраженность эндотоксикоза при РМЖ отражает КИ, который в 2,6 раза выше, чем при раке Педжета.

Наблюдаемое у больных РМЖ изменение функциональных характеристик альбумина наряду со снижением его концентрации в крови происходит не за счет загрузки токсинами, так как, по нашим данным, содержание МСМ<sub>254</sub> не возрастает. Полагаем, что зафиксированный низкий уровень токсинов при РМЖ может быть связан с патофизиологическими особенностями хронического течения опухолевой болезни [29] и, следовательно, с адаптацией метаболических процессов, что позволяет постепенно перестроить работу детоксикационных путей. В данном случае, возможно, это связано с особыми свойствами РМЖ – гормонозависимой опухоли, развитие которой сопровождается гормональным дисбалансом [30]. Это согласуется с выявленным снижением МСМ при 280 нм, поскольку на этой длине волны определяются ароматические аминокислоты, входящие в состав регуляторных пептидов, к которым относятся медиаторы и гормоны, в том числе нейротензины, нейрокинины, вазоактивный интестинальный пептид, соматостатин, соматомедин, вещество Р, эндорфины, энкефалины и другие биологически активные вещества, играющие важную роль в обеспечении гомеостаза и патогенезе различных заболеваний.

Следует отметить, что ранее в наших работах чаще наблюдали нарастание токсинов при опухолевом процессе, но при других морфологических характеристиках и локализациях опухоли, в частности у онкогинекологических и онкоурологических больных [3, 31]; поэтому считаем, что однозначной зависимости или схемы опухоль – накопление токсинов при опухолевом процессе и интоксикации нет.

Анализируя показатели, характеризующие функциональное состояние альбумина в целом, полагаем, что в данном случае при РМЖ имеют место как закрытие сайтов связывания за счет конформационных изменений молекулы альбумина в результате его окислительной модификации под воздействием активных форм кислорода и азота [32], так и количественное снижение этого белка, осуществляющего функцию детоксикации в организме.

С большей выраженностью синдрома эндогенной интоксикации при РМЖ согласуются более значительные изменения в системе производных оксида азота. Увеличение уровня пероксинитрита при РМЖ было существенно выше, чем при раке Педжета, и лишь при РМЖ наблюдали тенденцию к увеличению NO-глутатиона и коэффициента соотношения между уровнем пероксинитрита и формами депонирования оксида азота. Что касается полученных нами данных по уровню кислородных радикалов, то наблюдаемое у части больных раком Педжета увеличение интенсивности ХЛ, сопро-



вождаемое значимым увеличением оксидантной активности ЦП, является достаточно характерной для злокачественного роста картиной, наблюдаемой нами при многих других локализациях (онкогинекологических, урологических) опухолевого процесса [33, 34]. Однако по мере прогрессирования заболевания ситуация может меняться. Снижение интенсивности ХЛ, свидетельствующее о падении уровня свободных радикалов при прогрессировании заболевания, наблюдали при мониторинге больных РМЖ, раке яичников, у больных раком шейки матки при генерализации процесса, у больных неходжкинскими лимфомами с обширным поражением вовлеченных в процесс лимфоузлов [35]. Действие оксида азота на клетки зависит от соотношения внутриклеточных концентраций NO и радикалов кислорода. По данным литературы, при низком уровне супероксидного радикала NO вступает в реакцию с  $ONOO^-$ , что способствует появлению новых активных интермедиатов и последующему синтезу нитрозотиолов, что, по-видимому, и происходит при увеличении распространенности РМЖ. При низком уровне  $O_2^-$  оксид азота вызывает индукцию белков, препятствующих апоптозу, и инактивацию каспазы 3 – одного из ключевых элементов системы, осуществляющих апоптоз [36]. В результате при выявленном у больных РМЖ сниженном уровне свободных радикалов кислорода и достаточно высоком содержании продуктов оксида азота создаются условия для дальнейшего торможения апоптоза раковых клеток, низкий уровень которого является одной из характерных особенностей злокачественной патологии.

Анализ полученных нами результатов и данных литературы позволяет предположить следующую последовательность изменения биохимических показателей у больных со злокачественным поражением молочной железы по мере прогрессирования заболевания. На начальных стадиях развития в организме опухолевого процесса, когда включаются защитные механизмы, наблюдается интенсификация ПОЛ, что, возможно, приводит к увеличению активности антиоксидантных ферментов (для компенсации ПОЛ), повышается образование пероксинитрита, относящегося к одному из наиболее агрессивных участников свободнорадикальных процессов, снижается ненасыщенность липидов с последующими структурными нарушениями мембран. При наличии сформировавшейся опухоли ПОЛ еще идет, ограничивая рост и распространение процесса. Однако прогрессирующие нарушения в системе оксида азота способствуют ослаблению апоптоза злокачественных клеток и дальнейшему развитию опухолевой болезни. При генерализации, вследствие ослабления или прекращения функционирования меха-

низмов противоопухолевой защиты, под влиянием растущей опухоли и патологически высокой активности антиоксидантных ферментов уменьшается активность ПОЛ с увеличением в результате этого ненасыщенности липидов, что проявляется в увеличении суммарного количества двойных связей [37] и нарушении структурно-функциональных свойств мембран. Это согласуется со снижением интенсивности ХЛ, свидетельствующим о падении уровня свободных радикалов при прогрессировании заболевания, а также с усугублением синдрома эндотоксикоза при увеличении распространенности злокачественного процесса.

Полученные нами результаты о степени выраженности и направленности изменений показателей свободнорадикального окисления и уровне эндотоксикоза согласуются с клинической картиной – более благоприятное течение процесса у больных раком Педжета по сравнению с больными РМЖ.

Функциональная нестабильность молекулы альбумина, возможность его окислительной модификации в результате нарушения при онкологическом процессе окислительно-восстановительного статуса, а также уменьшение количества этого белка, приводящие к снижению детоксикационной емкости крови, являются определенными факторами риска для пациента, так как в стандарты лечения опухолевой болезни входят оперативное лечение и проведение противоопухолевого лечения, подразумевающие дополнительную интоксикационную нагрузку на организм больного в целом.

## Литература

1. Педдер В.В., Набока М.В., Косенок В.К., Герунова Л.К., Бойко Т.В., Симонова И.А., Сизых Ю.А., Дурина Д.С., Мироненко В.Н., Попов С.П. О возможности коррекции синдрома эндогенной интоксикации у онкологических больных с применением комплекса физических и физикохимических факторов // Омский науч. вестн. 2012. № 1 (108). С. 120–125.
2. Латипова Д.Х., Проценко С.А., Новик А.В., Семенов А.И., Неведомская Н.Н., Котова З.С., Комаров Ю.И., Абрамовский С.В., Ахаева З.Ю., Семглазова Т.Ю. Место эфферентной терапии в лечении солидных опухолей // Вопросы онкологии. 2015. № 2. С. 174–179.
3. Горошинская И.А., Нескубина И.В., Неродо Г.А., Меньшенина А.П., Гуськова Е.А., Качесова П.С., Немашкалова Л.А., Сурикова Е.И., Шалашина Е.В. Уровень эндогенной интоксикации у онкогинекологических больных // Клини. лаб. диагностика. 2016. Т. 61, № 5. С. 279–282.
4. Горошинская И.А., Нескубина И.В., Владимирова Л.Ю., Тихановская Н.М., Снежко И.В., Матвеев И.А., Немашкалова Л.А., Сторожак А.Э. Состояние

системы эндотоксикоза при лимфопролиферативных заболеваниях // Междунар. журн. прикл. и фундам. исследований. 2016. № 3, ч. 4. С. 560–564.

5. Маржохова А.Р. Показатели синдрома интоксикации у больных рожей : дис. ... канд. мед. наук. Нальчик, 2015. 172 с.

6. Горожанская Э.Г. Свободнорадикальное окисление и механизмы антиоксидантной защиты в нормальной клетке и при опухолевых заболеваниях (лекция) // Клин. лаб. диагностика. 2010. № 6. С. 28–44.

7. Юдакова О.В., Григорьев Е.В. Интенсивность ПОЛ и АОА, уровень молекул средней массы как показателя эндогенной интоксикации при распространенном перитоните // Клин. лаб. диагностика. 2004. № 10. С. 20–22.

8. Юрьева Э.А., Сухоруков В.С., Царегородцев А.Д., Воздвиженская Е.С., Харабадзе М.Н., Новикова Н.Н., Ковальчук М.В. Изменение белковых молекул при эндогенной интоксикации организма как фактор риска хронических обменных болезней // Молекулярная медицина. 2013. № 3. С. 45–52.

9. Ray G., Husain S.A. Oxidants, antioxidants and carcinogenesis // Indian J. Exp. Biology. 2002. Vol. 40, № 11. P. 1213–1232.

10. Kolb I.P. Mechanisms involved in the pro- and antiapoptotic role of NO in human leukemia // Leukemia. 2000. Vol. 14, № 9. P. 1685–1694.

11. Su-Ying Q., Zhao-Xiong X., Yan-Min C. Изменение оксида азота, эндотелинов и супероксиддисмутазы в крови больных гемобластомами // China J. Cancer Prev. and Treat. 2002. Vol. 9, № 5. P. 459–461.

12. Маеда Х., Акаике Т. Оксид азота и кислородные радикалы при инфекции, воспалении и раке // Биохимия. 1998. Т. 63, вып. 7. С. 1007–1019.

13. Vanin A.F. Dinitrosyl iron complexes with thiol-containing ligands as a «working form» of endogenous nitric oxide // Nitric Oxide. 2016. Vol. 54. P. 15–29.

14. Степура А.И., Пилецкая Т.П., Степура И.И. Роль тиольной формы тиаминина в обмене оксида азота // Биохимия. 2005. Т. 70, вып. 3. С. 416–429.

15. Шумаев К.Б., Губкин А.А., Губкина С.А., Гудков Л.Л., Свириева И.В., Тимошин А.А., Топунов А.Ф., Ваннин А.Ф., Рууге Э.К. Взаимодействие динитрозильных комплексов железа с интермедиатами окислительного стресса // Биофизика. 2006. Т. 51, вып. 3. С. 472–477.

16. Владимиров Ю.А., Проскурнина Е.В. Свободные радикалы и клеточная хемилюминесценция // Успехи биол. химии. 2009. Т. 49. С. 341–388.

17. Меньщикова Е.Б., Ланкин В.З., Зенков Н.К., Бондарь И.А., Круговых Н.Ф., Труфакин В.А. Окислительный стресс. Проксиданты и антиоксиданты. М.: Слово, 2006. 556 с.

18. Семиглазов В.Ф., Мерабишвили В.М., Семиглазов В.В., Комяхов А.В., Демин Е.В., Атрощенко А.В., Харитонов М.В. Эпидемиология и скрининг рака молочной железы // Вопросы онкологии. 2017. Т. 63, № 3. С. 375–384.

19. Кит О.И., Шатова Ю.С., Тодоров С.С., Гудцова Т.Н. Частота встречаемости различных молекулярно-биологических подтипов рака молочной железы в зависимости от репродуктивного статуса // Рос. онкол. журн. 2014. Т. 19, № 5. С. 24–27.

20. Кит О.И., Шатова Ю.С., Тодоров С.С., Лисутин А.Э., Гудцова Т.Н., Кечеджиева Э.Э. Гетерогенность люминального рака молочной железы у женщин с различным репродуктивным статусом // Рос. онкол. журн. 2014. Т. 19, № 6. С. 14–17.

21. Никитина Е.А., Нечушкин М.И., Триголовос А.В., Вишневская Я.В. Рак Педжета молочной железы (обзор литературы) // Опухоли женской репродуктивной системы. 2016. Т. 12, № 4. С. 37–46.

22. Матвеев С.Б., Спиридонова Т.Г., Клычкова Е.В., Николаева Н.Ю., Смирнова С.В., Голиков П.П. Критерии оценки эндогенной интоксикации при ожоговой травме // Клин. лаб. диагностика. 2003. № 10. С. 52–53.

23. Шестаков В.А., Бойчевская Н.О., Шерстнев М.П. Хемилюминесценция плазмы крови в присутствии перекиси водорода // Вопр. мед. химии. 1979. Т. 25, вып. 2. С. 132–137.

24. Камышиников В.С. Методы клинических лабораторных исследований. 6-е изд. М.: МЕДпрессинформ, 2013. 736 с.

25. Лобышева И.И., Сереженков В.А., Ванин А.Ф. Взаимодействие динитрозильных тиолсодержащих комплексов железа с пероксинитритом и перекисью водорода in vitro // Биохимия. 1999. Т. 64, вып. 2. С. 194–200.

26. Горошинская И.А., Владимиров Л.Ю., Шалашная Е.В., Немашкалова Л. А. Исследование показателей свободнорадикальных процессов и состояния мембран у больных раком молочной железы // Вопросы биол., мед. и фарм. химии. 2004. № 4. С. 46–51.

27. Патент RU № 2241987. Способ определения распространенности патологического процесса при онкологических заболеваниях / Ю.С. Сидоренко, И.А. Горошинская, Л.Ю. Владимиров, И.В. Нескубина, Л.А. Немашкалова, Е.В. Шалашная. Опубл. 10.12.2004. Бюл. № 34.

28. Патент RU № 2254576. Способ прогнозирования эффективности лечения больных раком молочной железы III – IV стадий / Ю.С. Сидоренко, И.А. Горошинская, Л.Ю. Владимиров, Е.В. Шалашная, Л.А. Немашкалова. Опубл. 20.06.2005 г. Бюл. № 17.

29. Берзин С.А. Биологический смысл канцерогенеза // Вестн. уральской мед. акад. науки. 2010. № 1. С. 84–88.

30. Кит О.И., Франциянц Е.М., Ващенко Л.Н., Шатова Ю.С., Владимиров Л.Ю., Новикова И.А., Бандовкина В.А., Хугаева А.Н., Токмаков В.В., Верескунова М.И. Локальный гормональный фон опухоли и перифокальной зоны у больных в постменопаузе при различных биотипах рака молочной железы // Современные проблемы науки и образования. 2016.

№ 3. С. 5. URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=24403> (дата обращения: 02.06.2017).

31. Горошинская И.А., Шевченко А.Н., Ушакова Н.Д., Филатова Е.В., Немашкалова Л.А., Дурицкий М.Н. Оценка эндогенной интоксикации и уровня белков острой фазы у онкоурологических больных в зависимости от течения заболевания // Клини. лаб. диагностика. 2017. Т. 62, № 11. С. 666–671.

32. Копытова Т.В., Коткова Е.В., Добротина Н.А. Окислительная модификация альбумина сыворотки крови человека при воспалительных заболеваниях кожи // Вестн. Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2014. № 3 (1). С. 65–69.

33. Горошинская И.А., Неродо Г.А., Сурикова Е.И., Качесова П.С., Внуков В.В., Шалашина Е.В., Нескубина И.В., Немашкалова Л.А., Максимова Н.А., Сергеева М.М. Интенсивность хемилюминесценции, состояние антиоксидантной системы и окислительная модификация белков плазмы крови при развитии рецидива рака яичников // Сиб. онкол. журн. 2013. Т. 26, № 4 (58). С. 45–49.

34. Горошинская И.А., Шевченко А.Н., Филатова Е.В., Качесова П.С., Немашкалова Л.А., Чудилова А.В. Влияние внутрипузырной химиотерапии, модифицированной сканирующим электромагнитным полем, на уровень эндотоксикоза и окислительные процессы в крови больных раком мочевого пузыря // Рос. онкол. журн. 2017. Т. 22, № 3. С. 142–148.

35. Горошинская И.А., Голотина Л.Ю., Владимиров Л.Ю., Снежко И.В., Шалашина Е.В., Немашкалова Л.А., Нескубина И.А., Качесова П.С. Прогностическое значение показателей состояния мембран и свободнорадикальных процессов в крови онкологических больных // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. Спецвыпуск. 2005. С. 27–30.

36. Турпаев К.Т. Активные формы кислорода и регуляция экспрессии генов // Биохимия. 2002. Т. 67, вып. 3. С. 339–352.

37. Корман Д.Б., Потанов С.Л. Рак молочной железы и насыщенность липидов крови // Вопросы онкологии. 1997. Т. 43, № 2. С. 164–170.

## References

1. Pedder V.V., Naboka M.V., Kosenok V.K., Gerunova L.K., Boiko T.V., Simonova I.A., Sizykh Yu.A., Durina D.S., Mironenko V.N., Popov S.P. O vozmozhnosti korrektsii sindroma endogennoi intoksikatsii u onkologicheskikh bol'nykh s primeneniem kompleksa fizicheskikh i fizikokhimicheskikh faktorov [On the possibility of correction of the syndrome of endogenous intoxication in cancer patients with the application of a complex of physical and physicochemical factors]. *Omskii nauch. vestn.* 2012, No. 1 (108), pp. 120-125.

2. Latipova D.Kh., Protsenko S.A., Novik A.V., Semanova A.I., Nevedomskaya N.N., Kotova Z.S., Komarov Yu.I., Abramovskii S.V., Akhaeva Z.Yu., Semiglazova T.Yu. Mesto efferentnoi terapii v lechenii solidnykh opukholei [Place of efferent therapy in the treatment of solid tumors]. *Voprosy onkologii.* 2015, No. 2, pp. 174-179.

3. Goroshinskaya I.A., Neskubina I.V., Nerodo G.A., Men'shenina A.P., Gus'kova E.A., Kachesova P.S., Nemashkalova L.A., Surikova E.I., Shalashnaya E.V. Uroven' endogennoi intoksikatsii u onkoginekologicheskikh bol'nykh [The level of endogenous intoxication in oncogynecological patients]. *Klin. lab. diagnostika.* 2016, vol. 61, No. 5, pp. 279-282.

4. Goroshinskaya I.A., Neskubina I.V., Vladimirova L.Yu., Tikhonovskaya N.M., Snezhko I.V., Matveev I.A., Nemashkalova L.A., Storozhakova A.E. Sostoyanie sistemy endotoksikoza pri limfoproliferativnykh zabolevaniyakh [The state of the endotoxemia system in lymphoproliferative diseases]. *Mezhdunar. zhurn. prikl. i fundam. issledovani.* 2016, No. 3, ch. 4, pp. 560-564.

5. Marzhokhova A.R. *Pokazateli sindroma intoksikatsii u bol'nykh rozhei : dis. ... kand. med. nauk* [Indicators of intoxication syndrome in patients with erysipelas]. Nalchik, 2015, 172 p.

6. Gorozhanskaya E.G. Svobodnoradikal'noe okislenie i mekhanizmy antioksidantnoi zashchity v normal'noi kletke i pri opukholevykh zabolevaniyakh (lektiya) [Free radical oxidation and mechanisms of antioxidant protection in a normal cell and in tumor diseases (lecture)]. *Klin. lab. diagnostika.* 2010, No. 6, pp. 28-44.

7. Yudakova O.V., Grigor'ev E.V. Intensivnost' POL i AOA, uroven' molekul srednei massy kak pokazatelya endogennoi intoksikatsii pri rasprostranennom peritonite [The intensity of LPO and AOA, the level of medium-mass molecules as an index of endogenous intoxication with prevalent peritonitis]. *Klin. lab. diagnostika.* 2004, No. 10, pp. 20-22.

8. Yur'eva E.A., Sukhorukov V.S., Tsaregorodtsev A.D., Vozdvizhenskaya E.S., Kharabadze M.N., Novikova N.N., Koval'chuk M.V. Izmenenie belkovykh molekul pri endogennoi intoksikatsii organizma kak faktor riska khronicheskikh obmennykh boleznei [Changes in protein molecules in endogenous intoxication of the body as a risk factor for chronic metabolic diseases]. *Molekulyarnaya meditsina.* 2013, No. 3, pp. 45-52.

9. Ray G., Husain S.A. Oxidants, antioxidants and carcinogenesis. *Indian J. Exp. Biology.* 2002, vol. 40, No. 11, pp. 1213-1232.

10. Kolb I.P. Mechanisms involved in the pro- and antiapoptotic role of NO in human leukemia. *Leukemia.* 2000, vol. 14, No. 9, pp. 1685-1694.

11. Su-Ying Q., Zhao-Xiong X., Yan-Min C. Izmeneniya oksida azota, endotelina i superoksid-dismutazy v krovi bol'nykh gemoblastozami [Changes in nitric oxide, endothelin and superoxide dismutase in the blood of patients with hemoblastosis]. *China J. Cancer Prev. and Treat.* 2002, vol. 9, No. 5, pp. 459-461.

12. Maeda Kh., Akaike T. Oksid azota i kislorodnye radikaly pri infektsii, vospalenii i rake [Nitric oxide and

oxygen radicals in infection, inflammation and cancer]. *Biokhimiya*. 1998, vol. 63, iss. 7, pp. 1007-1019.

13. Vanin A.F. Dinitrosyl iron complexes with thiol-containing ligands as a «working form» of endogenous nitric oxide. *Nitric Oxide*. 2016, vol. 54, pp. 15-29.

14. Stepuro A.I., Piletskaya T.P., Stepuro I.I. Rol' tiol'noi formy tiamina v obmene oksida azota [The role of the thiamine form of thiamine in the exchange of nitric oxide]. *Biokhimiya*. 2005, vol. 70, Iss. 3, pp. 416-429.

15. Shumaev K.B., Gubkin A.A., Gubkina S.A., Gudkov L.L., Sviryaeva I.V., Timoshin A.A., Topunov A.F., Vanin A.F., Ruuge E.K. Vzaimodeistvie dinitrozil'nykh kompleksov zheleza s intermediatami oksilitel'nogo stressa [Interaction of dinitrosyl complexes of iron with intermediates of oxidative stress]. *Biofizika*. 2006, vol. 51, Iss. 3, pp. 472-477.

16. Vladimirov Yu.A., Proskurnina E.V. Svobodnye radikaly i kletochnaya khemilyuminestsentsiya [Free radicals and cellular chemiluminescence]. *Uspekhi biol. khimii*. 2009, vol. 49, pp. 341-388.

17. Men'shchikova E.B., Lankin V.Z., Zenkov N.K., Bondar' I.A., Krugovykh N.F., Trufakin V.A. Okislitel'nyi stress. Prooksidanty i antioksidanty [Oxidative stress. Prooxidants and antioxidants]. Moscow: Slovo, 2006, 556 p.

18. Semiglazov V.F., Merabishvili V.M., Semiglazov V.V., Komyakhov A.V., Demin E.V., Atroshchenko A.V., Kharitonov M.V. Epidemiologiya i skringing raka molochnoi zhelezy [Epidemiology and screening of breast cancer]. *Voprosy onkologii*. 2017, vol. 63, No. 3, pp. 375-384.

19. Kit O.I., Shatova Yu.S., Todorov S.S., Gudtskova T.N. Chastota vstrechaemosti razlichnykh molekulyarno-biologicheskikh podtipov raka molochnoi zhelezy v zavisimosti ot reproduktivnogo statusa [Frequency of occurrence of different molecular and biological subtypes of breast cancer depending on reproductive status]. *Ros. onkol. zhurn.* 2014, vol. 19, No. 5, pp. 24-27.

20. Kit O.I., Shatova Yu.S., Todorov S.S., Lisutin A.E., Gudtskova T.N., Kechedzhieva E.E. Geterogenost' lyuminal'nogo raka molochnoi zhelezy u zhenshchin s razlichnym reproduktivnym statusom [Heterogeneity of luminal breast cancer in women with different reproductive status]. *Ros. onkol. zhurn.* 2014, vol. 19, No. 6, pp. 14-17.

21. Nikitina E.A., Nechushkin M.I., Trigolosov A.V., Vishnevskaya Ya.V. Rak Pedzheta molochnoi zhelezy (obzor literatury) [Cancer of the Paget of the breast (review of the literature)]. *Opukholi zhenskoi reproduktivnoi sistemy*. 2016, vol. 12, No. 4, pp. 37-46.

22. Matveev S.B., Spiridonova T.G., Klychnikova E.V., Nikolaeva N.Yu., Smirnova S.V., Golikov P.P. Kriterii otsenki endogennoi intoksikatsii pri ozhogovoi travme [Criteria for assessing endogenous intoxication with burn trauma]. *Klin. lab. diagnostika*. 2003, No. 10, pp. 52-53.

23. Shestakov V.A., Boichevskaya N.O., Sherstnev M.P. Khemilyuminestsentsiya plazmy krovi v prisutstvii perekisi vodoroda [Chemiluminescence of blood plasma in the presence of hydrogen peroxide]. *Vopr. med. khimii*. 1979, vol. 25, Iss. 2, pp. 132-137.

24. Kamyshnikov V.S. *Metody klinicheskikh laboratornykh issledovaniy* [Methods of clinical laboratory research]. 6th ed. Moscow: MEDpress-inform, 2013, 736 p.

25. Lobysheva I.I., Serezhenkov V.A., Vanin A.F. Vzaimodeistvie dinitrozil'nykh tiolsoderzhashchikh kompleksov zheleza s peroksininitritom i perekis'yu vodoroda in vitro [Interaction of dinitrosyl thiol-containing iron complexes with peroxynitrite and hydrogen peroxide in vitro]. *Biokhimiya*. 1999, vol. 64, Iss. 2, pp. 194-200.

26. Goroshinskaya I.A., Vladimirova L.Yu., Shalashnaya E.V., Nemashkalova L. A. Issledovanie pokazatelei svobodnoradikal'nykh protsessov i sostoyaniya membran u bol'nykh rakom molochnoi zhelezy [Investigation of free radical processes and membrane states in patients with breast cancer]. *Voprosy boil., med. i farm. khimii*. 2004, No. 4, pp. 46-51.

27. Sidorenko Yu.S., Goroshinskaya I.A., Vladimirova L.Yu., Neskubina I.V., Nemashkalova L.A., Shalashnaya E.V. *Sposob opredeleniya rasprostranennosti patologicheskogo protsessa pri onkologicheskikh zabolevaniyakh* [A method for determining the prevalence of a pathological process in cancer diseases]. Certificate, No 2241987. 10.12.2004. Bull. No. 34.

28. Sidorenko Yu.S., Goroshinskaya I.A., Vladimirova L.Yu., Shalashnaya E.V., Nemashkalova L.A. *Sposob prognozirovaniya effektivnosti lecheniya bol'nykh rakom molochnoi zhelezy III – IV stadii* [A method for predicting the effectiveness of treatment of patients with breast cancer of III-IV stages]. Certificate, No 2254576. 20.06.2005. Bull. No. 17.

29. Berzin S.A. Biologicheskii smysl kantserogeneza [Biological meaning of carcinogenesis]. *Vestn. ural'skoi med. akad. nauki*. 2010, No. 1, pp. 84-88.

30. Kit O.I., Frantsiyants E.M., Vashchenko L.N., Shatova Yu.S., Vladimirova L.Yu., Novikova I.A., Bandovkina V.A., Khugaeva A.N., Tokmakov V.V., Vereskunova M.I. Lokal'nyi gormonal'nyi fon opukholi i perifokal'noi zony u bol'nykh v postmenopauze pri razlichnykh biotipakh raka molochnoi zhelezy [Local hormonal background of tumor and perifocal zone in patients in postmenopause under different biotypes of breast cancer]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2016, No. 3, p. 5. Available at: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=24403> (accessed 02.06.2017).

31. Goroshinskaya I.A., Shevchenko A.N., Ushakova N.D., Filatova E.V., Nemashkalova L.A., Duritskii M.N. Otsenka endogennoi intoksikatsii i urovnya belkov ostroi fazy u onkourologicheskikh bol'nykh v zavisimosti ot techeniya zabolevaniya [Evaluation of endogenous intoxication and level of acute phase proteins in oncurologic patients depending on the course of the disease]. *Klin. lab. diagnostika*. 2017, vol. 62, No. 11, pp. 666-671.

32. Kopytova T.V., Kotkova E.V., Dobrotina N.A. Okislitel'naya modifikatsiya al'bmina syvorotki krovi cheloveka pri vospalitel'nykh zabolevaniyakh kozhi [Oxidative modification of human serum albumin in inflam-

matory skin diseases]. *Vestn. Nizhegorodskogo un-ta im. N.I. Lobachevskogo*. 2014, No. 3 (1), pp. 65-69.

33. Goroshinskaya I.A., Nerodo G.A., Surikova E.I., Kachesova P.S., Vnukov V.V., Shalashnaya E.V., Neskubina I.V., Nemashkalova L.A., Maksimova N.A., Sergeeva M.M. Intensivnost' khemilyuminestsentsii, sostoyanie antioksidantnoi sistemy i okislitel'naya modifikatsiya belkov plazmy krovi pri razvitii retsidiva raka yaichnikov [Intensity of chemiluminescence, the state of the antioxidant system and oxidative modification of plasma proteins in the development of recurrent ovarian cancer]. *Sib. onkol. zhurn.* 2013, vol. 26, No. 4 (58), pp. 45-49.

34. Goroshinskaya I.A., Shevchenko A.N., Filatova E.V., Kachesova P.S., Nemashkalova L.A., Chudilova A.V. Vliyanie vnutripuzyrnoi khimioterapii, modifitsirovannoi skaniruyushchim elektromagnitnym polem, na uroven' endotoksikoza i okislitel'nye protsessy v krovi bol'nykh rakom mochevogo puzyrya [Influence of intravesical chemotherapy modified by a scanning electromagnetic

field on the level of endotoxemia and oxidative processes in the blood of patients with bladder cancer]. *Ros. onkol. zhurn.* 2017, vol. 22, No. 3, pp. 142-148.

35. Goroshinskaya I.A., Golotina L.Yu., Vladimirova L.Yu., Snezhko I.V., Shalashnaya E.V., Nemashkalova L.A., Neskubina I.A., Kachesova P.S. Prognosticheskoe znachenie pokazatelei sostoyaniya membran i svobodnoradikal'nykh protsessov v krovi onkologicheskikh bol'nykh [Prognostic value of indicators of the state of membranes and free radical processes in the blood of cancer patients]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. Special Issue. 2005, pp. 27-30.

36. Turpaev K.T. Aktivnye formy kisloroda i regulyatsiya ekspressii genov [Active forms of oxygen and regulation of gene expression]. *Biokhimiya*. 2002, vol. 67, iss. 3, pp. 339-352.

37. Korman D.B., Potapov S.L. Rak molochnoi zhelezy i nenasyshchennost' lipidov krovi [Breast cancer and unsaturation of blood lipids]. *Voprosy onkologii*. 1997, vol. 43, No. 2, pp. 164-170.

УДК 616.61-006.6

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-124-129

## УРОВЕНЬ НЕКОТОРЫХ ФАКТОРОВ РОСТА СЕМЕЙСТВА VEGF ПРИ СВЕТЛОКЛЕТОЧНОМ РАКЕ ПОЧКИ

© 2018 г. О.И. Кит<sup>1</sup>, Е.М. Франциянц<sup>1</sup>, А.Н. Шевченко<sup>1</sup>, А.А. Бреус<sup>1</sup>, Ю.А. Погорелова<sup>1</sup>, И.В. Нескубина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, Ростов-на-Дону, Россия

## LEVELS OF SOME VEGF FAMILY MEMBERS IN CLEAR CELL RENAL CELL CARCINOMA

O.I. Kit<sup>1</sup>, E.M. Frantsiyants<sup>1</sup>, A.N. Shevchenko<sup>1</sup>, A.A. Breus<sup>1</sup>, Yu.A. Pogorelova<sup>1</sup>, I.V. Neskubina<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Rostov Research Institute of Oncology, Rostov-on-Don, Russia

Кит Олег Иванович – доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный директор Ростовского научно-исследовательского онкологического института, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: [rnioi@list.ru](mailto:rnioi@list.ru)

Oleg I. Kit - Doctor of Medicine, Professor, Corresponding Member, RAS, General Director, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: [rnioi@list.ru](mailto:rnioi@list.ru)

Франциянц Елена Михайловна – доктор биологических наук, профессор, руководитель лаборатории изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: [super.gormon@ya.ru](mailto:super.gormon@ya.ru)

Elena M. Frantsiyants - Doctor of Biological Sciences, Professor, Head of Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: [super.gormon@ya.ru](mailto:super.gormon@ya.ru)

Шевченко Алексей Николаевич – доктор медицинских наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий отделением онкоурологии, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, e-mail: [alexshew@mail.ru](mailto:alexshew@mail.ru)

Aleksey N. Shevchenko - Doctor of Medicine, Professor, Chief Researcher, Head of Department of Oncurology, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, e-mail: [alexshew@mail.ru](mailto:alexshew@mail.ru)

Бреус Анна Александровна – аспирант, отделение онкоурологии, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: [rnioi@list.ru](mailto:rnioi@list.ru)

Anna A. Breus - Postgraduate, Department of Oncurology, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: [rnioi@list.ru](mailto:rnioi@list.ru)

Погорелова Юлия Александровна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: [super.gormon@ya.ru](mailto:super.gormon@ya.ru)

Yuliya A. Pogorelova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: [super.gormon@ya.ru](mailto:super.gormon@ya.ru)

Нескубина Ирина Валерьевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: [neskubina.irina@mail.ru](mailto:neskubina.irina@mail.ru)

Irina V. Neskubina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: [neskubina.irina@mail.ru](mailto:neskubina.irina@mail.ru)

**Цель** – сравнительный анализ количественного содержания ростовых факторов VEGF-D, VEGF-A и растворимого рецептора VEGF-R1 в тканях (опухоль, перифокальной зоны и условно интактной) при локальном и генерализованном светлоклеточном раке почки.

**Методы.** В работе использовали 10%-е цитозольные фракции тканей почки. Содержание ростовых факторов и растворимого рецептора определяли методом ИФА с использованием стандартных тест-систем.

**Результаты.** Проведен сравнительный анализ количественного содержания VEGF-D, VEGF-A, VEGF-R1 в тканях почки при локальном и генерализованном светлоклеточном раке. Уровень VEGF-A в ткани опухоли локального рака почки по сравнению со значениями в условно интактной ткани статистически значимо ниже на 31, а уровень растворимого рецептора VEGF-R1 – на 45 %. В ткани опухоли при генерализованном раке почки выявлены гиперэкспрессия ангиогенного фактора роста VEGF-A и подавление блокатора ангиогенеза VEGF-R1. Уровень VEGF-D при локальном и генерализованном раке почки во всех исследуемых тканях не претерпевал статистически значимых изменений.

**Выводы.** По результатам работы выявлено, что при раке почки лимфогенный путь распространения и развития опухоли не является доминирующим. Генерализация рака почки сопровождается гиперактивацией VEGF-A и угнетением VEGF-R1.

**Ключевые слова:** фактор роста, рецептор, светлоклеточный рак почки, локальный рак, генерализованный рак.

**Aim.** Comparable analysis of levels of VEGF-D, VEGF-A and VEGF-R1 in kidney tissues (tumor, its perifocal zone and intact tissues) in local and advanced clear cell renal cell carcinoma.

**Material and methods.** 10% cytosolic fractions of kidney tissues (tumor, its perifocal zone and intact tissues) were studied. Levels of VEGF-D, VEGF-A and VEGF-R1 were determined by ELISA using standard test systems.

**Results.** Comparable analysis of VEGF-D, VEGF-A, and VEGF-R1 levels in kidney tissues (tumor, its perifocal zone and intact tissues) in local and advanced clear cell renal cell carcinoma was performed. VEGF-A levels in tumors in local cancer were significantly lower than in intact tissues – by 31%, and VEGF-R1 levels were 45% lower. Tumor tissues in advanced cancer showed overexpression of the angiogenic growth factor VEGF-A and inhibition of the angiogenesis suppressor VEGF-R1. VEGF-D levels in all tissues in local and advanced renal cancer were similar.

**Conclusions.** The results showed that lymphogenous tumor spread and development was not predominant in renal carcinoma. Advanced renal cancer was accompanied by the VEGF-A overexpression and the VEGF-R1 inhibition.

**Keywords:** growth factor, receptor, clear cell renal cell carcinoma, local cancer, advanced cancer.

## Введение

Светлоклеточный рак является наиболее распространенным типом рака почки и составляет 70–80 % от всех опухолей почки [1]. Заболеваемость раком почки возрастает по всему миру, а в России за последние 10 лет (2005–2015 гг.) отмечен один из самых высоких темпов роста заболеваемости [2]. Бессимптомное протекание рака почки является причиной поздней его диагностики. В связи с этим зачастую данная патология впервые выявляется уже в виде местнораспространенного или метастатического процесса. Этиология рака почки, как и большинства опухолей, неизвестна, патогенез изучен не до конца [3]. Однако особое внимание уделяется неоангиогенезу при опухолях почки, поскольку известно, что для роста и развития опухоли требуется разветвленная сеть сосудов, обеспечивающих снабжение клеток питательными веществами и кислородом [4]. Не вызывает сомнения факт участия в регуляции ангиогенеза факторов роста эндотелия сосудов – VEGF, не только обладающих проангиогенной активностью, но и участвующих в ауто/паракринной регуляции пролиферации опухолевых клеток. Ангиогенные свойства VEGF реализуются через взаимодействие с рецепторами VEGF-R, находящимися на клеточных мембранах. Кроме мембран связанных рецепторов, существуют и растворимые формы рецепторов VEGF-R, которые циркулируют в межклеточном пространстве и яв-

ляются антагонистами VEGF [3]. Имеется много неясных и противоречивых моментов, связанных с клиническим значением VEGF и его рецепторов VEGF-R в тканях почки, пораженных раком, а также со степенью распространенности злокачественного процесса.

Цель исследования – сравнительный анализ количественного содержания VEGF-A, VEGF-D и VEGF-R1 в тканях (опухоль, перифокальной зоны и условно интактной) при локальном и генерализованном светлоклеточном раке почки.

## Материал и методы исследования

Дизайн исследования был одобрен этическим комитетом ФГБУ «РНИОИ». Обязательным условием включения в обследование было добровольное информированное согласие всех больных, поступивших на противоопухолевое лечение в отделение онкоурологии РНИОИ. Все больные проходили обследование и лечение в стационаре ФГБУ «РНИОИ» Минздрава России с 2015 по 2017 г.

Объектом исследования были ткани опухоли почки, ее перифокальной зоны, условно интактные ткани, полученные при хирургическом лечении 100 больных с гистологически подтвержденным светлоклеточным вариантом рака почки (локальный рак, T<sub>1-2</sub>N<sub>0</sub>M<sub>0</sub>, n=50, и генерализованный, T<sub>3-4</sub>N<sub>0</sub>M<sub>1</sub>, n=50). Стадирование рака почки проводилось в со-

ответствии с классификацией TNM (версия 2017 г.). Диагностика рака основывалась на результатах клинического и гистологического заключения в соответствии с отраслевыми стандартами и алгоритмами объемов диагностики и лечения злокачественных новообразований почки. Гистологический анализ опухоли соответствовал требованиям, предъявляемым к заключению после хирургического лечения. Критерием отбора больных являлся морфологически подтвержденный светлоклеточный рак почки. Средний возраст больных – 57,8±7,9 года. Тканью перифокальной зоны считали образцы на расстоянии 1 см от видимого края опухоли. Образцы опухоли, ее перифокальной зоны и условно интактной ткани были взяты во время операции и заморожены для дальнейшего хранения при температуре –70 °С с последующим биохимическим исследованием.

В 10%-х цитозольных фракциях ткани, приготовленных на калий-фосфатном буфере pH 7,4, содержащем 0,1%-й Твин-20, методом ИФА с использованием стандартных тест-систем определяли уровень ростовых факторов VEGF-A и его рецептора VEGF-R1 (Bender-MedSystem, Австрия), VEGF-D (R&D System, США).

Статистический анализ результатов проводили с помощью пакета программ STATISTICA 6.0 (Stat-Soft, 2001). Разницу отличий оценивали по критерию Стьюдента и считали достоверной при  $p < 0,05$ .

### Результаты и обсуждение

Результаты по изучению некоторых ростовых факторов и их рецепторов в тканях почки при локальном и генерализованном светлоклеточном раке почки представлены в таблице.

При исследовании лимфогенного лиганда VEGF-D в тканях почки было установлено, что уровень VEGF-D при локальном и генерализованном раке почки во всех исследованных тканях не имел статистически значимых различий. Особое внимание привлекает факт отсутствия активной экспрессии VEGF-D в исследуемых тканях почки независимо от степени распространенности опухолевого процесса; в связи с этим полагаем, что развитие рака почки и его генерализация по лимфогенному пути не являются доминирующими.

**Уровень факторов роста, их рецепторов в тканях почки при локальном и генерализованном светлоклеточном раке почки / The level of growth factors, their receptors in the tissues of the kidney in local and generalized clear cell renal cell carcinoma**

Показатель	Локальный рак, n=50			Генерализованный рак, n=50		
	Ткань почки					
	условно интактная	перифокальной зоны	опухоли	условно интактная	перифокальной зоны	опухоли
VEGF-D, пг/г тк.	376,2±29,8	359,4±27,1	396,3±30,9	384,4±28,2	378,2±29,7	418,4±16,3
VEGF-A, пг/г тк.	11127,6±69,4	10495,1±71,3	7638,6±50,2 <sup>1</sup>	6593,2±42,0	4954,7±36,3 <sup>1</sup>	18515,4±64,1 <sup>1</sup>
VEGF-R1, нг/г тк.	126,9±7,1	124,2±7,9	69,9±5,6 <sup>1</sup>	111,3±6,4	107,6±8,7	42,6±2,9 <sup>1</sup>
VEGF-A/VEGF-R1	87,7±6,5	84,5±5,9	109,3±8,9 <sup>1</sup>	59,2±4,8	46,0±4,2	434,3±18,7 <sup>1</sup>

**Примечание.** <sup>1</sup> – статистически значимо по отношению к соответствующему показателю в условно интактной ткани.

В ходе анализа сигнального пути VEGF-A – VEGF-R1 были выявлены различия в системе активаторов и ингибиторов неоангиогенеза в тканях почки, представленных индуктором VEGF-A и ингибитором – растворимым рецептором VEGF-R1. Так, в ткани опухоли при локальном раке почки относительно условно интактной ткани уровень VEGF-A был статистически значимо ниже на 31 %, а в перифокальной зоне VEGF-A находился на уровне значений по условно интактной ткани. Растворимый рецептор VEGF-R1 был закономерно ниже в опухолевом очаге на 45 %, а в перифокальной зоне находился на уровне соответствующих

величин в интактной ткани. Известно, что VEGF-R1, являясь растворимым рецептором, обладает ингибирующим действием по отношению к VEGF-A через опосредованные сигналы в эндотелиальных клетках, блокируя ангиогенез [5]. В случае локального опухолевого процесса почки было отмечено угнетение растворимого рецептора VEGF-R1. Казалось бы, опухолевый процесс еще не столь обширный и экспрессия VEGF-A незначительна, но все же опухоли удается подавлять блокатор ангиогенеза VEGF-R1. Соотношение VEGF-A/VEGF-R1 показывает содержание свободного эндотелиального фактора и характеризует ангиогенную актив-



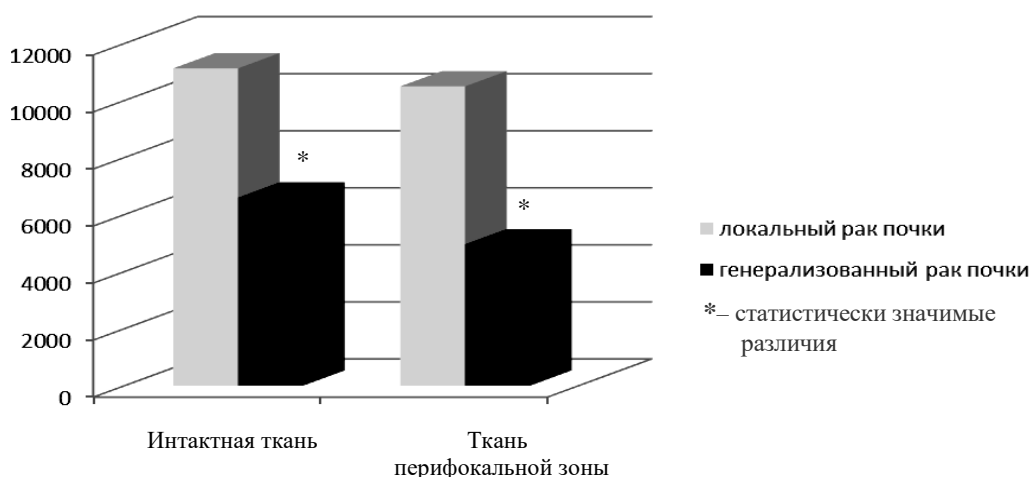
ность в ткани [6]. Было установлено, что соотношение VEGF-A/VEGF-R1 в очаге локального рака почки статистически значимо ниже на 25 %, а в ткани перифокальной зоны опухоли находилось в пределах интактных значений. В случае опухолевого очага коэффициент VEGF-A/VEGF-R1 был выше даже при низких значениях его составляющих, следовательно, количество рецептора в опухоли снижено настолько, что даже низкий уровень лиганда VEGF-A все равно велик для рецептора, и он не в состоянии связать весь ангиогенный фактор.

Несколько неожиданным для нас оказалось низкое количество VEGF-A в ткани опухоли при локальном раке почки по сравнению с уровнем VEGF-A в условно интактной ткани. По общепринятому мнению [7, 8], активатор неоангиогенеза VEGF-A в опухолевом очаге должен характеризоваться гиперэкспрессией по сравнению с неповрежденными тканями, однако именно в случае локального рака почки выявлена противоположная ситуация, при которой самые высокие значения VEGF-A отмечались в условно интактной ткани почки и перифокальной зоне. Стоит отметить, что гиперэкспрессия VEGF-A в интактной ткани сопровождалась и экспрессией ингибитора неоангиогенеза VEGF-R1. Полагаем, что при локальном раке почки сам орган сдерживает распространение патологического процесса путем реализации ангиогенеза, не позволяя опухолевой ткани доминировать не только над гистологически неизменной паренхимой, но и над перифокальной зоной за счет высокого уровня VEGF-A, т.е. резервные возмож-

ности неповрежденной ткани способны блокировать свойство опухоли выстраивать новые кровеносные сосуды.

В случае генерализованного рака почки была выявлена гиперэкспрессия ангиогенного фактора роста VEGF-A с подавлением блокатора ангиогенеза VEGF-R1. Так, уровень VEGF-A в опухоли в 2,8 раза превышал соответствующие значения в интактной ткани. При этом в ткани перифокальной зоны данный гематогенный фактор был статистически значимо ниже на 25 %. Содержание растворимого рецептора VEGF-R1 в опухоли было ниже на 61,7 %, а в перифокальной зоне находилось на уровне средних значений в условно интактной ткани. Вышеуказанные отклонения привели к значительному повышению ангиогенной активности ткани опухоли, выразившемуся в более чем 7-кратном повышении коэффициента VEGF-A/VEGF-R1. В ткани перифокальной зоны он соответствовал значениям в условно интактной ткани. Считаем, что зафиксированные изменения компонентов ангиогенной системы именно при генерализованном раке почки подкрепляют классические представления о неоангиогенезе и наглядно демонстрируют участие ангиогенных факторов в активации неоангиогенеза при прогрессировании злокачественного процесса [9–11].

Интересные результаты были получены по содержанию VEGF-A не только в самой опухоли почек, но и в интактной ткани, а также в перифокальной зоне данного органа в зависимости от степени распространенности опухолевого процесса (рисунок).



Содержание VEGF-A, пг/г тк., в интактной ткани и ткани перифокальной зоны при локальном и генерализованном раке почки / The content of VEGF-A, pg/g tissue, in intact tissue and perifocal tissue in local and generalized renal cell carcinoma

Так, было обнаружено, что в условно интактной паренхиме почки при локальном раке уровень VEGF-A статистически значимо (на 40,7 %) превосходил соответствующие значения в интактной ткани при генерализованном процессе. Аналогичная ситуация наблюдалась и в случае ткани перифокальной зоны, где уровень VEGF-A при локальном процессе статистически значимо (на 52,8 %) был выше по сравнению с генерализованным раком почки. На наш взгляд, в случае локального рака почки повышенный уровень VEGF-A в непораженных тканях органа может свидетельствовать о регуляции самим органом процесса ангиогенеза. Полагаем, что сам орган при локальном раке не позволяет накапливаться VEGF-A в злокачественном очаге. При генерализованном процессе способность непораженной паренхимы почки сдерживать неоангиогенез падает. На данный факт указывают полученные результаты по содержанию VEGF-A в условно интактной ткани и перифокальной зоне. Разбалансировка и снижение VEGF-A в окружающих тканях, нарастание ангиогенного фактора роста непосредственно в самой опухоли способствуют дальнейшему распространению опухоли, т.е. генерализации.

### Вывод

Таким образом, выявленные закономерности экспрессии факторов роста обусловлены особенностями активации и ингибирования неоангиогенеза и, вероятно, являются одним из компонентов, определяющих различное клиническое течение локального и генерализованного рака почки.

### Литература

1. Ljungberg B., Bensalah K., Bex A., Canfield S., Dabestani S., Hofmann F., Hora M., Kuczyk M.A., Lam T., Marconi L., Merseburger A.S., Mulders P.F.A., Powles T., Staehler M., Volpea A. Рекомендации Европейской ассоциации урологов. 2014 г. Почечно-клеточный рак: методические рекомендации // РМЖ. 2014. № 17. С. 1218–1233.
2. Каприн А.Д. Злокачественные новообразования в России в 2015 г. (заболеваемость и смертность) / под ред. А.Д. Каприн, В.В. Старинского, Г.В. Петровой. М.: Моск. науч.-исслед. онкол. ин-т им. П.А. Герцена – филиал Нац. мед. исслед. радиол. центра Минздрава России, 2017. 250 с.
3. Герштейн Е.С., Колпаков А.В., Бежанова С.Д., Морозов А.А., Алферов А.А., Огнерубов Н.А., Казанцева И.А., Кушлинский Н.Е. Маркеры ангиогенеза в сыворотке крови больных раком почки // Вестн. ТГУ. 2017. Т. 22, вып. 2. С. 289–296.

4. Кушлинский Н.Е., Красильникова М.А. Биологические маркеры опухолей: фундаментальные и клинические исследования М.: Изд-во РАМН, 2017. 634 с.
5. Киселева Е.П., Крылов А.В., Старикова Э.А., Кузнецова С.А. Фактор роста сосудистого эндотелия и иммунная система // Успехи соврем. биологии. 2009. Т. 129, № 4. С. 336–347.
6. Кит О.И., Франциянц Е.М., Димитриади С.Н., Шевченко А.Н., Каплиева И.В., Тритатаки Л.К. Экспрессия маркеров неоангиогенеза и фибринолитической системы в динамике экспериментальной ишемии почки у крыс // Эксперим. и клин. урология. 2015. № 1. С. 20–23.
7. Хоченкова Ю.А., Чкадуа Г.З., Маливанова Т.Ф., Степанова Е.В. VEGF и противоопухолевый иммунитет // Иммунология. 2013. № 3. С. 172–175.
8. Тырсина Е.Г., Никулицкий С.И. Роль регуляторной VEGF/VEGF-R1-системы в опухолевом ангиогенезе (обзор литературы) // Онкогинекология. 2015. № 4. С. 4–12.
9. Повещенко А.Ф., Коненков В.И. Механизмы и факторы ангиогенеза // Успехи физиол. наук. 2010. Т. 41, № 2. С. 68–89.
10. Нефедова Н.А., Давыдова С.Ю. Роль сосудистого эндотелиального фактора роста (VEGF) и гипоксией индуцибельного фактора (HIF) в опухолевом ангиогенезе // Соврем. проблемы науки и образования: электронный научный журнал. 2015. № 3. URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17924> (дата обращения: 19.10.2017).
11. Спирина Л.В., Кондакова И.В., Усынин Е.А., Винтизенко С.И. Регуляция ангиогенеза при злокачественных новообразованиях почки и мочевого пузыря // Сиб. онкол. журн. 2008. № 4 (28). С. 65–70.

### References

1. Ljungberg B., Bensalah K., Bex A., Canfield S., Dabestani S., Hofmann F., Hora M., Kuczyk M.A., Lam T., Marconi L., Merseburger A.S., Mulders P.F.A., Powles T., Staehler M., Volpea A. Rekomendatsii Evropeiskoi assotsiatsii urologov. 2014 g. Pochechno-kletochnyi rak: metodicheskie rekomendatsii [Recommendations of the European Association of Urologists. 2014 Renal cell cancer: methodological recommendations]. *RMZh*. 2014, No. 17, pp. 1218-1233.
2. Kaprin A.D. *Zlokachestvennye novoobrazovaniya v Rossii v 2015 g. (zabolevaemost' i smertnost')* [Malignant neoplasms in Russia in 2015 (morbidity and mortality)]. Eds. A.D. Kaprin, V.V. Starinskii, G.V. Petrova. Moscow: Mosk. nauch.-issled. onkol. in-t im. P.A. Gertsena – filial Nats. med. issled. radiol. tsentra Minzdrava Rossii, 2017, 250 p.
3. Gershtein E.S., Kolpakov A.V., Bezhanova S.D., Morozov A.A., Alferov A.A., Ognerubov N.A., Kazantseva I.A., Kushlinskii N.E. Markery angiogeneza v syvorotke krovi bol'nykh rakom pochki [Markers of angi-

ogenesis in the serum of patients with kidney cancer]. *Vestn. TGU*. 2017, vol. 22, iss. 2, pp. 289-296.

4. Kushlinskii N.E., Krasil'nikova M.A. *Biologicheskie markery opukholei: fundamental'nye i klinicheskie issledovaniya* [Biological markers of tumors: fundamental and clinical research]. Moscow: Izd-vo RAMN, 2017, 634 p.

5. Kiseleva E.P., Krylov A.V., Starikova E.A., Kuznetsova S.A. Faktor rosta sosudistogo endoteliya i immunnaya sistema [Vascular endothelium growth factor and immune system]. *Uspekhi sovrem. biologii*. 2009, vol. 129, No. 4, pp. 336-347.

6. Kit O.I., Frantsiyants E.M., Dimitriadi S.N., Shevchenko A.N., Kaplieva I.V., Tripitaki L.K. Ekspressiya markerov neoangiogeneza i fibrinoliticheskoi sistemy v dinamike eksperimental'noi ishemii pochki u krysa [Expression of markers of neoangiogenesis and fibrinolytic system in the dynamics of experimental kidney ischemia in rats]. *Ekspirim. i klin. urologiya*. 2015, No. 1, pp. 20-23.

7. Khochenkova Yu.A., Chkadua G.Z., Malivanova T.F., Stepanova E.V. VEGF i protivopukholevyi immunitet [VEGF and antitumor immunity]. *Immunologiya*. 2013, No. 3, pp. 172-175.

8. Tyrsina E.G., Nikulitskii S.I. Rol' regulyatornoi VEGF/VEGF-R1-sistemy v opukholevom angiogeneze (obzor literatury) [Role of the regulatory VEGF / VEGF-R1 system in tumor angiogenesis (review of the literature)]. *Onkoginekologiya*. 2015, No. 4, pp. 4-12.

9. Poveshchenko A.F., Kononkov V.I. Mekhanizmy i faktory angiogeneza [Mechanisms and factors of angiogenesis]. *Uspekhi fiziol. nauk*. 2010, vol. 41, No. 2, pp. 68-89.

10. Nefedova N.A., Davydova S.Yu. Rol' sosudistogo endotelial'nogo faktora rosta (VEGF) i gipoksiei inducibel'nogo faktora (HIF) v opukholevom angiogeneze [The role of vascular endothelial growth factor (VEGF) and hypoxia of inducible factor (HIF) in tumor angiogenesis]. *Sovrem. problemy nauki i obrazovaniya*. 2015, No. 3. Available at: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17924> (accessed 19.10.2017).

11. Spirina L.V., Kondakova I.V., Usynin E.A., Vintizenko S.I. Regulyatsiya angiogeneza pri zlokachestvennykh novoobrazovaniyakh pochki i mochevogo puzyrya [Regulation of angiogenesis in malignant neoplasms of the kidney and bladder]. *Sib. onkol. zhurn.* 2008, No. 4 (28), pp. 65-70.

УДК 616.5-006.81-06-085:615.35

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-130-139

## ВЛИЯНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ХРОНИЧЕСКОЙ БОЛИ НА УРОВЕНЬ БИОГЕННЫХ АМИНОВ В КОЖЕ У МЫШЕЙ В ДИНАМИКЕ РОСТА МЕЛАНОМЫ B16/F10

© 2018 г. И.М. Котиева<sup>1</sup>, О.И. Кит<sup>1</sup>, Е.М. Франциянц<sup>1</sup>, В.А. Бандовкина<sup>1</sup>, И.В. Каплиева<sup>1</sup>,  
Л.К. Трепитаки<sup>1</sup>, Н.Д. Черярина<sup>1</sup>, Ю.А. Позорелова<sup>1</sup>, М.В. Бликян<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, Ростов-на-Дону, Россия

## EFFECT OF EXPERIMENTAL CHRONIC PAIN ON LEVELS OF BIOGENIC AMINES IN SKIN OF MICE IN DYNAMICS OF B16/F10 MELANOMA GROWTH

I.M. Kotieva<sup>1</sup>, O.I. Kit<sup>1</sup>, E.M. Frantsiyants<sup>1</sup>, V.A. Bandovkina<sup>1</sup>, I.V. Kaplieva<sup>1</sup>, L.K. Trepitaki<sup>1</sup>,  
N.D. Cheryarina<sup>1</sup>, Yu.A. Pogorelova<sup>1</sup>, M.V. Blikjan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Rostov Research Institute of Oncology, Rostov-on-Don, Russia

Котиева Инга Мовлиевна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Inga M. Kotieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Кит Олег Иванович – доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный директор Ростовского научно-исследовательского онкологического института, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: rnioi@list.ru

Oleg I. Kit - Doctor of Medicine, Professor, Corresponding Member, RAS, General Director, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: rnioi@list.ru

Франциянц Елена Михайловна – доктор биологических наук, профессор, руководитель лаборатории изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Elena M. Frantsiyants - Doctor of Biological Sciences, Professor, Head of Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Бандовкина Валерия Ахтямовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Valeriya A. Bandovkina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Каплиева Ирина Викторовна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: kaplirina@yandex.ru

Irina V. Kaplieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: kaplirina@yandex.ru

Трепитаки Лидия Константиновна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Lidiya K. Trepitaki - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Черярина Наталья Дмитриевна – врач-лаборант, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Natal'ya D. Cheryarina – Doctor - Laboratory Assistant, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Погорелова Юлия Александровна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Yuliya A. Pogorelova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Бликян Марина Владимировна – кандидат медицинских наук, ассистент, кафедра патологической физиологии, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@ya.ru

Marina V. Blikjan - Candidate of Medicine, Assistant, Department of Pathological Physiology, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@ya.ru

Хроническая боль является выраженным стрессорным воздействием, в механизмах которого принимают участие многие нейромедиаторы. Наибольшее количество ноцицепторов содержится в коже, мышцах и стенках сосудов. **Цель исследования** – изучение содержания биогенных аминов в коже мышей в динамике роста экспериментальной меланомы B16/F10, воспроизведенной на фоне хронической нейрогенной боли. **Материалы и методы.** Работа выполнена на самках мышей линии C57BL/6 (n=64). Животным основной группы пересаживали меланому B16/F10 на фоне хронической боли; группе сравнения – без воспроизведения болевого синдрома. ИФА-методами в гомогенатах кожи, опухоли и перифокальной зоны у животных обеих групп определяли уровень биогенных аминов: гистамина, серотонина, норадреналина, дофамина, адреналина, 5 ОИУК. Статистическая обработка материала проводилась с помощью программы STATISTICA 10.0. **Результаты.** Экспериментальные исследования показали, что хроническая боль способствует опухолевой прогрессии меланомы B16/F10, а также активизирует процесс метастазирования. Хроническое болевое воздействие вызывало дисбаланс между адренергической и серотонинергической системами, что приводило к нарушению барьерной функции кожи. В результате пересаживая меланома характеризовалась особой агрессивией, выражающейся в стремительном метастазировании.

**Ключевые слова:** хроническая боль, меланома B16/F10, биогенные амины, серотонин, норадреналин, дофамин, гистамин.

Chronic pain is a prominent stressor with many neurotransmitters involved in its mechanisms. The greatest number of nociceptors is located in the skin, muscles and walls of blood vessels. **The aim** of the study was the determination of levels of biogenic amines in the skin of mice with chronic pain in the dynamics of experimental B16/F10 melanoma growth. **Material and methods.** The study included female C57BL/6 mice (n=64) with transplanted B16/F10 melanoma divided into the main and control groups (animals with and without chronic pain, respectively). Levels of biogenic amines (histamine, serotonin, norepinephrine, dopamine and epinephrine) were determined by ELISA in homogenates of the skin, tumors and perifocal zone. Statistical processing of the data was performed using STATISTICA 10.0. **Results.** The experimental study demonstrated that chronic pain promoted B16/F10 melanoma progression in mice and triggered metastasis. Chronic pain caused an imbalance between the adrenergic and serotonergic systems contributing to the skin barrier dysfunction. As a result, melanoma was highly aggressive and metastasized rapidly.

**Keywords:** chronic pain, B16/F10 melanoma, biogenic amines, serotonin, norepinephrine, dopamine, histamine.

Среди больных со злокачественными опухолями есть категория лиц с сопутствующими хроническими заболеваниями, наличие которых может оказать влияние на успех лечения. Одно из возможных коморбидных состояний – хронический болевой синдром. Механизмы развития нейропатической боли сложны и многофакторны, в них задействованы практически все нейромедиаторы и ряд гормонов [1]. Наибольшее количество ноцицепторов содержится в коже, мышцах и стенках сосудов [2].

В ответ на воздействие периферические ноцицепторы активируются эндогенными биологически активными веществами – гистамином, брадикинином, простагландинами, субстанцией P [3]. Известно, что хроническая боль (ХБ) после легирования седалищного нерва вызывает изменения в функционировании серотонинергической, дофаминергической и норадренергической систем [4].

Боль является ярко выраженным стрессорным воздействием, причем как остро, так и хрониче-

ского характера, в зависимости от продолжительности [1]. Экспериментальные испытания определили, что стресс способствует опухолевой прогрессии меланомы у мышей [5, 6] и активизирует процесс метастазирования в отдаленные органы [7]. Стрессорные факторы активируют симпатическую нервную и гипоталамо-гипофизарно-надпочечниковую системы, что приводит к высвобождению катехоламинов, нейропептидов и глюкокортикоидов [8] и, следовательно, модуляции экспрессии проангиогенных и прометастатических факторов [6].

Кожа млекопитающих – уникальный орган, выполняющий барьерную функцию и сочетающий в себе все системы регуляции гомеостаза организма (нейроэндокринную, пигментную и иммунную) [9]. В зарубежной литературе более 15 лет назад впервые была предложена концепция, рассматривающая меланоциты как сенсорные и регулирующие клетки, которые обнаруживают и преобразуют внешние и внутренние сигналы для поддержания кожного гомеостаза [10]. Эта концепция согласуется с гипотезой, сформулированной А.В. Lerner, что меланоциты – «нейроны кожи». Подтверждает правильность данной гипотезы происхождение меланоцитов из клеток нервного гребня [11]. Кроме меланоцитов, из них образуются нейроны, диффузная нейроэндокринная система и надпочечники [12]. Авторы работ [9, 10, 13, 14] в эксперименте показали, что клетки кожи способны синтезировать нейротрансмиттеры стресса, нейропептиды и гормоны в ответ на внешние раздражители, в частности при стимуляции ультрафиолетовым излучением. При этом синтез в коже следует алгоритмам классической нейроэндокринной системы. Возможно, именно эта многофункциональность меланоцитов послужила причиной возникновения из них наиболее агрессивной злокачественной опухоли кожи – меланомы [15].

Животные с повреждением нервов характеризуются повышенной чувствительностью к механическим и тепловым раздражителям, функциональным изменениям как в периферической, так и в центральной нервной системе (ЦНС). Так как длительная ХБ перестраивает течение биохимических процессов в организме, изменяет активность ферментов, угнетает иммунную систему, есть вероятность ее влияния и на течение злокачественных заболеваний, в частности меланомы кожи. В доступной литературе не было найдено исследований, посвященных влиянию хронического болевого синдрома на рост и развитие меланомы кожи.

Цель настоящего исследования – изучение содержания биогенных аминов в коже мышьяк-самок в динамике роста экспериментальной ме-

ланомы В16/F10, воспроизведенной на фоне хронической нейрогенной боли.

## Материалы и методы

Работа выполнена на самках мышей линии С57BL/6 (n=64) 8-недельного возраста с начальной массой 21–22 г. Животные были получены из ФГБУН «Научный центр биомедицинских технологий», филиал ФМБА «Андреевка» (Московская область). В работе использовали клеточную линию мышинной меланомы В16/F10, метастазирующей в легкие. Опухолевый штамм получен из РОНЦ им. Н.Н. Блохина РАМН (г. Москва). Животные содержались при естественном режиме освещения со свободным доступом к воде и пище. Все исследования проводились в соответствии с требованиями и условиями, изложенными в Международных рекомендациях по проведению медико-биологических исследований с использованием животных и приказом Минздрава РФ № 267 от 19.06.03 «Об утверждении правил лабораторной практики». Животные были разделены на группы: две контрольные – интактные мыши (7 шт.) и мыши с воспроизведением модели ХБ (7 шт.), группу сравнения – мыши со стандартной подкожной перевивкой меланомы В16/F10 (22 шт.), и основную – мыши, которым меланому В16/F10 перевивали через 2 недели после создания модели ХБ (28 шт.). Мышам основной группы перевязывали седалищный нерв с 2 сторон под ксила-зоветиловым наркозом. Через 2 недели после заживления операционной раны подкожно под правую лопатку вводили 0,5 мл взвеси опухолевых клеток меланомы В16/F10 в физиологическом растворе в соотношении 1:10. Животным из группы сравнения перевивали меланому В16/F10 подкожно в той же дозе и объеме, что и в основной группе, но без воспроизведения модели ХБ. При стандартной перевивке опухоль появляется в 100 % случаев, достаточно быстро растёт и на 12–16-е сут роста метастазирует преимущественно гематогенно в легкие (60–90 %), реже – в печень и селезенку. Контрольными для основной группы животных служили мыши с двусторонней перевязкой седалищного нерва без онкопроцесса; для группы сравнения – интактные мыши. Контрольных животных, а также мышей из основной и группы сравнения через 1, 2 и 3 недели эксперимента декапитировали на гильотине. Биогенные амины (адреналин (А), норадреналин (НА), дофамин (ДА), серотонин (5НТ), гистамин и 5ОИУК) исследовали методом ИФА (IBL International, Germany). Статистическая обработка материала проводилась с помощью программы STATISTICA 10.0 с определением средних значений с указанием стандартных отклонений

и коэффициента парной линейной корреляции. Значимость различий средних показателей оценивалась с помощью критерия суммы рангов Вилкоксона. Существенными считали различия при  $p < 0,05$ . При этом соблюдались общие рекомендации для медицинских исследований.

### Результаты и обсуждение

Меланома В16/F10 после перевивки появилась в 100 % случаев у самок из группы сравнения на 10–12-й день. При этом средняя продолжительность жизни составила  $30,3 \pm 1,68$  дня. У самок мышей основной группы опухоль появилась в 100 % случаев уже через 5–7 дней, а средняя продолжительность жизни составила  $19,17 \pm 1,35$  дня. Учитывая ярко выраженное стимулирующее действие экспериментальной ХБ на рост и развитие перевивной меланомы В16/F10, представляло интерес изучение локального уровня биогенных аминов в

коже у мышей без опухолевого роста (табл. 1, 2). Установлено, что у мышей с ХБ в коже содержалось в 1,7 раза меньше гистамина и в 1,5 – 5НТ ( $p < 0,05$ ), чем у интактных животных. В то же время уровень НА и ДА у самок с ХБ оказался в 2,1 и в 1,4 раза больше ( $p < 0,05$ ), чем у интактных мышей. Концентрация А и 5ОИУК в исследованных образцах в группах не отличалась. Коэффициенты ДА/НА и 5НТ/5ОИУК у животных с ХБ были снижены в 1,5 и 1,8 раза соответственно, а НА/А – повышен в 1,9 раза ( $p < 0,05$ ) (табл. 2). Коэффициент А/5НТ, демонстрирующий реципрокные отношения адренергической – стрессреализующей и серотонинергической – стресслимитирующей систем, оказался в 1,6 раза выше в коже у мышей с болью по сравнению с интактными самками. Полученные данные свидетельствовали о существенном влиянии хронического болевого синдрома на локальный нейроэндокринный фон кожи.

Таблица 1

Уровень биогенных аминов в коже и опухоли у самок мышей с меланомой В16/ F10 и меланомой, сочетанной с ХБ / Levels of biogenic amines in the skin and tumor of female mice with B16/F10 melanoma with and without chronic pain

Группа	Гистамин, нг/г тк.	Адреналин, нг/г тк.	Норадреналин, нг/г тк.	Дофамин, нг/г тк.	Серотонин, нг/г тк.	5ОИУК, мг/г тк.
Кожа интактная	1357,7±105	3,2±0,3	5,8±0,48	30,9±2,8	0,41±0,04	0,32±0,03
Контроль, ХБ	786,1±69 <sup>1</sup>	3,4±0,29	12,0±1,0 <sup>1</sup>	43,4±3,5 <sup>1</sup>	0,28±0,02 <sup>1</sup>	0,38±0,03
Кожа. 1-я неделя роста меланомы В16/F10						
Сравнения	1729,9±150 <sup>1</sup>	3,2±0,27	5,8±0,51	34,3±3,2	0,5±0,05	0,24±0,02 <sup>1</sup>
Основная	1384,8±120 <sup>2</sup>	3,4±0,31	10,8±0,97	36,5±3,4	0,36±0,03 <sup>2</sup>	0,35±0,03
2-я неделя						
Сравнения	636,3±58 <sup>1</sup>	3,2±0,26	9,3±0,9 <sup>1</sup>	35,4±3,1	0,5±0,04	0,31±0,28
Основная	1243,3±120 <sup>2,3</sup>	3,1±0,27	6,1±0,6 <sup>2,3</sup>	23,3±1,9 <sup>2,3</sup>	0,48±0,037 <sup>2</sup>	0,22±0,19 <sup>2,3</sup>
3-я неделя						
Сравнения	1418,35±135	3,3±0,3	14,0±1,1 <sup>1</sup>	35,4±3,1	0,49±0,04	0,45±0,03 <sup>1</sup>
Основная	1135,1±97 <sup>2</sup>	3,0±0,28	8,5±0,78 <sup>2,3</sup>	26,4±2,4 <sup>2,3</sup>	0,38±0,03 <sup>2</sup>	0,40±0,04
Опухоль. 1-я неделя роста меланомы В16/F10						
Основная	50,2±4,8 <sup>1,2</sup>	4,5±0,4 <sup>2</sup>	9,2±0,8 <sup>1,2</sup>	46,1±4,1 <sup>1</sup>	0,45±0,04 <sup>2</sup>	0,45±0,03
2-я неделя						
Сравнения	102,1±9,1 <sup>1</sup>	4,6±0,41 <sup>1</sup>	12,5±1,0 <sup>1</sup>	25,7±2,1	0,76±0,07 <sup>1</sup>	0,26±0,02
Основная	23,2±1,8 <sup>1,2,3</sup>	4,7±0,43 <sup>2</sup>	9,6±0,9 <sup>1,2</sup>	16,7±1,1 <sup>1,2,3</sup>	0,35±0,03 <sup>2,3</sup>	0,27±0,02 <sup>2</sup>
3-я неделя						
Сравнения	109,3±9,8 <sup>1</sup>	4,2±0,4 <sup>1</sup>	12,6±1,2 <sup>1</sup>	64,3±6,1 <sup>1</sup>	0,52±0,05 <sup>1</sup>	0,23±0,02 <sup>1</sup>
Основная	21,0±1,9 <sup>1,2,3</sup>	5,2±0,5 <sup>2</sup>	8,8±0,8 <sup>1,2,3</sup>	19,4±1,5 <sup>1,2,3</sup>	0,39±0,03 <sup>2,3</sup>	0,48±0,04 <sup>1,2,3</sup>

**Примечание.** Достоверные отличия: <sup>1</sup> – от интактных мышей; <sup>2</sup> – относительно контроля; <sup>3</sup> – по отношению к показателям группы сравнения ( $p < 0,05$ ).

После перевивки меланомы В16/F10 мышам основной группы и группы сравнения провели исследование уровня биогенных аминов в коже и опухоли (табл. 1, 2). У мышей основной группы в коже на протяжении роста опухоли уровень гистамина превышал исходный контроль в среднем в 1,8 раза, не отличаясь при этом от показателей

у интактных мышей. У мышей группы сравнения выявлено повышение в 1,3 раза уровня гистамина через 1 неделю после перевивки меланомы с последующим снижением содержания амина в 2,1 раза, которое совпадало с «выходом» опухоли и дальнейшей нормализацией через 3 недели эксперимента.

Таблица 2

**Коэффициенты биогенных аминов в коже и опухоли в динамике роста меланомы B16/F10 /  
Ratios of biogenic amines in the skin and tumor in the dynamics of B16/F10 melanoma growth**

Группа	ДА/НА	НА/А	5НТ/5ОИУК	А/5НТ
Кожа				
Кожа интактная	5,3±0,5	1,8±0,14	1,3±0,11	7,8±0,65
Контроль + ХБ	3,6±0,32 <sup>1</sup>	3,5±0,31 <sup>1</sup>	0,74±0,07 <sup>1</sup>	12,1±1,1 <sup>1</sup>
1-я неделя роста меланомы B16/F10				
Сравнения	5,9±0,47	1,8±0,14	2,1±0,19 <sup>1</sup>	6,4±0,56
Основная	3,4±0,32 <sup>1,3</sup>	3,2±0,3 <sup>1,3</sup>	1,03±0,1 <sup>2,3</sup>	9,4±0,87 <sup>2,3</sup>
2-я неделя				
Сравнения	3,8±0,32 <sup>1</sup>	2,9±0,25 <sup>1</sup>	1,6±0,15 <sup>1</sup>	6,4±0,56
Основная	3,8±0,36 <sup>1</sup>	1,97±0,17 <sup>2</sup>	2,2±0,2 <sup>1,2</sup>	6,5±0,58 <sup>2</sup>
3-я неделя				
Сравнения	2,5±0,21 <sup>1</sup>	4,2±0,35 <sup>1</sup>	1,1±0,09	6,7±0,6
Основная	3,1±0,29 <sup>1</sup>	2,8±0,24 <sup>1,2</sup>	0,95±0,08 <sup>1,2</sup>	7,9±0,74 <sup>2</sup>
Опухоль. 1-я неделя роста меланомы B16/F10				
Основная	5,0±0,48 <sup>2</sup>	2,0±0,17 <sup>2</sup>	1,0±0,08 <sup>2</sup>	10,0±0,9
2-я неделя				
Сравнения	2,1±0,18 <sup>1</sup>	2,7±0,21 <sup>1</sup>	2,9±0,25 <sup>1</sup>	6,1±0,54 <sup>1</sup>
Основная	1,74±0,14 <sup>1,2</sup>	2,0±0,19 <sup>2</sup>	1,3±0,11 <sup>2</sup>	13,4±1,2 <sup>1,3</sup>
3-я неделя				
Сравнения	5,8±0,45	2,5±0,24 <sup>1</sup>	4,0±0,35 <sup>1</sup>	8,1±0,75
Основная	2,2±0,19 <sup>1,2,3</sup>	1,7±0,16 <sup>2,3</sup>	0,81±0,074 <sup>1,3</sup>	13,3±1,1 <sup>1,3</sup>

**Примечание.** Достоверные отличия: <sup>1</sup> – между контрольными группами; <sup>2</sup> – относительно соответствующего контроля; <sup>3</sup> – по отношению к показателям группы сравнения (p<0,05).

На протяжении всего эксперимента в коже мышей основной группы выявлено повышение уровня 5НТ по сравнению с контролем: через 1 неделю – в 1,3 раза, 2 недели – в 1,7, 3 недели – в 1,4 раза. Только через 2 недели роста меланомы повышение содержания 5НТ сопровождалось снижением уровня 5ОИУК; на остальных этапах концентрация метаболита в коже не отличалась от контрольных показателей. Однако установленное повышение содержания амина у мышей основной группы не превысило показателей в интактной коже. Следует отметить, что в коже у животных группы сравнения содержание 5НТ не отличалось от показателей интактной кожи и сопровождалось снижением концентрации 5ОИУК через 1 неделю в 1,3 раза и повышением в 1,4 через 3 недели.

В коже мышей основной группы выявлено снижение исходно повышенных концентраций НА и ДА: через 2 недели – в 2 раза – НА и в 1,6 – ДА, а через 3 недели – в 1,4 – НА и в 1,6 раза – ДА. У животных группы сравнения на этапах роста меланомы в коже не установлены значимые изменения содержания ДА, но повысился НА через 2 недели – в 1,6 раза, через 3 недели – в 2,4. При этом уровень А в коже мышей основной и группы сравнения на всех этапах роста меланомы не отличался от показателей у интактных животных.

Расчет коэффициента 5НТ/5ОИУК показал накопление 5НТ у мышей основной группы по сравнению с исходным контролем, начиная с 1-й недели эксперимента, в 1,4, 3 и в 1,3 раза. Однако только через 2 недели в коже мышей основной группы коэффициент 5НТ/5ОИУК продемонстрировал достоверное повышение в 1,7 раза по сравнению с кожей у интактных мышей. Через одну неделю 5НТ/5ОИУК не отличался от интактных показателей, а через 3 недели был снижен в 1,3 раза. В то же время у самок группы сравнения в коже через 1 и 2 недели после перевивки опухоли коэффициент 5НТ/5ОИУК превышал показатели интактных животных в 1,6 и в 1,25 раза соответственно, не отличаясь от нормы через 3 недели эксперимента.

Коэффициент ДА/НА в коже у мышей основной группы не отличался от исходного контроля и был в среднем в 1,4 раза ниже нормы. В то же время коэффициент НА/А, начиная со 2-й недели эксперимента, снижался в 1,8 и в 1,25 раза соответственно по сравнению с исходным контролем, превышая норму в 1,8 через одну неделю и в 1,6 – 3 недели. У мышей группы сравнения рост меланомы повлиял на оба коэффициента: со 2-й недели ДА/НА прогрессивно снижался в 1,4 и в 2,1 раза, а НА/А повышался в 1,6 и в 2,3 раза, демонстрируя активацию норадренергической системы над адренерги-



ческой и дофаминергической, с очевидным расходом ДА на синтез НА.

В основной группе коэффициент А/5НТ, характеризующий соотношение активностей стрессреализующей и стресслимитирующей систем, демонстрировал снижение исходно повышенного уровня адренергической системы в 1,9 раза через 2 недели и в 1,5 к моменту гибели животных. У мышей из группы сравнения перевивка меланомы не оказала значимого влияния на коэффициент А/5НТ, т.е. сохранялся баланс между стрессреализующим и стресслимитирующим потенциалом кожи.

Результаты исследования биогенных аминов в опухолевой ткани основной группы выявили резкое снижение содержания гистамина – в 15,7 раза через 1 неделю, в 33,9 – 2 и в 37,4 – 3 недели эксперимента. Кроме того, в меланоме снизилось содержание НА в среднем в 1,3 раза и ДА через 2 недели роста – в 2,6, а через 3 недели – в 2,2 по сравнению с контрольными величинами. В то же время концентрация А и 5НТ в злокачественной опухоли оказалась выше, чем в контроле на протяжении всего эксперимента в среднем в 1,4 раза. Повышенные содержания 5НТ сопровождалось снижением уровня 5ОИУК в 1,4 раза только через 2 недели роста опухоли.

В группе сравнения опухолевая ткань также оказалась обеднена гистамином в среднем в 13 раз, однако уровень данного амина в меланоме группы сравнения был достоверно выше, чем в основной, более чем в 4 раза. Кроме того, в опухолевой ткани животных группы сравнения возросло содержание А в 1,4 раза, НА в среднем – в 2,2, дофамина только через 3 недели – в 2,1, 5НТ в среднем – в 1,6 по сравнению с интактной кожей.

В результате произошедших изменений в меланоме установлено изменение соотношения биогенных аминов. В основной группе соотношение серотонина к метаболиту было повышено в опухолевой ткани на протяжении первых 2 недель эксперимента в 1,4 и в 1,8 раза соответственно. Дефицит ДА выявлялся не только по абсолютным величинам, но и по коэффициенту ДА/НА через 2 и 3 недели эксперимента. В то же время превалировала адренергическая система, так как НА/А в опухоли снижался в среднем в 1,8 раза на протяжении всего эксперимента.

### Обсуждение

Рост и развитие меланомы В16/F10 у животных с хроническим болевым синдромом отличались от таковых в группе сравнения. У самок основной группы «выход» опухоли был в 100 % случаев через 5–7 дней, в группе сравнения – через 10–12 дней.

Продолжительность жизни у животных с меланомой В16/F10, развивающейся на фоне ХБ, была меньше:  $19,17 \pm 1,35$  дня против  $30,3 \pm 1,68$  у животных из группы сравнения. Метастазы у мышей основной группы регистрировались уже через неделю после перевивки, а у мышей из группы сравнения – только через 4 недели. Мы полагаем, что одной из причин таких различий могут оказаться не только системные, но и локальные нейроэндокринные изменения, вызванные ХБ. Установлено, что клетки кожи способны не только к синтезу, но и к метаболизму таких биогенных аминов, как катехоламины, 5НТ и гистамин [14, 16]. Функциональная активность биогенных аминов в коже опосредована специфическими рецепторами и проявляет как локальное, так и системное действие [14, 17]. Способность клеток кожи продуцировать биогенные амины со специфическими рецепторами, роль которых в ноцицепции известна, подтверждает это предположение. В коже – органе для перевивки меланомы – под действием ХБ выявлены снижение содержания гистамина и превалирование адренергической системы над серотонинергической, а также активация норадренергической системы. Такое нарушение баланса между стрессреализующими и стресслимитирующими системами могло сказаться на локальной противоопухолевой защите и способствовать быстрому росту меланомы. Изменение нейроэндокринного фона под влиянием хронического болевого стресса, очевидно, оказало влияние на защитную функцию кожи, снизив барьерную.

Особый интерес представило снижение уровня гистамина в коже у мышей под влиянием ХБ. Известно, что Н4-рецепторы гистамина обнаружены на гематопоэтических, эндотелиальных клетках дермы, где они принимают участие в развитии воспаления. Кроме того, в ЦНС при стимуляции Н4-рецепторов установлена антиноцицептивная, антиамнестическая, анксиолитическая и анорексигенная активность [18, 19]. Гистамин влияет на многие иммунные процессы, модулирует функции кератиноцитов и меланоцитов, действует на внутриклеточные сигнальные каскады, регулирующие пролиферацию клеток и меланогенез. Н4-рецепторы гистамина участвуют в активации лимфоцитов, эозинофилов и тучных клеток [20]; доказана их роль в развитии аллергических заболеваний, астмы и атопического дерматита [21]. Низкий уровень гистамина под влиянием хронического болевого воздействия может быть связан со снижением содержания тучных клеток в коже, что свидетельствует об угнетении местного иммунитета.

Предполагают, что соблюдение равновесия в содержании гистамина и работе ферментов, метаболизирующих диамин, играет важную роль в не-

специфической резистентности организма [22]. В доступной литературе сведения о роли гистамина в канцерогенезе и опухолевом росте достаточно противоречивы. У мышей как основной, так и группы сравнения кожа отреагировала на перевивку меланомы повышением содержания гистамина, что, вероятно, связано с местной воспалительной реакцией после введения злокачественных клеток. У самок основной группы исходно низкое содержание гистамина повысилось до уровня интактных животных, в группе сравнения – достоверно превышало норму. В то же время концентрация гистамина в меланоме была резко снижена у животных обеих групп, при этом следует отметить достоверно более низкое содержание диамина в опухоли у мышей с хроническим болевым синдромом, что совпадало с высокой агрессивностью и более ранним метастазированием меланомы. Некоторые экспериментальные исследования указывают на возможность применения синтетических агонистов H4-рецептора гистамина или самого диамина в качестве таргетных препаратов при меланоме кожи [23, 24]. Эксперименты *in vivo* с первичной меланомой человека показали, что у мышей, получавших гистамин или клозапин, агонист для H4-рецепторов гистамина, произошло увеличение медианы выживаемости, связанное с уменьшением опухолевого роста и внутриопухолевой неоваскуляризацией [25].

Кроме реакции кожи на ХБ в виде локального снижения уровня гистамина, следует отметить повышение содержания НА и снижение 5НТ. В связи с этим немаловажным является равновесие между биогенными аминами. Дисбаланс нейромедиаторных систем может оказывать влияние на рост и развитие злокачественных опухолей, в том числе и меланомы, так как они осуществляют регуляцию основных жизненных процессов (неоангиогенеза, пролиферации, миграции и апоптоза) [14, 26]. Кожа у мышей под влиянием хронического болевого воздействия отличалась от показателей интактных животных не только абсолютным содержанием перечисленных биогенных аминов, но и нарушением равновесия между ними. В частности, под влиянием ХБ адренергическая система превалировала над серотонинергической, что свидетельствовало о смещении баланса в сторону стрессреализующих, а не стресслимитирующих эффектов. Это подтверждает и смещение равновесия в сторону превалирования норадренергической системы над дофаминергической, что могло способствовать снижению противоопухолевой резистентности кожи как органа. Данные литературы о применении в эксперименте  $\beta$ -адреноблокаторов для снижения метастатического потенциала меланомы кожи подтвер-

ждают возможность такого воздействия ХБ [27]. Кроме того, эпидемиологические исследования свидетельствуют о повышении риска возникновения меланомы у людей при болезни Паркинсона, характеризующейся гибелью дофаминергических нейронов в мозге [28]. Предполагают, что это может быть связано с общим генетическим фоном, характерным для болезни Паркинсона и меланомы кожи, в связи с общим эмбриональным происхождением меланоцитов и дофаминергических нейронов *substantia nigra* [29]. Общей реакцией на введение клеток меланомы у мышей обеих групп оказался только рост уровня гистамина в коже. Что касается остальных аминов, то выявлены разнонаправленные действия. Так, у мышей группы сравнения на разных сроках роста меланомы мы наблюдали реакцию, сходную с воздействием ХБ (контроль): со 2-й недели возрастал уровень НА, снижался коэффициент ДА/НА, выявляя относительную дофаминовую недостаточность, повышалось соотношение НА/А. Однако серотонинергическая система не угнеталась, даже, напротив, активизировалась через неделю после введения опухоли, и дисбаланс между стрессреализующей – адренергической и стресслимитирующей – серотонинергической системами не прослеживался. Очевидно, что изменения нейроэндокринного фона кожи являлись неспецифической реакцией организма как на болевое воздействие, так и на введение злокачественных клеток; однако в первом случае имели хронический характер и привели к истощению защитных возможностей органа, а во втором случае – острое воздействие.

Опухоли так же, как и органы, иннервируются нервными волокнами симпатической нервной системы и способны к синтезу и/или захвату из окружающих тканей нейротрансмиттеров с целью аутокринно/паракринной регуляции своего роста [6, 26]. В исследовании установлено, что опухоль у мышей основной группы была менее насыщена НА, 5НТ и ДА; коэффициенты ДА/НА, 5НТ/5ОИУК ниже, чем в ткани меланомы у мышей из группы сравнения на протяжении всего эксперимента. В то же время соотношение А/5НТ, напротив, оказалось достоверно выше. Можно сказать, что меланома повторяла основные различия в содержании биогенных аминов, наблюдаемые в коже. Можно предположить, что особое влияние на агрессивность опухоли оказали серотониновая и дофаминовая недостаточность, а также низкий уровень гистамина.

Таким образом, хронический болевой синдром вызывает неспецифическую стрессорную реакцию, проявляющуюся в коже снижением уровня гистамина, угнетением локальной серотонинергической и активацией норадренергической систем.

При этом нарушается барьерная функция кожи как органа. Перевивная меланома B16/F10 растет и развивается быстрее, чем обычно, характеризуется особой агрессивностью, выражающейся в стремительном метастазировании. У мышей группы сравнения кожа обладает более высокой защитной функцией, что позволяет ей дольше сдерживать рост и развитие опухоли. Перевивка злокачественных клеток является острым стрессорным вмешательством, которое активирует в первую очередь синтез гистамина и 5НТ.

### Литература

1. Давыдов О.С. Хронизация боли: факторы риска, механизмы и возможности предупреждения // *Лечащий врач*. 2017. № 5. URL: <https://www.lvrach.ru/2017/05/15436717/> (дата обращения: 09.09.2017).
2. Овечкин А.М. Клиническая патофизиология и анатомия острой боли // *Регионарная анестезия и лечение острой боли*. 2012. Т. 1 (6). С. 32–40.
3. Кукушкин М.А., Хитров Н.К. *Общая патология боли*. М., 2004. 141 с.
4. Franciane B., Alarcón Ferreira T.A., Cordova M.M., Dombroski P.A., da Cunha C., Kanha do Espirito Santo C., Poli A., Gomez R., Pires W., Martins-Silva C., Sluka K.A., Soares Santos A.R. // The role of brain serotonin in the analgesia produced by low intensity on neuropathic pain after sciatic nerve injury in mice // *Pain*. 2015. Vol. 156 (12). P. 2595–2606. DOI 10.1097/j.pain.0000000000000372. PMID: PMC4666012. NIHMSID: NIHMS736878.
5. Calvani M., Pelon F., Comito G., Taddei M.L., Moretti S., Innocenti S., Nassini R., Gerlini G., Borgognoni L., Bambi F., Giannoni E., Filippi L., Chiarugi P. Norepinephrine promotes tumor microenvironment reactivity through  $\beta$ 3-adrenoreceptors during melanoma progression // *Oncotarget*. 2015. Vol. 6 (7). P. 4615–4632.
6. Yang E.V., Kim S.J., Donovan E.L., Chen M., Gross A.C., Webster Marketon J.I., Barsky S.H., Glaser R. Norepinephrine upregulates VEGF, IL-8, and IL-6 expression in human melanoma tumor cell lines: implications for stress-related enhancement of tumor progression // *Brain Behav Immun*. 2009. Vol. 23 (2). P. 267–275. DOI 10.1016/j.bbi.2008.10.005. PMID: 18996182.
7. Sloan E.K., Priceman S.J., Cox B.F., Yu.S., Pimentel M.A., Tangkanangnukul V., Arevalo J.M., Morizono K., Karanikolas B.D., Wu L., Sood A.K., Cole S.W. The sympathetic nervous system induces a metastatic switch in primary breast cancer // *Cancer Res*. 2010. Vol. 70 (18). P. 7042–7052. DOI 10.1158/0008-5472.CAN-10-0522. PMID: 20823155.
8. Tilan J., Kitlinska J. Sympathetic Neurotransmitters and Tumor Angiogenesis-Link between Stress and Cancer Progression // *J. Oncol*. 2010. Vol. 2010. Article ID 539706. DOI 10.1155/2010/539706. PMID: 20508839.
9. Zmijewski M.A., Slominski A.T. Neuroendocrinology of the skin: An overview and selective analysis // *Dermatoendocrinol*. 2011. Vol. 3 (1). P. 3–10. DOI 10.4161/derm.3.1.14617.
10. Slominski A. Neuroendocrine activity of the melanocyte // *Exp Dermatol*. 2009. Vol. 18 (9). P. 760–773. DOI 10.1111/j.1600-0625.2009.00892.x. PMID: 19558501.
11. Cichorek M., Wachulska M., Stasiewicz A., Tyminska A. Skin melanocytes: biology and development Postepy // *Dermatol Alergol*. 2013. Vol. 30 (1). P. 30–41. DOI 10.5114/pdia.2013.33376. PMID: 24278043.
12. Plonka P.M., Passeron T., Brenner M., Tobin D.J., Shibahara S., Thomas A., Slominski A., Kadakara A.L., Hershkovitz D., Peters E., Nordlund J.J., Abdel-Malek Z., Takeda K., Paus R., Ortonne J.P., Hearing V.J., Schallreuter K.U. What are melanocytes really doing all day long?... // *Exp. Dermatol*. 2009. Vol. 18 (9). P. 799–819. DOI 10.1111/j.1600-0625.2009.00912.x. PMID: 19659579.
13. Nikolakis G., Stratakis C.A., Kanaki T., Slominski A., Zouboulis C.C. Skin steroidogenesis in health and disease // *Rev. Endocr. Metab. Disord*. 2016. Vol. 17 (3). P. 247–258. PMID: 27761789.
14. Slominski A.T., Zmijewski M.A., Skobo C., Zbytek B., Slominski R.M., Stekete J.D. Sensing the environment: Regulation of local and global homeostasis by the skin neuroendocrine system // *Adv. Anat. Embriol. Cell. Biol*. 2012. Vol. 212. P. 115. PMID: PMC3422784. NIHMSID: NIHMS366475.
15. Situm M., Buljan M., Bulić S.O., Simić D. The mechanisms of UV radiation in the development of malignant melanoma // *Coll. Antropol*. 2007. Vol. 31, suppl. 1. P. 13–16. PMID: 17469742.
16. Gillbro J.M., Marles L.K., Hibberts N.A., Schallreuter K.U. Autocrine catecholamine biosynthesis and the beta-adrenoceptor signal promote pigmentation in human epidermal melanocytes // *J. Invest. Dermatol*. 2004. Vol. 123. P. 346–353.
17. Nordlind K., Azmitia E.C., Slominski A. The skin as a mirror of the soul: exploring the possible roles of serotonin // *Exp. Dermatol*. 2008. Vol. 17. P. 301–311.
18. Connelly W.M., Shenton F.C., Lethbridge N., Leurs R., Waldvogel H.J., Faull R.L., Lees G., Chazot P.L. The histamine H4 receptor is functionally expressed on neurons in the mammalian CNS // *Br. J. Pharmacol*. 2009. Vol. 157 (1). P. 55–63. DOI 10.1111/j.1476-5381.2009.00227.x. PMID: 19413571.
19. Galeotti N., Sanna M.D., Ghelardini C. Pleiotropic effect of histamine H4 receptor modulation in the central nervous system // *Neuropharmacology*. 2013. Vol. 71. P. 141–147. DOI 10.1016/j.neuropharm.2013.03.026. PMID: 23583928
20. Takeshita K., Sakai K., Bacon K.B., Gantner F. Critical Role of Histamine H4 Receptor in Leukotriene B4 Production and Mast Cell-Dependent Neutrophil Recruitment Induced by Zymosan in Vivo // *J. Pharmacol. Exp. Ther*. 2003. Vol. 307 (3). P. 1072–1078.

21. Lazewska D., Kiec-Kononowicz K. Azines as histamine H4 receptor antagonists // *Front Biosci*, (School Ed). 2012. Vol. 4. P. 967–987. PMID: 22202103.

22. Гончаренко Е.Н., Ахалая М.Я., Кудряшова Н.Ю. Влияние природного радиопротектора карнозина на систему гистамин-диаминоксидаза миокарда крыс после действия различных экстремальных факторов // *Радиационная биология*. 2001. Вып. 1. С. 56–58.

23. Qin Y.S., Zhang X., Li L., Yu H.L. Effect of histamine on metastasis of melanoma B16 cell xenograft in C57BL/6 mice // *Ai Zheng*. 2007. Vol. 26 (8). P. 833–836.

24. Massari N.A., Medina V.A., Cricco G.P., Martinel Lamas D.J., Sambuco L., Pagotto R., Ventura C., Ciracolo P.J., Pignataro O., Bergoc R.M., Rivera E.S. Antitumor activity of histamine and clozapine in a mouse experimental model of human melanoma // *J. Dermatol Sci*. 2013. Vol. 72 (3). P. 252–262. DOI 10.1016/j.jdermsci.2013.07.012. PMID: 23999004.

25. Massari N.A., Nicoud M.B., Sambuco L., Cricco G.P., Martinel Lamas D.J., Herrero Ducloux M.V., Blanco H., Rivera E.S., Medina V.A. Histamine therapeutic efficacy in metastatic melanoma: Role of histamine H4 receptor agonists and opportunity for combination with radiation // *Oncotarget*. 2017. Vol. 8 (16). P. 26471–26491. DOI 10.18632/oncotarget.15594. PMID: 28460440.

26. Li S., Sun Y., Gao D. Role of the nervous system in cancer metastasis (Review) // *Oncol. Letters*. 2013. Vol. 5 (4). P. 1101–1111. DOI 10.3892/ol.2013.1168.

27. Wnorowski A., Sadowska M., Paul R.K., Singh N.S., Boguszewska-Czubara A., Jimenez L., Abdelmohsen K., Toll L., Jozwiak K., Bernier M., Wainer I.W. Activation of  $\beta$ 2-adrenergic receptor by (R,R')-4'-methoxy-1-naphthylfenoterol inhibits proliferation and motility of melanoma cells // *Cell Signal*. 2015. Vol. 27 (5). P. 997–1007. DOI 10.1016/j.cellsig.2015.02.012. PMID: 25703025.

28. Wirdefeldt K., Weibull C.E., Chen H., Kamel F., Lundholm C., Fang F., Ye W. Parkinson's disease and cancer: a register-based family study // *Am. J. Epidemiol*. 2014. Vol. 179. P. 85–94.

29. Lubbe S.J., Escott-Price V., Brice A., Gasser T., Pittman A.M., Bras J., Hardy J., Heutink P., Wood N.M., Singleton A.B., Grosset D.G., Carroll C.B., Law M.H., Demenais F., Iles M.M. International Parkinson's Disease Genomics Consortium. Rare variants analysis of cutaneous malignant melanoma genes in Parkinson's disease // *Neurobiol. Aging*. 2016. Vol. 48. P. 222.e1–222.e7. DOI 10.1016/j.neurobiolaging.2016.07.013. PMID: 27640074.

## References

1. Davydov O.S. Khronizatsiya boli: faktory riska, mekhanizmy i vozmozhnosti preduprezhdeniya [Chronic pain: risk factors, mechanisms and possibilities of prevention]. *Lechashchii vrach*. 2017, No. 5. Available at: <https://www.lvrach.ru/2017/05/15436717/> (accessed 09.09.2017).

2. Ovechkin A.M. Klinicheskaya patofiziologiya i anatomiya ostroi boli [Clinical pathophysiology and anatomy of acute pain]. *Regionarnaya anesteziya i lechenie ostroi boli*. 2012, vol. 1 (6), pp. 32–40.

3. Kukushkin M.A., Khitrov N.K. *Obshchaya patologiya boli* [General pathology of pain]. Moscow, 2004, 141 p.

4. Franciane B., Alarcón Ferreira T.A., Cordova M.M., Dombroski P.A., da Cunha C., Kanha do Espirito Santo C., Poli A., Gomez R., Pires W., Martins-Silva C., Sluka K.A., Soares Santos A.R. The role of brain serotonin in the analgesia produced by low intensity on neuropathic pain after sciatic nerve injury in mice. *Pain*. 2015, vol. 156 (12), pp. 2595–2606. DOI 10.1097/j.pain.0000000000000372. PMID: 25952606. DOI 10.1097/j.pain.0000000000000372. PMID: PMC4666012. NIHMSID: NIHMS736878.

5. Calvani M., Pelon F., Comito G., Taddei M.L., Moretti S., Innocenti S., Nassini R., Gerlini G., Borgognoni L., Bambi F., Giannoni E., Filippi L., Chiarugi P. Norepinephrine promotes tumor microenvironment reactivity through  $\beta$ 3-adrenoreceptors during melanoma progression. *Oncotarget*. 2015, vol. 6 (7), pp. 4615–4632.

6. Yang E.V., Kim S.J., Donovan E.L., Chen M., Gross A.C., Webster Marketon J.I., Barsky S.H., Glaser R. Norepinephrine upregulates VEGF, IL-8, and IL-6 expression in human melanoma tumor cell lines: implications for stress-related enhancement of tumor progression. *Brain Behav Immun*. 2009, vol. 23 (2), pp. 267–275. DOI 10.1016/j.bbi.2008.10.005. PMID: 18996182.

7. Sloan E.K., Priceman S.J., Cox B.F., Yu.S., Pimentel M.A., Tangkanangnukul V., Arevalo J.M., Morizono K., Karanikolas B.D., Wu L., Sood A.K., Cole S.W. The sympathetic nervous system induces a metastatic switch in primary breast cancer. *Cancer Res*. 2010, vol. 70 (18), pp. 7042–7052. DOI 10.1158/0008-5472.CCR-10-0522. PMID: 20823155.

8. Tilan J., Kitlinska J. Sympathetic Neurotransmitters and Tumor Angiogenesis-Link between Stress and Cancer Progression. *J. Oncol*. 2010, vol. 2010. Article ID 539706. DOI 10.1155/2010/539706. PMID: 20508839.

9. Zmijewski M.A., Slominski A.T. Neuroendocrinology of the skin: An overview and selective analysis. *Dermatoendocrinol*. 2011, vol. 3 (1), pp. 3–10. DOI 10.4161/derm.3.1.14617.

10. Slominski A. Neuroendocrine activity of the melanocyte. *Exp. Dermatol*. 2009, vol. 18 (9), pp. 760–773. DOI 10.1111/j.1600-0625.2009.00892.x. PMID: 19558501.

11. Cichorek M., Wachulska M., Stasiewicz A., Tymińska A. Skin melanocytes: biology and development Postepy. *Dermatol. Alergol*. 2013, vol. 30 (1), pp. 30–41. DOI 10.5114/pdia.2013.33376. PMID: 24278043.

12. Plonka P.M., Passeron T., Brenner M., Tobin D.J., Shibahara S., Thomas A., Slominski A., Kadekaro A.L., Hershkovitz D., Peters E., Nordlund J.J., Abdel-Malek Z., Takeda K., Paus R., Ortonne J.P., Hearing V.J., Schallreuter K.U. What are melanocytes really doing all day long?... *Exp. Dermatol*. 2009, vol. 18 (9), pp. 799–819. DOI 10.1111/j.1600-0625.2009.00912.x. PMID: 19659579.

13. Nikolakis G., Stratakis C.A., Kanaki T., Slominski A., Zouboulis C.C. Skin steroidogenesis in health and disease. *Rev. Endocr. Metab. Disord.* 2016, vol. 17 (3), pp. 247-258. PMID: 27761789.
14. Slominski A.T., Zmijewski M.A., Skobo C., Zbytek B., Slominski R.M., Steketee J.D. Sensing the environment: Regulation of local and global homeostasis by the skin neuroendocrine system. *Adv. Anat. Embriol. Cell. Biol.* 2012, vol. 212, p. 115. PMCID: PMC3422784. NIHMSID: NIHMS366475.
15. Situm M., Buljan M., Bulić S.O., Simić D. The mechanisms of UV radiation in the development of malignant melanoma. *Coll. Antropol.* 2007, vol. 31, suppl. 1, pp. 13-16. PMID: 17469742.
16. Gillbro J.M., Marles L.K., Hibberts N.A., Schallreuter K.U. Autocrine catecholamine biosynthesis and the beta-adrenoceptor signal promote pigmentation in human epidermal melanocytes. *J. Invest. Dermatol.* 2004, vol. 123, pp. 346-353.
17. Nordlind K., Azmitia E.C., Slominski A. The skin as a mirror of the soul: exploring the possible roles of serotonin. *Exp. Dermatol.* 2008, vol. 17, pp. 301-311.
18. Connelly W.M., Shenton F.C., Lethbridge N., Leurs R., Waldvogel H.J., Faull R.L., Lees G., Chazot P.L. The histamine H4 receptor is functionally expressed on neurons in the mammalian CNS. *Br. J. Pharmacol.* 2009, vol. 157 (1), pp. 55-63. DOI 10.1111/j.1476-5381.2009.00227.x. PMID: 19413571.
19. Galeotti N., Sanna M.D., Ghelardini C. Pleiotropic effect of histamine H4 receptor modulation in the central nervous system. *Neuropharmacology.* 2013, vol. 71, pp. 141-147. DOI 10.1016/j.neuropharm.2013.03.026. PMID: 23583928
20. Takeshita K., Sakai K., Bacon K.B., Gantner F. Critical Role of Histamine H4 Receptor in Leukotriene B4 Production and Mast Cell-Dependent Neutrophil Recruitment Induced by Zymosan in Vivo. *J. Pharmacol. Exp. Ther.* 2003, vol. 307 (3), pp. 1072-1078.
21. Lazewska D., Kiec-Kononowicz K. Azines as histamine H4 receptor antagonists. *Front Biosci. (School Ed).* 2012, vol. 4, pp. 967-987. PMID: 22202103.
22. Goncharenko E.N., Akhalaya M.Ya., Kudryasho va N.Yu. Vliyanie prirodnogo radioprotektora karnozina na sistemu gistamin-diaminoksidaza miokarda krys posle deistviya razlichnykh ekstremal'nykh faktorov [Influence of the natural radioprotector of carnosine on the histamine-diaminoxidase system of rat myocardium after the action of various extreme factors]. *Radiatsionnaya biologiya.* 2001, iss. 1, pp. 56-58.
23. Qin Y.S., Zhang X., Li L., Yu H.L. Effect of histamine on metastasis of melanoma B16 cell xenograft in C57BL/6 mice. *Ai Zheng.* 2007, vol. 26 (8), pp. 833-836.
24. Massari N.A., Medina V.A., Cricco G.P., Martinel Lamas D.J., Sambuco L., Pagotto R., Ventura C., Ciralo P.J., Pignataro O., Bergoc R.M., Rivera E.S. Antitumor activity of histamine and clozapine in a mouse experimental model of human melanoma. *J. Dermatol Sci.* 2013, vol. 72 (3), pp. 252-262. DOI 10.1016/j.jdermsci.2013.07.012. PMID: 23999004.
25. Massari N.A., Nicoud M.B., Sambuco L., Cricco G.P., Martinel Lamas D.J., Herrero Ducloux M.V., Blanco H., Rivera E.S., Medina V.A. Histamine therapeutic efficacy in metastatic melanoma: Role of histamine H4 receptor agonists and opportunity for combination with radiation. *Oncotarget.* 2017, vol. 8 (16), pp. 26471-26491. DOI 10.18632/oncotarget.15594. PMID: 28460440.
26. Li S., Sun Y., Gao D. Role of the nervous system in cancer metastasis (Review). *Oncol. Letters.* 2013, vol. 5 (4), pp. 1101-1111. DOI 10.3892/ol.2013.1168.
27. Wnorowski A., Sadowska M., Paul R.K., Singh N.S., Boguszewska-Czubara A., Jimenez L., Abdelmohsen K., Toll L., Jozwiak K., Bernier M., Wainer I.W. Activation of  $\beta_2$ -adrenergic receptor by (R,R')-4'-methoxy-1-naphthylfenoterol inhibits proliferation and motility of melanoma cells. *Cell Signal.* 2015, vol. 27 (5), pp. 997-1007. DOI 10.1016/j.cellsig.2015.02.012. PMID: 25703025.
28. Wirdefeldt K., Weibull C.E., Chen H., Kamel F., Lundholm C., Fang F., Ye W. Parkinson's disease and cancer: a register-based family study. *Am. J. Epidemiol.* 2014, vol. 179, pp. 85-94.
29. Lubbe S.J., Escott-Price V., Brice A., Gasser T., Pittman A.M., Bras J., Hardy J., Heutink P., Wood N.M., Singleton A.B., Grosset D.G., Carroll C.B., Law M.H., Dementia F., Iles M.M. International Parkinson's Disease Genomics Consortium. Rare variants analysis of cutaneous malignant melanoma genes in Parkinson's disease. *Neurobiol. Aging.* 2016, vol. 48, pp. 222.e1-222.e7. DOI 10.1016/j.neurobiolaging.2016.07.013. PMID: 27640074.

## НАШИ ЮБИЛЯРЫ

## OUR PERSONS

DOI 10.23683/0321-3005-2018-1-140-142

### ПЕДАГОГ, СПЕЦИАЛИСТ ПО ОХРАНЕ ПРИРОДЫ, ОБЩЕСТВЕННЫЙ ДЕЯТЕЛЬ (к 80-летию профессора В.А. Миноранского)



Кавказа» – в 1974 г. Читал лекции и вел лабораторные, практические занятия со студентами и аспирантами почти по всем предметам кафедры, разработал многие новые курсы («Местная фауна», «Биоресурсы и их рациональное использование», др.). Им опубликовано более 60 учебно-методических пособий, учебников. Более 10 тыс. учащихся прослушали его лекции; 130 – подготовили под его руководством выпускные и дипломные работы, 34 – магистерские и кандидатские диссертации, 3 – докторские.

Заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, доктор сельскохозяйственных наук, профессор кафедры зоологии Ростовского (РГУ, ныне Южного федерального – ЮФУ) университета Виктор Аркадьевич Миноранский родился 01.02.1938 г. в г. Ростове-на-Дону. В 1961 г. закончил обучение на кафедре зоологии РГУ и на этой же кафедре прошел все ступени служебной карьеры – от аспиранта до профессора, заведующего кафедрой. Дипломную работу по теме «К орнитофауне озера Маныч-Гудило и его окрестностей» защитил в 1961 г., кандидатскую диссертацию «Энтомологические условия освоения сахарной свёклы в Ростовской области» – в 1965 г., докторскую «Вредные насекомые свекловичных полей Нижнего Дона и степной зоны Северного

Многие десятилетия Виктор Аркадьевич занимается изучением живой природы Дона и Северного Кавказа, вопросами сохранения, восстановления и рационального использования биоразнообразия. Вся его учебная, научная и общественная деятельность имеет экологическую направленность. В годы бурного развития экологии в стране (60–80-е гг. XX в.) он возглавлял в Северо-Кавказском научном центре высшей школы (СКНЦ ВШ) и РГУ экологические комиссии по развитию экологического образования. По заданию СКНЦ ВШ принимал активное участие в формировании программ экологического образования и координации природоохранных научных исследований во всех вузах Дона, Калмыкии и Северного Кавказа, в открытии

экологических кафедр и факультетов. В 1975 г. организовал при РГУ и по 1985 г. был деканом ФПК по специальностям «Биология» и «Охрана природы». В 1977 г. создал при РГУ специальный факультет – экологии и повышения эффективности использования природных ресурсов – по переподготовке специалистов с высшим образованием и по 1985 г. был его деканом. На нем в течение 6 мес. с отрывом от производства обучались и получали второй диплом (эколога) руководители, работающие в производственных, образовательных, административных и других структурах страны. Помимо РГУ, с 1977-го он читал зоологические и экологические курсы, руководил курсовыми и дипломными проектами студентов, консультировал соискателей и докторантов, был председателем ГЭК в Дагестанском, Калмыцком, Чечено-Ингушском, Северо-Осетинском, Кубанском, Удмуртском и Мордовском университетах, Польской сельскохозяйственной академии, Силезском университете и других учебных заведениях. Под его руководством работали аспиранты и докторанты из Египта, Польши, Никарагуа.

Научные исследования Виктора Аркадьевича обычно заканчиваются практическими рекомендациями и внедрением. Это хорошо отражено в монографиях «Вредные насекомые свекловичных полей» (1976), «Орошение и фауна» (1987), «Песчаный медляк» (1992), многочисленных статьях и в всесоюзном справочнике «Защита орошаемых полевых культур» (М., 1989). Его книга «Животный мир Ростовской области» (2002) является первой и исчерпывающей на сегодня сводкой по фауне области, её изменениям под влиянием антропогенных факторов, охране и регулированию. Им опубликовано более 1000 работ.

Виктор Аркадьевич в 50–60-е гг. XX в. был членом Всероссийского общества охраны природы (ВООП) и вместе с проф. Г.М. Зозулиным, доц. Т.И. Абрамовой и другими специалистами по охране природы стоял у истоков создания всех особо охраняемых природных территорий (ООПТ Ростовской области (РО)). Еще в 1959–1967 гг., изучая живую природу оз. Маныч-Гудило, он говорил о создании здесь заповедника. Самостоятельно и совместно с коллегами Виктор Аркадьевич описал и организовал 10 КОТР международного значения, 12 памятников природы, 3 заказника, заповедник «Ростовский». Вместе с учениками он впервые провел инвентаризацию, картирование и описание всех ООПТ, разработал модель экологических сетей РО. Он – один из инициаторов и активных участников создания буферной зоны заповедника «Ростовский», охранной зоны ВБУ международного значения «Озеро Маныч-Гудило» и «Весе-

ловское водохранилище», запрещения с 2002 г. весенней охоты на Дону. Под его руководством в 2004 г. подготовили и издали первую на Дону Красную книгу РО.

Виктор Аркадьевич – председатель и один из организаторов ассоциации «Живая природа степи», занимающейся проблемами сохранения биоразнообразия в степной зоне. В р-не оз. Маныч-Гудило благодаря деятельности ассоциации и заповедника «Ростовский» на антропогенно опустыненных землях удалось за короткий срок восстановить естественную растительность, где размножаются пеликаны, колпица, дрофа, стрепет, журавль-красавка, орлан-белохвост, курганник, ушастый еж, тарбаганчик, корсак и многие другие редкие в европейских степях животные. На стационаре и в центре редких животных европейских степей ассоциации обитают и размножаются олени Давида, лошади Пржевальского, бизоны, буйволы, яки, верблюды, ламы, гривистые бараны, страусы и иные животные. Здесь разработана биотехнология размножения сайгака в искусственных условиях и содержится самая крупная в питомниках России его группировка. Эта территория на юге страны стала полевым стационаром для студентов и научных сотрудников из различных регионов России и других стран, важным местом экотуризма, где ежегодно проходят экологические фестивали «Воспетая степь» и иные природоохранные акции.

Виктор Аркадьевич продолжает активную природоохранную деятельность. Он – член ученого совета ЮФУ по защитах диссертаций по специальности «Экология», научно-технических и общественных советов минприроды РО, Росприроднадзора, Ростовской природоохранной прокуратуры, заповедника «Ростовский» и других структур. Активно участвует в качестве эксперта в работе ряда государственных и общественных организаций, во многих экологических акциях региона и страны. Указами Президента РФ 2017 г. был объявлен Годом ООПТ и экологии, вышли соответствующие распоряжения Правительства РФ. Областное правительство приняло 12 мая 2017 г. Постановление № 354 «Об охраняемых ландшафтах и охраняемых природных объектах», где говорится о ликвидации всех памятников природы и замене части из них на охраняемые ландшафты и охраняемые природные объекты с ослабленным режимом охраны. Учитывая бедственную ситуацию с системой ООПТ в области (с 2006 г. площади ООПТ сократились с 7,9 % территории области до 2,3 (в России они занимают 11,4 %)), Виктор Аркадьевич поддержал специалистов-экологов, СМИ, сотрудников прокуратуры, выступивших против принятия данного постановления. Загрязнение Дона и Цимлянского водохра-

нилища, строительство Евразийского канала, превращение р. Темерник в сточную канаву, закрытие из-за загрязнения в Ростове всех пляжей, периодическое массовое размножение грызунов и саранчковых, вспышки африканской чумы свиней и птичьего гриппа, другие связанные с экологическими проблемами вопросы относятся к важным объектам внимания профессора.

Результатами деятельности Виктора Аркадьевича являются подготовленные им ученики, созданные ООПТ, приемы сохранения биоразнообразия,

новые знания о живой природе и многое другое. Секрет его активности не только в трудолюбии, богатых научных знаниях, добросовестном отношении к работе, собранности и целеустремленности, но и в одержимости наукой, влюбленности в природу степей, высокой гражданской ответственности. Поздравляя Виктора Аркадьевича с 80-летием, ученики, коллеги и друзья искренне желают ему сохранения этих качеств на многие годы, бодрого здоровья, дальнейших успехов в сохранении природных ресурсов степной зоны.

*С.И. Колесников, профессор, доктор сельскохозяйственных наук,  
Южный федеральный университет*

*Редколлегия и редакция журнала поздравляют Виктора Аркадьевича с юбилеем,  
желают ему крепкого здоровья, оптимизма, творческих успехов и долгих, долгих лет жизни!*

## ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЕНЫЙ И ОРГАНИЗАТОР НАУКИ (к 65-летию профессора А.Г. Кусраева)



14 февраля 2018 года исполнилось 65 лет выдающемуся математику и организатору науки, заслуженному деятелю науки РФ, доктору физико-

математических наук, профессору Анатолию Георгиевичу Кусраеву.

Анатолий Георгиевич Кусраев принадлежит к знаменитой школе академика Л.В. Канторовича и является одним из ее наиболее ярких представителей. Им получены фундаментальные результаты по многим актуальным проблемам современного функционального анализа и разработаны их приложения к задачам оптимизации и математического моделирования. Анатолий Георгиевич, один из общепризнанных в мире лидеров в области синтеза методов математической логики, алгебры и анализа. Ему принадлежат выдающиеся результаты в области порядкового анализа и теории векторных решеток.

Первые значимые результаты были им получены еще в студенческие годы в Новосибирском государственном университете под руководством профессора Г.П. Акилова, а первые исследования, имевшие широкий резонанс и признание специалистов и составившие основу его кандидатской диссертации (1979 г.), были посвящены развитию теории субдифференциального исчисления. На этом этапе им было введено одно из центральных понятий данной теории – отношение общего положения – и разработаны эффективные методы его использования. Широкую известность Анатолию Георгиевичу принес метод булевозначных реализаций, оказавшийся чрезвычайно плодотворным и перспективным. С его



помощью проблема изучения сложных алгебраических объектов сведена к исследованию более простых аналогов в булевозначном универсуме, проведено глубокое по содержанию и обилию новых идей исследование, за которое в 1986 г. автору была присуждена степень доктора наук. Внутреннее описание субдифференциалов, решение задачи абстрактного дезинтегрирования в пространствах Канторовича, операторные варианты теоремы Радона – Никодима – вот далеко не полный список крупнейших достижений его докторской диссертации.

В последующих исследованиях А.Г. Кусраева было получено нетривиальное распространение субдифференциального исчисления на негладкие операторы, развит общий метод анализа нелинейных операторов, построена теория мажорируемых операторов в решеточно нормированных пространствах, дана изометрическая характеристика пространств со смешанной нормой и пространств Лебега – Бохнера; получены новые результаты о разложении мажорируемых операторов и векторных мер, найдена полная система инвариантов для инъективных банаховых решеток, развиты новые неординарные подходы к теории неравенств. Можно без преувеличения констатировать, что по степени широты и актуальности тематики, разнообразию изучаемых объектов, оригинальности предлагаемых методов и первоклассности полученных результатов научное творчество А.Г. Кусраева вносит крупный вклад в современную математику. Им опубликовано около 300 научных работ, включая около 40 монографий и учебных пособий.

Значительная часть его монографий и учебников стали настольными книгами для специалистов и используются при подготовке талантливой молодежи во многих университетах России и мира. Под непосредственным научным руководством А.Г. Кусраева выполнено и успешно защищено 20 кандидатских диссертаций; трое его учеников защитили докторские диссертации. Многие стали известными математиками и сейчас работают в научных центрах и университетах России, США, Канады, Израиля, Турции. Блестящий лектор, он неоднократно выступал со своими лекциями и докладами на многих крупных международных научных конференциях и семинарах в ведущих научных центрах.

До 1991 г. профессиональная деятельность А.Г. Кусраева была связана с Институтом математики им. С.Л. Соболева СО РАН и Новосибирским государственным университетом, в которых он прошел путь от студента до ведущего научного сотрудника и профессора. После переезда в 1991 г. во Владикавказ он возглавил кафедру математического анализа Северо-Осетинского государственного

университета им. К.Л. Хетагурова. Вскоре он стал инициатором открытия двух новых специализаций – математической экономики и математической экологии. Под его руководством и при его непосредственном участии разработан и внедрен комплекс новых спецкурсов, а содержание традиционных курсов и их преподавание подняты на новый качественный уровень.

С середины 90-х гг. начинается новый этап в профессиональной жизни Анатолия Георгиевича, когда вместе с неординарной по объему и качеству научной и педагогической работой талантливого ученого на первый план выходит его масштабная научно-организационная деятельность. По его инициативе в 1994 г. был создан Государственный научный центр Республики Северная Осетия – Алания, который в 2000 г. был реорганизован во Владикавказский научный центр (ВНЦ) РАН и РСО –Алании. А.Г. Кусраев является бессменным руководителем этого центра с момента его создания и вплоть до настоящего времени. Важной вехой на пути становления ВНЦ как мощного регионального центра современной науки стало основание в 1996 г. Института прикладной математики и информатики, преобразованного по решению бюро Отделения математических наук РАН в 2007 г. в Южный математический институт (ЮМИ) ВНЦ РАН. Это преобразование отразило качественно новый этап в развитии математической науки в Северной Осетии, а затем и на всем Юге России. Его основой и дальнейшей целью стала поддержка различных форм интеграции с Южным федеральным университетом, включая создание подразделений ЮМИ в других городах Юга России. А.Г. Кусраев, став инициатором создания и реорганизации научных институтов, внес неоценимый вклад в наполнение их деятельности реальным содержанием для их плодотворного развития. Он является основателем и главным редактором научных журналов «Вестник Владикавказского научного центра» и «Владикавказский математический журнал», инициатором и организатором математических форумов, включающих в себя широчайший спектр научно-образовательных мероприятий: конференций и научных школ для школьников и студентов, семинаров для учителей математики и международных конференций для ученых. Анатолий Георгиевич является членом редколлегии журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки», действующего на базе ЮФУ, а в 2008 г. по его инициативе и под его руководством был создан и успешно осуществляется совместный издательский проект ЮМИ и ЮФУ «Итоги науки. Юг России», нацеленный на интеграцию академической и университетской науки. Широта взглядов,

умение видеть перспективу и несомненные организаторские способности стали веской причиной его включения в состав совета РАН по координации деятельности региональных отделений и региональных научных центров. По той же причине в 2002–2005 гг. он входил в состав Правительства Республики Северная Осетия – Алания, в котором он успешно курировал вопросы научно-технической политики. В это время им был разработан комплекс программных документов в сфере науки, техники и информационных технологий, которые до сих пор актуальны и активно применяются в государственном управлении. В 2008–2009 гг. А.Г. Кусраев параллельно со своей основной работой был министром образования и науки Республики Южная Осетия (РЮО). Его деятельность

на этом посту в значительной мере определила главные концепции и задачи развития научно-образовательного комплекса РЮО и заложила основу для него на годы вперед.

Заслуги А.Г. Кусраева получили высокую оценку государства и научной общественности. Он удостоен высоких званий: «Заслуженный деятель науки РСО-А» (2003 г.) и «Заслуженный деятель науки Российской Федерации» (2007 г.); награжден орденом Дружбы (2007 г.) и орденом Дружбы РЮО (2010 г.).

Поздравляя Анатолия Георгиевича с 65-летием, мы от всей души желаем ему доброго здоровья, дальнейших творческих успехов на всех направлениях его многогранной и масштабной деятельности, любви родных и близких.

*Абанин А.В., доктор физико-математических наук, профессор,  
Южный федеральный университет*

*Ватульян А.О., доктор физико-математических наук, профессор,  
Южный федеральный университет*

*Карякин М.И., доктор физико-математических наук, доцент,  
Южный федеральный университет*

*Климентов С.Б., доктор физико-математических наук, профессор,  
Южный федеральный университет*

*Коробейник Ю.Ф., доктор физико-математических наук, профессор,  
Южный федеральный университет*

*Мелихов С.Н., доктор физико-математических наук, доцент,  
Южный федеральный университет*

*Устинов Ю.А. доктор физико-математических наук, профессор,  
Южный федеральный университет*

***Редколлегия и редакция журнала горячо поздравляют Анатолия Георгиевича Кусраева, признанного учёного и замечательного человека, с 65-летием, желают ему неиссякаемой энергии, оптимизма, крепкого здоровья, благодарных учеников и успехов во всех его начинаниях.***

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ  
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.  
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах»; «Научная жизнь»; «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7362](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362). Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. После заголовка указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе Microsoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке – через ОАО «Роспечать». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00 добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: [izvestiya@sfedu.ru](mailto:izvestiya@sfedu.ru)

Адрес в Интернете: [www.izvestiya.sfedu.ru](http://www.izvestiya.sfedu.ru)

ISSN 0321-3005. DOI 10.23683/0321-3005-2018-1. Известия высших учебных заведений.

Северо-Кавказский регион. Естественные науки.

2018. № 1